بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد رشته ی

فیزیک گرایش نظری

سالیتون در پلاسمای یون-الکترون-پوزیترون

استاد راهنما:

دکتر کیومرث منصوری

نگارش:

افشار عبدی

شهریور ۱۳۹۱

دانشگاه رازی

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد رشته ی

فیزیک گرایش نظری

افشار عبدی

تحت عنوان

سالیتون در پلاسمای یون–الکترون–پوزیترون

در تاریخ ۱۳۹۱/۰۶/۲۰ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه .... به تصویب نهایی رسید.

۱- استاد راهنما دکترکیومرث منصوری	استادیار	امضاء
۲- استاد داور داخل گروه دکتر محمد وحیدتکوک	دانشیار	امضاء
۳- استاد داور داخل گروه دکترصمد بهروزی	استاد یار	امضاء

به نام گسترش دهنده زیبایی ها

استاد عزیز: دکتر کیومرث منصوری

شایسته و بایسته است از زحمات شما استاد گرانقدر سپاس و قدردانی نموده و با آرزوی سلامتی و زندگی بهتر برای شما مراتب ادب و احترام را رعایت نماییم.

تقدیم به:

هر آنکس که دوست دارد بفهمد و وجودش سرشار از عشق آموختن است.

چکیده:

اساس کار حل معادله غیر خطی پواسون در داخل پلاسمای یون–الکترون–پوزیترون است. ابتدا معادله پواسون را در داخل پلاسمای یون–الکترون–پوزیترون به دست می آوریم مشاهده می گرددکه معادله به دست آمده یک معادله دیفرانسیل غیر خطی است. با در نظر گرفتن جملات غیر خطی در معادله پواسون معادلات kdv ظهور می کنند یا به عبارتی دیگر با در نظر گرفتن جملات غیر خطی سالیتون ظهور می کند. به طوری که اگر معادله پواسون فقط شامل جمله غیر خطی درجه ۲ باشد معادله دیفرانسیل غیر خطی ای به دست می آیدکه به آن معادله kdvمرتبه اول(معادله kdv) گفته می شود وجواب آن یک سالیتون kdv مرتبه اول(kdv) می باشد و اگر معادله پواسون فقط شامل جمله غیر خطی درجه ۳ باشد معادله دیفرانسیل غیر خطی ای به دست می آید که به آن معادله دیفرانسیل غیر خطی $mkdv$ گفته می شود وجواب آن یک سالیتون $mkdv$ می باشد بایستی به خاطر داشته باشیم که سالیتون $mkdv$در پلاسمای یون–الکترون–پوزیترون تشکیل نمی شود و اگر معادله پواسون فقط شامل جمله های غیر خطی درجه ۲ و۳ باشد معادله دیفرانسیل غیر خطی ای به دست می آید که به آن معادله kdv مرتبه دوم (معادله $gkdv$) گفته می شود وجواب آن یک سالیتون kdv مرتبه دوم ($gkdv$) می باشد. و اگر معادله پواسون فقط شامل جمله های غیر خطی درجه ۲ و۳و۴ باشد معادله دیفرانسیل غیر خطی ای به دست می آید که به آن معادله kdv مرتبه سوم گفته می شود وجواب آن یک سالیتون kdv مرتبه سوم می باشد و اگر معادله پواسون فقط شامل جمله های غیر خطی درجه ۲ و۳و۴ و۵ باشد معادله دیفرانسیل غیر خطی ای به دست می آید که به آن معادله kdv مرتبه چهارم گفته می شود وجواب آن یک سالیتون kdv مرتبه چهارم می باشد و ..... پس از به دست آوردن معادلات kdv، معادله kdv مرتبه اول و معادله kdv مرتبه دوم را به صورت تحلیلی حل کرده وجواب آنها را بدست می آوریم. سپس شرایط تشکیل سالیتون های kdv را بررسی کرده دامنه وپهنای موج سالیتونی kdv را به دست آورده و تاثیر پارامترهایی مثل دماو چگالی را بر دامنه و پهنای موج سالیتونی kdv مورد بررسی قرار می دهیم.

جواب معادله پواسون در حالت کلی یک سالیتون می باشد معادله پواسون را در حالت کلی نمی توان به صورت تحلیلی حل کرد به همین دلیل به کمک کامپیوتر و با استفاده از نرم افزار ویژوال فرترن به ازای p , T_e/T_p مشخص، عدد ماخ و به تبع آن دامنه موج سالیتونی را به دست می آوریم در ادامه به ازای T_e/T_p , p ,M ,ϕ_0 معادله پواسون را در حالت کلی به کمک کامپیوتر حل کرده(با استفاده از روش تفاضل محدود ، روش اولر) و تاثیر دما وچگالی را بر دامنه و پهنای موج سالیتونی مورد بررسی قرار می دهیم و سر انجام معادلات kdv را به روش عددی حل می کنیم.

کلمات کلیدی: معادله کرتوگ دوریس، معادلات غیر خطی ، سالیتون، سالیتون در پلاسما، پلاسمای غیر خطی .

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست شکل ها

فصل پنجم:

فهرست جدول ها

فصل اول:

سالیتون

۱-۱- تاریخچه سالیتون

وقوع سالیتون را اولین بار اسکات راسل مهندس راه و ساختمان انگلیسی در ۱۸۳۴ گزارش داد ، درک نظری مشاهده راسل تا سال ۱۸۹۵ به تاخیر افتاد تا اینکه مطالعات کورتوگ و دوریس به معادله ای انجامید که امروزه به نام این دو نفر مشهور است به طور اختصار آن را معادله kdv می نامند. توصیف اسکات راسل که اکنون معروف است چنین بود: قایقی را نگاه می کردم که دو اسب آن را در کانال باریکی به سرعت می کشیدند که ناگهان متوقف شد اما توده آبی که قایق در کانال به حرکت در آورده بود متوقف نشد بلکه در حالتی متلاطم اطراف دماغه قایق انباشته شد سپس قایق را پشت سر گذاشت و با سرعت زیادی جلو رفت و به شکل یک برآمدگی بزرگ منفرد درآمد و به شکل توده ای مشخص گرد وهموار از آب به راه خود در کانال ادامه داد بدون اینکه شکل یا سرعت خود را از دست دهد. سوار بر اسب آن را دنبال کردم و از آن که هنوز با سرعتی حدود هشت یا نه مایل به پیش می رفت و شکل اولیه اش را به طول سی فوت و ارتفاع یک یا یک ونیم فوت حفظ کرده بود جلو زدم. ارتفاع آن به تدریج کم می شد و پس از یک یا دو مایل تعقیب آن را در یک پیچ و خم کانال گم کردم.

معادله های خطی شرایط ایده ال را نشان می دهند ایده ال سازی به معنای آن است که اگر چه برای سادگی چیزهایی درنظر گرفته نشده اند اما مدل ایده ال جنبه های اساسی وضعیت فیزیکی را دربردارد. نتایجی که با خطی کردن یعنی با کنار گذاشتن جمله های غیر خطی بدست می آیند اغلب آن قدر از واقعیت به دور هستند که مفید نمی باشند. مخصوصا این که خطی کردن پدیده ای اساسی همچون سالیتون را در نظر نمی گیرد. سالیتون ها امواج یا تپهای منفردی هستند که هویت خود را به طور نا محدود حفظ می کنند در حالی که انتظار داریم آنها به دلیل اثرات پاشندگی به سرعت از بین بروند به علاوه امواج آب مدل بسیاری از پدیده های فیزیکی غیر خطی هستند که با پیشرفت فناوری اهمیت روز افزونی یافته اند. پیدایش تپ های منظم وپایدار بر اثر غیر خطی بودن از پدیده های شگفت انگیز علم بوده است. همه پدیده های فیزیکی در دامنه های به اندازه کافی بزرگ غیر خطی می شوند. فیزیکدانان نظری احتمالا برای مدتی طولانی از مسائلی که غیر خطی بودن را به همراه می آورد اجتناب می کردند. غیر خطی بودن اغلب به رفتار آشوبناک می انجامد با این حال پیامدهای منظمی مثل سالیتون هم امکان پذیر است. پایداری سالیتون ها را می توان به دلیل ترکیب اثرات پاشندگی و غیر خطی تاحدودی درک کرد.

برای سیستم های غیر پاشنده(پاشندگی خطی)،سرعت فاز ثابت است. چون رابطه پاشندگی خطی است همه مولفه های موج با یک سرعت (سرعت فاز) حرکت می کنند و سیگنال شکل اولیه اش را حفظ می کند به عبارتی مولفه ها پاشیده نمی شوند. از طرف دیگر در مواقعی که رابطه پاشندگی غیر خطی است مولفه های

هماهنگ مختلف با سرعت های(فاز) مختلف حرکت می کنند و سیگنال پاشیده می شود انرژی سیگنال هم پاشیده می شود، سیستم پاشنده است.

۱-۲- حل اساسی معادله کرتوگ دوریس

شکل استاندارد معادله کرتوگ دوریس:

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0 \tag{1 - 1}$$

$$u = u(x,t)$$

امواج نسبتا بلند آب واقعا از رابطه بالا پیروی می کنند.

$$u(x,t) = f(\xi) \tag{1 - 2}$$

$$\xi = x - ct \tag{1 - 3}$$

حل:

(1 - 4)

$$u_t = \frac{\partial u}{\partial t} \ , \ \mathrm{u}_x = \frac{\partial u}{\partial x} \ , \ \mathrm{u}_{xxx} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}u = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$$

$$\xi = x - ct \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \xi} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \xi}$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial \xi}{\partial t}\frac{\partial}{\partial \xi} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} = -c\frac{\partial}{\partial \xi}$$

$$u_t - 6uu_x + u_{xxx} = 0$$

$$\mathrm{u(x,t)=f(}\xi\mathrm{)}$$

(1 - 5)

$$\mathrm{u}_t = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \xi}{\partial t}\frac{\partial u}{\partial \xi} = -c\frac{\partial u}{\partial \xi} = -c\frac{\partial f}{\partial \xi} = -cf_{\xi} = -cf'$$

$$\mathrm{u}_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial \xi} = f_{\xi} = f'$$

$$\mathrm{u}_{xxx} = \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial x} = (\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \xi})(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial}{\partial \xi})(\frac{\partial \xi}{\partial x}\frac{\partial u}{\partial \xi}) = \frac{\partial}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial \xi}\frac{\partial u}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi}\frac{\partial}{\partial \xi}\frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial^3 f}{\partial \xi^3} = f_{\xi\xi\xi} = f'''$$

$$\to -cf' - 6ff' + f''' = 0 \qquad \textbf{(1 - 6)}$$

$$-c\frac{df}{d\xi} - 6f\frac{df}{d\xi} + \frac{df''}{d\xi} = 0$$

$$-cf - 3f^2 + f'' = A \qquad \xi \to \mp\infty \ : \mathrm{f}, \mathrm{f}', \mathrm{f}'' = 0 \quad \to A = 0$$

$$-cf - 3f^2 + \frac{df'}{d\xi} = 0 \qquad \to -cf - 3f^2 + \frac{df}{d\xi}\frac{df'}{df} = 0$$

$$-cf - 3f^2 + f'\frac{df'}{df} = 0 \qquad \to f'\frac{df'}{df} = cf + 3f^2$$

$$f'df' = (cf + 3f^2)df \qquad \to \frac{1}{2}(f')^2 = f^3 + \frac{1}{2}cf^2 + B$$

$$\xi \to \mp\infty \ : \mathrm{f}, \mathrm{f}', \mathrm{f}'' = 0 \quad \to B = 0$$

$$\frac{1}{2}(f')^2 = f^3 + \frac{1}{2}cf^2$$

$$(f')^2 = 2f^3 + cf^2$$

$$(f')^2 = f^2(2f + c)$$

$$f' = \mp f(2f + c)^{\frac{1}{2}} \to \frac{df}{d\xi} = \mp f(2f + c)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int\frac{df}{f(2f + c)^{\frac{1}{2}}} = \mp\int d\xi \qquad \to \int\frac{df}{f(c(\frac{2f}{c} + 1))^{\frac{1}{2}}} = \mp\int d\xi \to \int\frac{df}{c^{\frac{1}{2}}f(1 + \frac{2f}{c})^{\frac{1}{2}}} = \mp\int d\xi$$

$$\int\frac{df}{c^{\frac{1}{2}}f(1 + \frac{2f}{c})^{\frac{1}{2}}} = \int d\xi \to \int\frac{df}{c^{\frac{1}{2}}f(1 + \frac{2f}{c})^{\frac{1}{2}}} = \xi - x_0 \qquad \textbf{(1 - 7)}$$

$$u=\frac{2f}{c}\rightarrow du=\frac{2}{c}df\ \rightarrow df=\frac{c}{2}du$$

$$\int\frac{df}{c^{\frac{1}{2}}f\ (1+\frac{2f}{c})^{\frac{1}{2}}}=\text{x-ct}-x_0\rightarrow\int\frac{\frac{c}{2}du}{c^{\frac{1}{2}}\frac{c}{2}u(1+u)^{\frac{1}{2}}}=\text{x-ct}-x_0$$

$$\int\frac{du}{c^{\frac{1}{2}}u(1+u)^{\frac{1}{2}}}=\text{x-ct}-x_0\qquad\rightarrow\frac{1}{c^{\frac{1}{2}}}\int\frac{du}{u(1+u)^{\frac{1}{2}}}=\text{x-ct}-x_0$$

$$\int\frac{du}{u(1+u)^{\frac{1}{2}}}=c^{\frac{1}{2}}(\text{x-ct}-x_0)$$

$$\int\frac{du}{u(1+u)^{\frac{1}{2}}}=?$$

$$u=\sinh^2\theta\rightarrow du=2\sinh\theta\cosh\theta.d\theta$$

$$:\ \cosh^2\theta-\sinh^2\theta=1\rightarrow 1-\tanh^2\theta=\sec h^2\theta$$

$$:\ \frac{d}{d\theta}\sinh\theta=\cosh\theta\ ,\quad\frac{d}{d\theta}\cosh\theta=-\sinh\theta$$

$$\int\frac{du}{u(1+u)^{\frac{1}{2}}}=\int\frac{2\sinh\theta\cosh\theta.d\theta}{\sinh^2\theta(1+\sinh^2\theta)^{\frac{1}{2}}}=\int\frac{2\sinh\theta\cosh\theta d\theta}{\sinh^2\theta\cosh\theta}=\int\frac{2d\theta}{\sinh\theta}=$$

$$=\int\frac{2\sinh\theta d\theta}{\sinh\theta\sinh\theta}=\int\frac{2\sinh\theta d\theta}{\sinh^2\theta}=\int\frac{2\sinh\theta d\theta}{\cosh^2\theta-1}=$$

$$:\ \cosh\theta\text{=k}\rightarrow\text{-sinh}\theta d\theta\text{=}dk\ \rightarrow\sinh\theta d\theta=-dk$$

$$=-\int\frac{2dk}{k^2-1}=\int\frac{2dk}{1-k^2}$$

$$\int\frac{dk}{1-k^2}=?$$

انتگرال بالا را به روش تجزیه کسرها به دست می آوریم:

$$\frac{1}{1-k^2}=\frac{A}{1-k}+\frac{B}{1+k}$$
$$=\frac{(A-B)k+B+A}{1-k^2}$$
$$\rightarrow A-B=0\rightarrow A=B$$
$$\rightarrow B+A=1$$
$$\rightarrow 2\text{B}=1\rightarrow B=\frac{1}{2}\ \ ,\ \ \text{A}=\frac{1}{2}$$

$$\int\frac{dk}{1-k^2}=\int\frac{\frac{1}{2}}{1-k}dk+\int\frac{\frac{1}{2}}{1+k}dk=\frac{1}{2}\int\frac{1}{1-k}dk+\frac{1}{2}\int\frac{1}{1+k}dk=$$
$$=\frac{-1}{2}\ln(1-k)+\frac{1}{2}\ln(1+k)=\frac{1}{2}\ln\frac{1+k}{1-k}$$
$$\rightarrow\int\frac{2dk}{1-k^2}=\ln\frac{1+k}{1-k}$$

$$\ln\frac{1+k}{1-k}=c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)\rightarrow\frac{1+k}{1-k}=\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}\rightarrow$$
$$\rightarrow 1+k=(1-k)\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}\rightarrow 1+k=\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}-k\,\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}\rightarrow$$
$$k+k\,\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}=\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}-1\rightarrow k\,(1+\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)})=\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}-1$$
$$k=\frac{\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}-1}{1+\mathrm{e}^{c^{\frac{1}{2}}.(x-ct-x_0)}}\rightarrow k=\frac{e^{\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)}(e^{\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)}-e^{-\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)})}{e^{\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)}(e^{-\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)}+e^{\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)})}\rightarrow$$
$$k=\frac{(e^{\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)}-e^{-\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)})}{(e^{\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)}+e^{-\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)})}\qquad\rightarrow\rightarrow k=\tanh\frac{1}{2}c^{\frac{1}{2}}(x-ct-x_0)$$

$$\cosh^2\theta-\sinh^2\theta=1\rightarrow\cosh^2\theta=1+\sinh^2\theta\rightarrow\cosh\theta=\sqrt{1+\sinh^2\theta}$$
$$\text{u}=\sinh^2\theta\ \ ,\ \ \cosh\theta=k$$
$$\rightarrow k=\sqrt{1+u}$$