

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک

گرایش اتمی - مولکولی

**بررسی نظری انتشار پرتوهای گاوسی و بسل - گاوسی در محیط‌های غیر خطی**

استاد راهنما

دکتر علیرضا خورسندی

استاد مشاور

دکتر مجید عموشاهی

پژوهشگر

صدیقه انجم شعاع

آبان ۱۳۹۱

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات  
و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه  
متعلق به دانشگاه اصفهان است.

شده نگارش پایان نامه  
رعایت شده است



دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی فیزیک گرایش اتمی و مولکولی

خانم صدیقه انجم‌شعاع تحت عنوان

بررسی نظری انتشار پرتوهای گاوسی و بسل - گاوسی در محیط‌های غیر خطی

به تصویب نهایی رسید.

عالی

در تاریخ ۱۳۹۱/۸/۲۸ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه‌ی عالی

۱- استاد راهنمای پایان نامه دکتر علیرضا خورسندی با مرتبه علمی استادیار

۲- استاد مشاور پایان نامه دکتر مجید عموشاهی با مرتبه علمی استادیار

۳- استاد داور داخل گروه دکتر حمیدرضا محمدی خشوئی با مرتبه علمی استادیار

۴- استاد داور خارج از گروه دکتر عباس بهجت با مرتبه علمی استاد

امضا

امضا

امضا

امضا

امضای مدیر گروه



تقدیر به پیشگاہ مقدس حضرت ولی عصر (عجل اللہ تعالی فرجہ الشریف)

## چکیده

در این پایان نامه سعی بر این است به مطالعه‌ی نظری انتشار موج در محیط غیرخطی برای دو نمایه‌ی مختلف گاؤسی و بسل - گاؤسی پرتوهای لیزر، پرداخته شود و برهم‌کنش‌های غیرخطی تولید هماهنگ دوم و تولید اختلاف بسامد، مورد بررسی قرار گیرد. امید است با توجه به نتایج به‌دست‌آمده از این تحقیق، راه برای انجام آزمایش‌های تجربی فراهم آید.

از این رو ابتدا نورشناخت غیرخطی، برهم‌کنش‌های غیرخطی تولید هماهنگ دوم و تولید اختلاف بسامد معرفی می‌گردد. سپس با استفاده از معادلات ماکسول، معادلات حاکم بر انتشار موج در محیط غیرخطی به‌دست آورده شده و فرآیند تولید هماهنگ دوم، در حالتی که پرتوی گاؤسی فرودی به صورت نرده‌ای و برداری در نظر گرفته شده است، بررسی می‌شود. همچنین برای پرتوی گاؤسی برداری، طرح شدت هماهنگ دوم تولید شده از نور فرودی با قطبش‌های خطی، دایروی و بیضوی، شبیه‌سازی شده است.

در مطالعه‌ی فرآیند تولید اختلاف بسامد، معادلات جفت شده‌ی این برهم‌کنش، در شرط جورشدگی فازی کامل، برای هر دو نمایه‌ی یاد شده، به صورت عددی حل می‌شود. سپس با شبیه‌سازی این فرآیند برای پرتوهای گاؤسی و بسل - گاؤسی، تغییرات ضریب تبدیل در شرایط مختلف، مورد بررسی قرار می‌گیرد. در انتها مقایسه‌ای بین ضرایب تبدیل تولید اختلاف بسامد برای هر دو نمایه، در حالتی که محیط غیرخطی، بلور  $AgGaS_2$  است، صورت می‌پذیرد.

**کلید واژه‌ها:** تولید هماهنگ دوم، تولید اختلاف بسامد، پرتوی گاؤسی، پرتوی بسل - گاؤسی، ضریب تبدیل

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان

### فصل اول: نورشناخت غیر خطی

- ۱-۱ مقدمه ای بر نورشناخت غیر خطی ..... ۱
- ۱-۱-۱ پذیرفتاری غیر خطی ..... ۲
- ۲-۱ توصیف فرآیندهای غیر خطی ..... ۴
- ۱-۲-۱ فرآیند تولید هماهنگ دوم ..... ۴
- ۲-۲-۱ تولید مجموع بسامد و اختلاف بسامد ..... ۶
- ۳-۱ معادلات ماکسول در محیط غیر خطی ..... ۸
- ۱-۳-۱ معادله موج محوری ..... ۱۰
- ۴-۱ جورشدهگی فازی ..... ۱۱

### فصل دوم: انتشار موج در محیط غیر خطی

- ۱-۲ معادلات جفت شده موج در محیط غیر خطی ..... ۱۴
- ۲-۲ معادلات جفت شده موج در فرآیند تولید هماهنگ دوم ..... ۱۶
- ۳-۲ معادلات جفت شده موج در فرآیند تولید اختلاف بسامد ..... ۱۸
- ۱-۳-۲ حل معادلات جفت شده ی تولید اختلاف بسامد در جورشدهگی فازی ..... ۲۱

### فصل سوم: بررسی انتشار پرتوی گاوسی در محیط غیر خطی

- ۱-۳ توصیف پرتوهای گاوسی نرده ای ..... ۲۳
- ۲-۳ تولید هماهنگ دوم از پرتوی گاوسی نرده ای ..... ۲۶
- ۱-۲-۳ رهیافت نخست: بهینه سازی توان هماهنگ دوم ..... ۲۷
- ۲-۲-۳ رهیافت دوم: حل معادلات جفت شده موج در محیط غیر خطی ..... ۳۶
- ۳-۳ تولید هماهنگ دوم با پرتوی گاوسی برداری ..... ۳۸
- ۱-۳-۳ مؤلفه های میدان هماهنگ دوم ..... ۴۱

عنوان	صفحه
توزیع فضایی شدت مؤلفه های میدان هماهنگ دوم.....	۴۳-۳-۲
حل عددی معادلات جفت شده ی فرآیند تولید اختلاف بسامد.....	۴۷-۳-۴
روش رانگ کوتای مرتبه چهارم.....	۴۸-۳-۴-۱
ضریب بهره فرآیند تولید اختلاف بسامد.....	۵۰-۳-۴-۲
مشخصات بلور $AgGaS_2$ .....	۵۱-۳-۴-۳
نمودارها و نتایج.....	۵۲-۳-۴-۴

### فصل چهارم: بررسی انتشار پرتوی بسل - گاؤسی در محیط غیر خطی

پرتوی بسل.....	۵۶-۴-۱
پرتوی بسل - گاؤسی.....	۵۷-۴-۲
حل عددی معادلات جفت شده تولید اختلاف بسامد و طرح توزیع شدت آن با موج بسل - گاؤسی.....	۶۴-۴-۳
تغییر ضریب بهره تولید اختلاف بسامد در تقریب پرتوی دمش ثابت.....	۶۷-۴-۳-۱
تغییرات ضریب بهره تولید اختلاف بسامد در تقریب تخلیه دمش در محیط.....	۶۹-۴-۳-۲
تغییر ضریب بهره تولید اختلاف بسامد با پارامترهای مؤثر.....	۷۱-۴-۳-۳
جمع بندی نتایج.....	۷۵
پیشنهادها.....	۷۷
پیوست.....	۷۸
منابع و مأخذ.....	۸۷



## فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۳.....	شکل ۱-۱ (الف) پاسخ خطی (ب) پاسخ غیرخطی محیط در حالت پایا.....
۴.....	شکل ۱-۲ طرحواره ای از پدیده تولید هم‌هنگ دوم.....
۵.....	شکل ۱-۳ طرحواره انتقال انرژی در هم‌هنگ دوم.....
۷.....	شکل ۱-۴ (الف) طرحواره تولید مجموع بسامد (ب) تشریح تبدیل انرژی در تولید مجموع بسامد.....
۸.....	شکل ۱-۵ (الف) طرحواره ای از فرآیند تولید اختلاف بسامد (ب) نمودار تبدیل انرژی اختلاف بسامد.....
۱۳.....	شکل ۱-۶ رفتار ضریب شکست عادی و غیرعادی برای بلور تک محوری منفی.....
۲۰.....	شکل ۲-۱ تغییرات مکانی دامنه های $E_s, E_i$ در شرایط $\Delta k = 0$ و تقریب دم‌ش ثابت برای فرآیند تولید اختلاف بسامد.....
۲۴.....	شکل ۳-۱ توزیع دامنه ی میدان پرتوی گاوسی.....
۲۵.....	شکل ۳-۲ گشودگی دو پرتوی گاوسی با پهنای متفاوت.....
۲۵.....	شکل ۳-۳ تغییرات شعاع پرتو و انحنای جبهه موج در مکان Z.....
۲۶.....	شکل ۳-۴ ارتباط بین پارامتر هم کانون و کمر پرتو.....
۲۸.....	شکل ۳-۵ پرتوی گاوسی کانونی شده در مکان $f$ درون بلوری به طول $l$ .....
۳۵.....	شکل ۳-۶ مقدار بهینه تابع $h$ در شرط جورشدگی فازی برحسب $\xi$ برای مقادیر مختلف پارامتر دوشکستی $B$ .....
۳۶.....	شکل ۳-۷ تغییر $h$ به عنوان تابعی از موقعیت کانون پرتو در بلور برای مقادیر $\xi = 2.8$ , $B = 0$ و $\xi = 1.7$ , $B = 2$ .....
۴۰.....	شکل ۳-۸ (الف) پیکربندی (۱): کانون پرتو در مرکز بلور، (ب) پیکربندی (۲): کانون پرتو در لبه ی بلور.....
۴۳.....	شکل ۳-۹ شدت مؤلفه $E_{xx}^{2\omega}$ با فرض قطبیدگی خطی برای پرتوی فرودی.....
۴۴.....	شکل ۳-۱۰ شدت مؤلفه $E_{xz}^{2\omega}$ با قطبیدگی خطی برای پرتوی فرودی.....
۴۴.....	شکل ۳-۱۱ شدت مؤلفه $E_{zz}^{2\omega}$ با فرض قطبیدگی خطی برای پرتوی فرودی.....
۴۵.....	شکل ۳-۱۲ شدت مؤلفه $E_{xz}^{2\omega}$ با فرض قطبیدگی دایروی برای نور فرودی.....

- شکل ۳-۱۳ شدت مؤلفه  $E_{zz}^{2\omega}$  با فرض قطبیدگی دایروی برای پرتوی فرودی..... ۴۶
- شکل ۳-۱۴ شدت مؤلفه  $E_{xz}^{2\omega}$  با فرض قطبیدگی بیضوی برای پرتوی فرودی..... ۴۶
- شکل ۳-۱۵ شدت مؤلفه  $E_{zz}^{2\omega}$  با فرض قطبیدگی بیضوی برای پرتوی فرودی..... ۴۷
- جدول ۳-۱ ضرایب معادلات سلمایر بلور  $AgGaS_2$ ..... ۵۱
- شکل ۳-۱۶ تغییر ضریب بهره به ازای تغییرات طول موج سیگنال در تقریب دمش ثابت و ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، دمش و آیدلر..... ۵۲
- شکل ۳-۱۷ تغییر ضریب بهره به ازای تغییرات طول موج سیگنال در تقریب دمش ثابت و بلور AGS..... ۵۳
- شکل ۳-۱۸ تغییر ضریب بهره به ازای تغییرات طول موج سیگنال در حالت تخلیه دمش و ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، دمش و آیدلر..... ۵۴
- شکل ۴-۱ (الف) طرح شدت پرتوی بسل مرتبه ی صفر (ب) بسل مرتبه ی اول ( هر دو پرتو بردار انتشار یکسانی دارند)..... ۵۶
- شکل ۴-۲ طرحواره ای از هندسه ی پرتوی بسل- گاوسی..... ۵۸
- شکل ۴-۳ طرح شدت پرتوی بسل- گاوسی مرتبه صفر در  $\rho$  کوچکتر از  $\theta_G$ ..... ۵۹
- شکل ۴-۴ طرح شدت پرتوی بسل- گاوسی مرتبه صفر در  $\rho$  بزرگتر از  $\theta_G$ ..... ۶۰
- شکل ۴-۵ تغییر گستردگی عرضی پرتوی بسل- گاوسی مرتبه صفر با افزایش  $w_0$  در  $\rho$  ثابت..... ۶۱
- شکل ۴-۶ طرحی ساده از مسیر انتشار نور در یک عدسی مخروطی..... ۶۳
- شکل ۴-۷ طرح شدت پرتوی آیدلر بسل- گاوسی مرتبه صفر تولید شده در انتهای محیط غیرخطی..... ۶۵
- شکل ۴-۸ طرح شدت موج آیدلر با استفاده از پرتوی بسل- گاوسی مرتبه اول..... ۶۶
- شکل ۴-۹ طرح شدت موج آیدلر با استفاده از پرتوی بسل- گاوسی مرتبه دوم..... ۶۶
- شکل ۴-۱۰ پرتوی بسل- گاوسی مرتبه صفر: تغییر ضریب بهره بر حسب تغییر طول موج سیگنال در تقریب دمش ثابت و با فرض ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، آیدلر و دمش..... ۶۷
- شکل ۴-۱۱ پرتوی بسل- گاوسی مرتبه اول: تغییر ضریب بهره بر حسب تغییر طول موج سیگنال در تقریب دمش ثابت و با فرض ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، آیدلر و دمش..... ۶۸

## عنوان

## صفحه

- شکل ۴-۱۲ پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه دوم: تغییر ضریب بهره بر حسب تغییر طول موج سیگنال در تقریب دمش ثابت و با فرض ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، آیدلر و دمش ..... ۶۸
- شکل ۴-۱۳ پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه صفر: تغییر ضریب بهره بر حسب تغییر طول موج سیگنال در تقریب پرتوی دمش ثابت در بلور  $AgGaS_2$  ..... ۶۹
- شکل ۴-۱۴ پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه صفر: تغییر ضریب بهره بر حسب تغییر طول موج سیگنال در تخلیه پرتوی دمش و ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، آیدلر و دمش ..... ۷۰
- شکل ۴-۱۵ پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه اول: تغییر ضریب بهره بر حسب تغییر طول موج سیگنال در تخلیه پرتوی دمش و ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، آیدلر و دمش ..... ۷۰
- شکل ۴-۱۶ تغییرات ضریب بهره به ازای کاهش پهنای پرتوی سیگنال برای پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه صفر در طول موج ۸۰۶ نانومتر ..... ۷۱
- شکل ۴-۱۷ تغییر ضریب بهره تولید اختلاف بسامد به ازای تغییر اندازه لکه پرتوی سیگنال با طول موج ۸۰۶ نانومتر، برای پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه صفر در بلور  $AgGaS_2$  ..... ۷۲
- شکل ۴-۱۸ پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه صفر: تغییرات ضریب بهره به ازای افزایش  $\varphi$  در طول موج ۸۰۶ نانومتر و اندازه لکه یک میلی متر در تقریب دمش ثابت و با فرض ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، دمش و آیدلر ..... ۷۳
- شکل ۴-۱۹ پرتوی بسل- گاؤسی مرتبه اول: تغییرات ضریب بهره به ازای افزایش  $\varphi$  در طول موج ۸۰۶ نانومتر و اندازه لکه یک میلی متر در تقریب دمش ثابت و با فرض ضریب شکست یکسان برای امواج سیگنال، دمش و آیدلر ..... ۷۳

## فهرست جدول‌ها

صفحه

عنوان

جدول ۳-۱ ضرایب معادله سلمایر بلور  $AgGaS_2$  ..... ۵۱

## فصل اول

### نورشناخت غیرخطی

جهان ما ذاتاً دنیایی غیرخطی است چرا که پاسخ سیستم‌های فیزیکی واقعی، دقیقاً متناسب با محرک سیستم نمی‌باشد. انحراف از خطی بودن ممکن است بسیار ناچیز باشد، مخصوصاً هنگامی که محرک سیستم ضعیف باشد. در اپتیک یکی از موضوعات مورد علاقه، پاسخ اتم‌ها و مولکول‌ها به میدان الکترومغناطیسی اعمال شده به ماده می‌باشد [۱].

#### ۱-۱ مقدمه ای بر نورشناخت غیر خطی

نورشناخت خطی به توصیف پدیده‌هایی می‌پردازد که در شدت نور به قدر کافی کم مشاهده می‌شوند. منابع نور معمولی، شدت نسبتاً کمی دارند و با ماده به طور خطی برهم‌کنش می‌کنند. رنگین‌کمان، نمونه‌ای از پدیده‌های خطی به شمار می‌آید. نورشناخت غیرخطی، مطالعه‌ی پدیده‌هایی است که در نتیجه‌ی تغییر ویژگی‌های نوری ماده، به علت حضور نور رخ می‌دهد. اختراع لیزرها در دهه‌ی ۱۹۶۰ میلادی عرصه‌ی جدیدی از نورشناخت را به وجود آورد، چرا که دسترسی به شدت‌های بسیار بالا را امکان‌پذیر ساخت و به این

ترتیب زمینه‌ی پژوهش در حوزه‌ی نورشناخت غیرخطی فراهم آمد. همچنین پدیده‌های بسیاری حاصل از اثرات غیرخطی کشف شدند. از آن جمله می‌توان فرآیند تولید هماهنگ دوم<sup>۱</sup> را نام برد که اولین بار در بلور کوآرتز مشاهده شد. برای درک برهم‌کنش بین نور و ماده، لازم بود مدلی که قادر به توصیف پدیده‌های مشاهده شده می‌باشد، معرفی شود. ساده‌ترین مدل، مدل نوسان الکترونی یا مدل لورنتس یک اتم است. در این مدل، فرض می‌شود که الکترون‌ها توسط فنرهایی به اتم‌ها متصل هستند. اثرات غیرخطی که در مواد غیرخطی ایجاد می‌شوند، توسط مدل لورنتس قابل درک هستند. میدان الکتریکی نوسانی تکفام، نوسانات دوقطبی را در بسامد مشابه با میدان القا کرده، که جابه‌جایی الکترون‌ها را به قطبش مواد دی‌الکتریک مرتبط می‌کند. دوقطبی الکتریکی نوسانی در برگشت، میدان الکترومغناطیسی جدیدی تابش می‌کند. حضور اثرات غیرخطی به شدت نور و توانایی‌های مواد در ایجاد و تقویت پاسخ غیرخطی، بستگی دارد [۲].

### ۱-۱-۱ پذیرفتاری<sup>۲</sup> غیرخطی

هنگامی که دوقطبی الکتریکی ایجاد شده در محیط، بسطی از بردار میدان الکتریکی باشد، آنگاه قطبشی که در محیط القا می‌شود به صورت زیر خواهد بود [۳]:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \left( \chi^{(1)} \mathbf{E} + \chi^{(2)} \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \right) \quad (1-1)$$

در اینجا  $\varepsilon_0$ ، گذردهی خلأ و  $\chi^{(i)}$ ها، تانسور پذیرفتاری محیط، نامیده می‌شوند. اولین جمله‌ی این بسط قطبش خطی نام دارد و جملات بعدی بسط، به عنوان قطبش غیرخطی شناخته شده‌اند که به ترتیب قطبش مرتبه دوم و قطبش مرتبه سوم و الخ نامیده می‌شوند. تانسور پذیرفتاری مرتبه دوم دارای ۲۷ عنصر می‌باشد که با توجه به تقارن‌های جایگشت ذاتی<sup>۳</sup> و تقارن کلینمن<sup>۴</sup> و تقارن در محیط بدون اتلاف و حقیقی بودن میدان‌ها<sup>۵</sup>، عناصر مستقل آن کاهش یافته و به صورت تانسور ضرایب غیرخطی بیان می‌شود:

$$d_{ijk}^{(2)} = \frac{1}{2} \chi_{ijk}^{(2)} \quad (2-1)$$

بنابراین قطبش مرتبه‌ی دوم را می‌توان به شکل زیر نیز نوشت [۲]:

<sup>۱</sup> Second Harmonic Generation (SHG)

<sup>۲</sup> Susceptibility

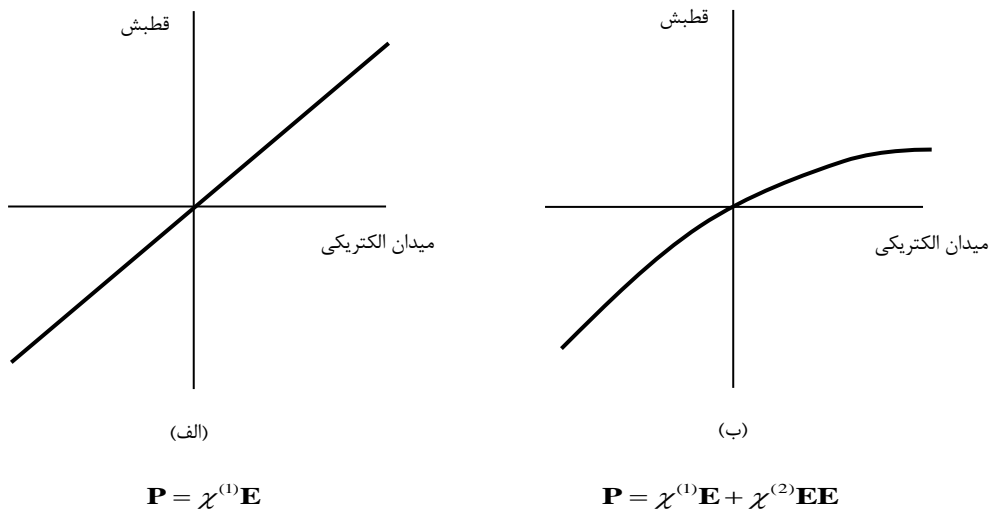
<sup>۳</sup> Intrinsic permutation symmetry

<sup>۴</sup> Kleinman's symmetry

<sup>۵</sup> Reality of the fields

$$P_i^{(2)} = 2\varepsilon_0 \sum_{jk} d_{ijk}^{(2)} E_j^\omega E_k^\omega \quad (3-1)$$

از رابطه‌ی بین قطبش و میدان الکتریکی مشخص است که ممکن است سمتگیری قطبش القا شده در محیط، متفاوت از میدان الکتریکی اعمالی باشد [۴]. در شکل (۱-۱) پاسخ خطی و غیرخطی محیط به میدان الکتریکی، نشان داده شده است.



شکل ۱-۱ (الف) پاسخ خطی (ب) پاسخ غیرخطی محیط در حالت پایا

قطبش مرتبه‌ی دوم و سوم، هر یک منجر به برهم کنش‌های غیرخطی مرتبه‌ی دو و سه می‌شوند:

$$P^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E} \mathbf{E} \quad (4-1)$$

$$P^{(3)} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} \mathbf{E} \mathbf{E} \mathbf{E} \quad (5-1)$$

به طور مثال پذیرفتاری غیرخطی مرتبه دوم، منشأ پدیده‌هایی از قبیل تولید هماهنگ دوم، تولید مجموع و اختلاف بسامد، اثرات الکترواپتیکی خطی<sup>۱</sup> و یکسوسازی اپتیکی<sup>۲</sup> می‌باشد. پذیرفتاری غیرخطی مرتبه سوم نیز به عنوان منشأ رخدادهایی مانند تولید هماهنگ سوم<sup>۳</sup>، اثرات الکترواپتیکی مرتبه دوم، پراکندگی ریلی<sup>۴</sup> و جذب دو-فوتونی<sup>۵</sup> شناخته شده است [۵].

<sup>۱</sup> Linear electro-optic effect

<sup>۲</sup> Optical Rectification (OR)

<sup>۳</sup> Third Harmonic Generation

<sup>۴</sup> Rayleigh scattering

<sup>۵</sup> Two-Photon Absorption

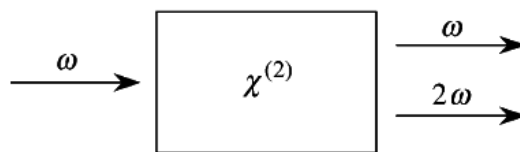
در مجموع تمامی مواد، دارای خواص غیرخطی هستند. برهم کنش‌های غیرخطی مرتبه‌ی دوم، در محیط‌هایی رخ می‌دهد که دارای ویژگی تقارن معکوس<sup>۱</sup> نباشند. در حالی که برهم کنش‌های غیرخطی مرتبه‌ی سوم، هم در محیط‌های با تقارن مرکزی و هم غیر مرکزی، رخ می‌دهند. به طور کلی، پذیرفتاری غیرخطی وابسته به بسامد میدان وارد شده به محیط می‌باشد. در لیزرهای با توان بسیار بالا، پذیرفتاری غیرخطی مرتبه‌ی سوم، نقش قابل توجهی داراست [۶].

## ۲-۱ توصیف فرآیندهای غیرخطی

در این بخش، تعدادی از فرآیندهای غیرخطی را به طور مختصر توضیح می‌دهیم. به طور کلی این فرآیندها در محیط بدون اتلاف رخ می‌دهند. همچنین تعدادی از مفاهیم کلی را بیان می‌نماییم.

### ۱-۲-۱ فرآیند تولید هماهنگ دوم

به عنوان یکی از فرآیندهای غیرخطی، تولید هماهنگ دوم را معرفی می‌نماییم، که در شکل (۲-۱) این برهم کنش نشان داده شده است.



شکل ۲-۱ طرحواره‌ای از پدیده تولید هماهنگ دوم

میدان لیزر پرشدتی که به محیط غیرخطی با تانسور پذیرفتاری مرتبه دوم غیر صفر وارد می‌شود، عبارت است از:

$$\tilde{E}(t) = Ee^{-i\omega t} + c.c. \quad (۶-۱)$$

قطبش غیرخطی مرتبه‌ی دوم که در محیط به وجود می‌آید، مطابق رابطه‌ی قطبش، به شکل زیر بیان می‌شود:

<sup>۱</sup> Inversion symmetry



$$\tilde{P}^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \tilde{E}^2(t) \quad (7-1)$$

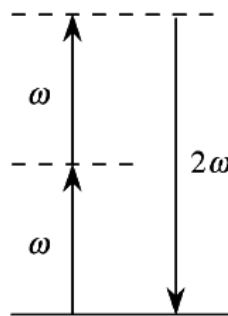
با قرار دادن رابطه‌ی (۵-۱) در (۶-۱)، قطبش به دست می‌آید:

$$\tilde{P}^{(2)}(t) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} EE^* + (\varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2 e^{-2i\omega t} + c.c.) \quad (8-1)$$

همان‌طور که مشاهده می‌شود، قطبش مرتبه دوم شامل جمله‌ای با بسامد صفر و جمله‌ای با بسامد  $2\omega$  می‌باشد. بعداً خواهیم دید که جمله‌ی دوم با قرار گرفتن در معادله موج، عامل تولید کننده‌ی هماهنگ دوم است. اما جمله‌ی اول از آنجایی که مشتق دوم زمانی آن صفر می‌شود، از بین رفته و تابش میدان الکترومغناطیسی نخواهد داشت.

تحت شرایط مناسب آزمایشگاهی، تولید هماهنگ دوم می‌تواند بسیار کارآمد باشد و بیشتر توان پرتوی ورودی را که در بسامد  $\omega$  است، به تابش هماهنگ دوم در بسامد  $2\omega$  تبدیل نماید. یکی از استفاده‌های معمولی هماهنگ دوم، تبدیل بیناب یک لیزر به ناحیه‌ی متفاوت می‌باشد. به عنوان مثال بیناب لیزر Nd:YAG در اثر پدیده هماهنگ دوم از ناحیه فروسرخ به ناحیه دیدگانی تبدیل می‌شود [۷].

تولید هماهنگ دوم می‌تواند به صورت از بین رفتن دو فوتون در بسامد  $\omega$  و به وجود آمدن همزمان یک فوتون در بسامد  $2\omega$ ، همان‌طور که در شکل نشان داده شده است، تصور شود. در شکل (۳-۱)، خط‌چین‌ها ترازهای مجازی انرژی می‌باشند. این ترازها حالت واقعی انرژی در اتم را نشان نمی‌دهند بلکه ترکیبی از این ترازها می‌تواند یک تراز انرژی را بیان کند.



شکل ۳-۱ طرحواره انتقال انرژی در هماهنگ دوم

### ۱-۲-۲ تولید مجموع بسامد<sup>۱</sup> و اختلاف بسامد<sup>۲</sup>

در این بخش میدان الکتریکی وارد شده به محیط با تانسور پذیرفتاری مرتبه دوم غیرصفر، شامل دو مؤلفه‌ی بسامدی متفاوت به صورت زیر است:

$$\tilde{E}(t) = E_1 e^{-i\omega_1 t} + E_2 e^{-i\omega_2 t} + c.c. \quad (9-1)$$

قطبش غیرخطی مرتبه دوم نیز به صورت زیر می‌باشد:

$$\tilde{P}^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \tilde{E}^2(t)$$

بنابراین

$$\begin{aligned} \tilde{P}^{(2)}(t) = \varepsilon_0 \chi^{(2)} & \left( E_1^2 e^{-2i\omega_1 t} + E_2^2 e^{-2i\omega_2 t} + 2E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t} + 2E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t} + c.c. \right) \\ & + 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*) \end{aligned} \quad (10-1)$$

مناسب‌تر است برای بیان این نتیجه از نمادگذاری مقابل استفاده نماییم:

$$\tilde{P}^{(2)}(t) = \sum_n P(\omega_n) e^{-i\omega_n t} \quad (11-1)$$

که در اینجا جمع بر روی تمامی بسامدهای منفی و مثبت می‌باشد و  $P(\omega_n)$  دامنه قطبش غیرخطی است. از این رو دامنه‌های متناظر با هر برهم‌کنش غیرخطی با بسامد متفاوت به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{aligned} P(2\omega_1) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1^2 && \text{(SHG)} \\ P(2\omega_2) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_2^2 && \text{(SHG)} \\ P(\omega_1 + \omega_2) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2 && \text{(SFG)} \\ P(\omega_1 - \omega_2) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2^* && \text{(DFG)} \\ P(0) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} (E_1 E_1^* + E_2 E_2^*) && \text{(OR)} \end{aligned} \quad (12-1)$$

اگر بسامدهای منفی هم در نظر گرفته شوند، داریم:

$$\begin{aligned} P(-2\omega_1) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1^{*2} \\ P(-2\omega_2) &= \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_2^{*2} \\ P(\omega_2 - \omega_1) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_2 E_1^* \\ P(-\omega_1 - \omega_2) &= 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1^* E_2^* \end{aligned} \quad (13-1)$$

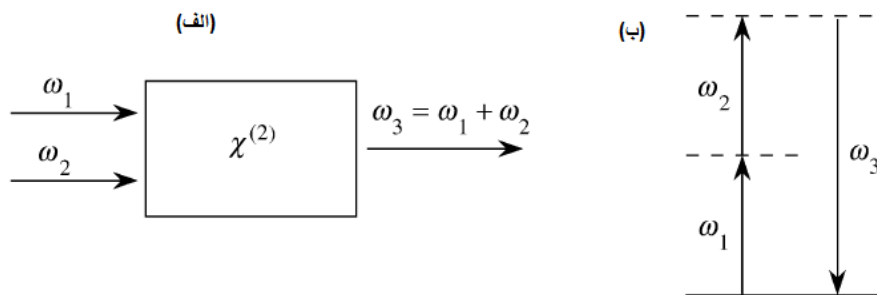
<sup>۱</sup> Sum Frequency Generation (SFG)

<sup>۲</sup> Difference Frequency Generation (DFG)

در معادله‌ی (۱-۱۰)، قطبش غیرخطی دارای چهار بسامد متفاوت می‌باشد. ولی تمامی این مؤلفه‌های بسامدی تولید شده در اینجا، شدت قابل توجهی در برهم‌کنش غیرخطی ندارند. دلیل این رفتار این است که قطبش غیرخطی در شرایطی که جورشدگی فازی وجود داشته باشد، می‌تواند بهره خوبی در خروجی تولید کند. اما معمولاً برقراری شرط جورشدگی فازی برای تمامی مؤلفه‌های بسامدی قطبش غیرخطی، امکان پذیر نمی‌باشد. با توجه به رابطه (۱-۱۲)، دامنه مختلط قطبش غیرخطی برای فرآیند تولید مجموع بسامد به صورت زیر می‌باشد:

$$P(\omega_1 + \omega_2) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2 \quad (14-1)$$

در بسیاری از موارد تولید مجموع بسامد، شبیه تولید هماهنگ دوم می‌باشد با این تفاوت که بسامد پرتوهای وارد شده به محیط با یکدیگر فرق دارند. یکی از کاربردهای تولید مجموع بسامد، در تولید تابش کوک پذیر در ناحیه‌ی بینایی فرابنفش می‌باشد. در شکل زیر، طرحواره‌ای از این فرآیند نشان داده شده است.



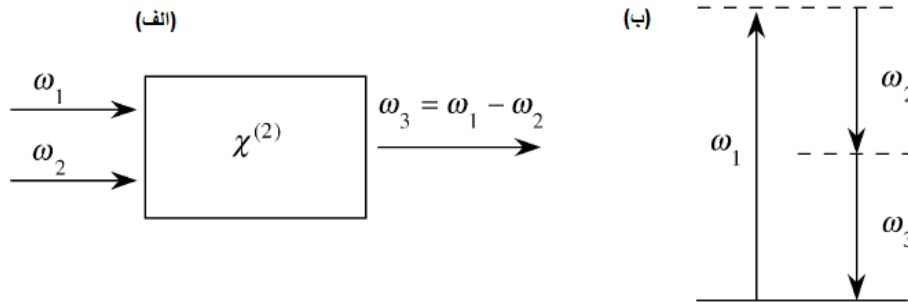
شکل ۱- ۴ (الف) طرحواره تولید مجموع بسامد (ب) تشریح تبدیل انرژی در تولید مجموع بسامد

همچنین قطبش غیرخطی در تولید اختلاف بسامد به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P(\omega_1 - \omega_2) = 2\varepsilon_0 \chi^{(2)} E_1 E_2^* \quad (15-1)$$

در این حالت بسامد موجی که در محیط تولید می‌شود با اختلاف بسامدهای امواجی که وارد محیط می‌شوند، برابر است. تولید اختلاف بسامد برای ایجاد تابش کوک پذیر در ناحیه‌ی فروسرخ استفاده می‌شود. به این ترتیب که یک لیزر با بسامد کوک پذیر در ناحیه‌ی دیدگانی با لیزر دیگری با بسامدی متفاوت، در آمیخته می‌شوند [۷]. اگرچه در ابتدا به نظر می‌رسد که تولید مجموع بسامد و تولید اختلاف بسامد فرآیندهای مشابهی هستند اما تفاوتی عمده دارند. در نمودار انرژی می‌بینیم که برای تبدیل انرژی و ایجاد فوتونی با اختلاف بسامد، می‌بایست فوتون ورودی با بسامد بالاتر از بین رفته و به یک فوتون ورودی با بسامد پایین‌تر تبدیل شود. بنابراین میدان ورودی در بسامد پایین‌تر نیز در این فرآیند تقویت می‌شود. به همین دلیل تولید اختلاف بسامد، به نام تقویت

پارامتریک نوری<sup>۱</sup> نیز شناخته می‌شود. همان طوری که در شکل (۵-۱) نشان داده شده است، نابودی یک فوتون در بسامد  $\omega_1$  منجر به تولید دو فوتون در بسامدهای  $\omega_2$  و  $\omega_3$  می‌شود [۲].



شکل ۵-۱ (الف) طرحواره‌ای از فرآیند تولید اختلاف بسامد (ب) نمودار تبدیل انرژی اختلاف بسامد

### ۳-۱ معادلات ماکسول در محیط غیرخطی

انتشار نور در خلأ و یا در یک محیط مادی، می‌تواند توسط یک موج عرضی توصیف شود. مؤلفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی نوسانی، پاسخی برای معادلات ماکسول می‌باشد. همچنین قطبشی که در محیط توسط نور ورودی القا می‌شود، از این معادلات پیروی می‌کند. معادلات ماکسول در روابط (۱۶-۱) بیان شده‌اند [۲، ۸].

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (16-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

روابط زیر بین بردار جابه‌جایی الکتریکی و چگالی جریان الکتریکی برقرار است که در رابطه (۱۸-۱)،  $\sigma$  رسانندگی محیط می‌باشد:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (17-1)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (18-1)$$

<sup>۱</sup> Optical Parametric Amplification