دانشگاه سمنان

دانشکده مهندسی شیمی، نفت و گاز

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی شیمی گرایش جداسازی

مدل‌سازی جریان سیال در محیط متخلخل به روش اتوماتای سلولی

محبوبه ارچین

استاد راهنما

دکتر بهنام خوش اندام

اسفند ۱۳۹۲

چکیده

روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی جریان در محیط متخلخل وجود دارد. در این میان، نتایج قابل قبولی از مدل‌های شبکه‌ای به‌دست آمده است. یکی از این مدل‌ها، روش اتوماتای سلولی می‌باشد. در این تحقیق، روش خاصی از اتوماتای سلولی به نام مدل FHP برای مدل‌سازی جریان در محیط متخلخل مورد استفاده قرار گرفته است. برای انجام این کار، ابتدا محیط‌های متخلخل با قرار دادن موانعی با اشکال مختلف، در مسیر جریان، درون یک کانال شبیه‌سازی و سپس جریان سیال در این محیط‌ها با استفاده از مدل FHP مدل‌سازی شده است. یکی از پارامترهای مهم در این زمینه، نفوذپذیری محیط متخلخل می‌باشد. با استفاده از مدل ارائه شده، نفوذپذیری برای هر محیط متخلخل مدل‌سازی شده، در دسترس است. اثرات پارامترهای، تخلخل، پیچ و خم و اندازه‌ی موانع بر روی نفوذپذیری محیط مورد بررسی قرار گرفت. نتایج به دست آمده در این کار، با روابط تئوری موجود برای نفوذپذیری، مقایسه شد. مشاهدات بیانگر تطابق خوبی بین نتایج به‌دست آمده و این روابط می‌باشد. علاوه بر این، مدل‌سازی گرافیکی جریان با استفاده از این مدل، ارائه شده است، که نحوه‌ی عبور سیال از میان محیط متخلخل را نشان می‌دهد.

کلید واژه ها: اتوماتای سلولی، جریان در محیط متخلخل، محیط متخلخل، مدل FHP، نفوذپذیری

با تشکر و سپاس فراوان از استاد بزرگوارم

جناب آقای دکتر بهنام خوش اندام

که مرا در ارائه این پروژه بسیار یاری نمودند.

فهرست مطالب

مقدمه ۱

فصل اول جریان سیال در محیط متخلخل ۵

۱-۱- مقدمه ۵

۱-۲- محیط متخلخل ۶

۱-۳- تخلخل ۶

۱-۴- نفوذپذیری ۷

۱-۵- معادله‌ی نفوذپذیری ۸

۱-۶- قانون دارسی ۹

۱-۷- جریان خطی سیالات تراکم ناپذیر ۱۰

فصل دوم اتوماتای سلولی و مدل‌سازی جریان در محیط متخلخل ۷

۲-۱- تاریخچه اتوماتای سلولی ۷

۲-۲- تئوری اتوماتای سلولی ۱۹

۲-۲-۱-شبکه ۲۰

۲-۲-۲-سلول ۲۲

۲-۲-۳-همسایگی ۲۲

۲-۲-۴-قوانین اتوماتای سلولی ۲۳

۲-۲-۵-شرایط مرزی ۲۵

۲-۳- مدل‌های دینامیکی حرکت ذرات در CA ۲۶

۲-۳-۱-مدل HPP ۲۷

۲-۳-۲-مدل FHP ۳۰

۲-۴- معادله‌های ماکروسکوپی برای یک مدل ساده‌ی FHP ۳۲
۲-۴-۱- معادله‌های سینتیکی ۳۳
۲-۴-۲- معادله‌های بقاء ۳۵
۲-۴-۳- بسط چاپمن- انسکوگ ۳۸
۲-۵- معادلات گرانروی ۴۰
۲-۶- مدل‌سازی جریان سیال در محیط متخلخل ۴۱
فصل سوم بررسی مطالعات و کارهای گذشته ۴۵
۳-۱- مقدمه ۴۵
۳-۲- مروری بر کارهای انجام شده ۴۷
۳-۳- جمع بندی ۵۲
فصل چهارم تهیه‌ی کد ۵۳
۴-۱- مقدمه ۵۳
۴-۲- مدل‌سازی شبکه‌ی CA ۵۳
۴-۳- شبیه‌سازی محیط متخلخل ۵۵
۴-۴- شرایط مرزی و اولیه ۵۷
۴-۵- قوانین برخورد ۵۸
۴-۶- انتشار ذرات ۵۹
۴-۷- مقادیر نفوذپذیری ۵۹
فصل پنجم بحث و بررسی نتایج ۶۱
۵-۱- مقدمه ۶۱
۵-۲- شبیه‌سازی محیط متخلخل ۶۱
۵-۳- تغییرات پارامترها با زمان ۶۲

۵-۴- افت فشار ۶۵
۵-۵- اثر تخلخل بر نفوذپذیری محیط متخلخل ۶۶
۵-۶- اثر پیچ و خم ۶۸
۵-۷- موانع دایره‌ای ۷۲
۵-۸- شبیه‌سازی گرافیکی ۷۸
۵-۹- استقلال از شبکه ۸۳
نتیجه گیری ۸۵
پیوست‌ها ۸۷
منابع ۸۹

فهرست شکل‌ها

شکل (۲-۱) اتوماسیون بازی زندگی. ۱۵
شکل (۲-۲) یک شبکه اتوماتای سلولی دوبعدی ۲۱
شکل (۲-۳) در شبکه‌های هلالی مرزها حذف می‌شوند. ۲۱
شکل (۲-۴) حرکت اجزا در مرزها به صورت هلالی رخ می‌دهد. ۲۱
شکل (۲-۵) انواع سلول‌ها در اتوماتای سلولی ۲۲
شکل (۲-۶) انواع همسایگی در اتوماتای سلولی. ۲۳
شکل (۲-۷) انواع شرایط مرزی در اتوماتای سلولی ۲۶
شکل (۲-۸) نمایی از مدلHPP ۲۸
شکل (۲-۹) قوانین برخورد و حرکت در مدل HPP ۲۹
شکل (۲-۱۰) مدل HPP ۲۹
شکل (۲-۱۱) انتشار یک موج متراکم در توده‌ای از گاز با استفاده از مدل HPP. ۳۰
شکل (۲-۱۲) قوانین برخورد برای مدل‌های FHP ۳۱
شکل (۲-۱۳) انتشار یک موج متراکم در توده‌ای از یک گاز با استفاده از مدل FHP ۳۲
شکل (۲-۱۴) دو ساختار میکروسکوپی موفق در مدل FHP ۳۳
شکل (۲-۱۵) قوانین برخورد برای موانع افقی و عمودی. ۴۲
شکل (۴-۱) لینک‌ها در یک شبکه‌ی شش ضلعی. ۵۵
شکل (۴-۲) انواع موانع در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی محیط متخلخل. ۵۶
شکل (۴-۳) در ورودی کانال در تمامی لینک‌ها یک ذره وجود دارد. ۵۷
شکل (۴-۴) قوانین برخورد بین ذرات (مدل FHP I) ۵۸
شکل (۴-۵) اندازه‌گیری پارامترها برای تعیین نفوذپذیری محیط متخلخل. ۶۰
شکل (۵-۱) محیط متخلخل شبیه‌سازی شده ۶۲
شکل (۵-۲) محیط متخلخل شبیه‌سازی شده با موانع دایره‌ای، Ø=۰/۵۹۶۲ ..... ۶۳
شکل (۵-۳) تغییرات فشار ورودی و خروجی با زمان ۶۳

شکل (۵-۴) تغییرات سرعت خروجی با زمان. ۶۴
شکل (۵-۵) تغییرات گرانروی در بخش متخلخل با زمان. ۶۴
شکل (۵-۶) افت فشار در طول محیط متخلخل ۶۵
شکل (۵-۷) اثر تخلخل بر نفوذپذیری برای موانع مستطیلی شکل در شبکه‌ای با ابعاد ۳۰۰×۱۰۰. ..... ۶۷
شکل (۵-۸) محیط متخلخل شبیه‌سازی شده با موانع دارای پیچ و خم ۶۸
شکل (۵-۹) اثر پیچ و خم بر نفوذپذیری برای محیط‌های با موانع دارای پیچ و خم در شبکه‌ای با ابعاد ۳۰۰×۱۰۰. ..... ۷۰
شکل (۵-۱۰) اثر تخلخل بر نفوذپذیری محیط‌های با موانع دارای پیچ و خم ۷۲
شکل (۵-۱۱) محیط متخلخل شبیه‌سازی شده در یک شبکه‌ی ۳۰۰×۳۰۰ ..... ۷۳
شکل (۵-۱۲) محیط متخلخل شبیه‌سازی شده در یک شبکه‌ی ۳۰۰×۳۰۰..... ۷۳
شکل (۵-۱۳) محیط متخلخل شبیه‌سازی شده در یک شبکه‌ی ۳۰۰×۳۰۰..... ۷۴
شکل (۵-۱۴) محیط متخلخل شبیه‌سازی شده در یک شبکه‌ی ۳۰۰×۳۰۰..... ۷۴
شکل (۵-۱۵) اثر تخلخل بر نفوذپذیری محیط‌های با موانع دایره‌ای..... ۷۶
شکل (۵-۱۶) نفوذپذیری به‌دست آمده برای ۳ نوع محیط متخلخل شبیه‌سازی شده با موانع دایره‌ای با شعاع r=۱۱. ..... ۷۸
شکل (۵-۱۷) تغییر خطوط جریان در اثر برخورد موانع..... ۷۹
شکل (۵-۱۸) گردابه‌های ایجاد شده در ناحیه‌ی ورودی قبل از محیط متخلخل..... ۸۰
شکل (۵-۱۹) شبیه‌سازی گرافیکی جریان سیال در محیط متخلخل در طول زمان ۸۲
شکل (۵-۲۰) توزیع چگالی ذرات در طول کانال. ۸۴

فهرست جدول‌ها

جدول (۲-۱) معادلات گرانروی سینماتیکی برای سه مدل FHP. ٤٠
جدول (۵-۱) نتایج مدل برای تأثیر تخلخل بر نفوذپذیری برای موانع مستطیلی. ٦٦
جدول (۵-۲) نتایج مدل برای تأثیر پیچ و خم بر نفوذپذیری برای موانع دارای پیچ و خم. ٦٩
جدول (۵-۳) نتایج مدل برای تأثیر تخلخل بر نفوذپذیری برای موانع دارای پیچ و خم. ٧١
جدول (۵-۴) نتایج شبیه‌سازی برای اثر تخلخل بر نفوذپذیری در موانع دایره‌ای شکل. ٧٥
جدول (۵-۵) اثر شعاع موانع بر نفوذپذیری در محیط متخلخلی با تخلخل Ø=۰/۶۹. ..... ٧٧
جدول (۵-۶) نتایج شبیه‌سازی برای بررسی اثر مش در موانع مستطیلی. ٨٣

علائم و اختصارات

α	Cement exclusion factor	فاکتور چسبندگی
α_c	Volume fraction of the cementation	کسر حجمی چسبندگی
μ	Dynamic viscosity	گرانروی دینامیکی
ν	Kinematic viscosity	گرانروی سینماتیکی
τ	Tortuosity	پیچ و خم
$\emptyset$	Porosity	تخلخل
Γ	Flow zone indicator	شاخصه‌ی منطقه‌ی جریان
Σ_g	Grain surface area per unit volume of grains	مساحت سطح به حجم دانه‌ها
Ω_a	Collision term	عبارت برخورد
c_i, e_a	Unit vectors	بردارهای یکه
f_a	Particle distribution function	تابع توزیع ذرات

نفوذپذیری	Permeability	K
چگالی ذرات	Particle density	N
تعداد سلول‌های آزاد	Number of free cellules	n_{pore}
تعداد سلول‌های شبکه	Number of lattice cellules	N
فشار	Pressure	P
دبی جریان	Flow rate	Q
زمان	Time	T
سرعت سیال	Fluid velocity	U
سرعت متوسط سیال	Mean fluid velocity	$\mathbf{U}$
حجم توده	Bulk volume	V_B
حجم دانه‌های جامد	Grain volume	V_G
حجم خلل و فرج	Pore volume	V_P

مقدمه

بسیاری از کاربردهای مهندسی با جریان سیال در محیط متخلخل[1] روبرو هستند. برای برخی از فرایندهای صنعتی مانند ازدیاد برداشت نفت و بازسازی آب های زیر زمینی، برآورد مناسبی از جریان سیال، از منافع بزرگ اقتصادی و عملی می‌باشد (سهیمی، ۱۹۹۳). در دهه‌های اخیر، شبیه‌سازی‌های کامپیوتری به یک ابزار همه‌کاره برای آنالیز در محیط متخلخل تبدیل شده است. مدل‌های بسیاری برای پیش‌بینی خواص انتقال از هندسه[2]، اتصال، هدایت الکتریکی[3]، ساختار فضای خلل و فرج[4] و کمیت های زمین شناسی مربوط به محیط متخلخل توسعه داده شده‌اند (سینگ، ۲۰۰۰). در این میان نتایج بسیار خوبی از مدل‌های شبکه‌ای به‌دست آمده است.

اتوماتای سلولی[5] (CA) یک مدل ریاضی است که مطابق با فرایندهای بیولوژیکی به بررسی فرایندهای دیگر می‌پردازد. از زمان پیدایش این ایده در سال‌های پایانی ۱۹۴۰ میلادی تاکنون، این روش چندین بار و

[1] Porous media
[2] Geometry
[3] Connectivity
[4] Pore space structure
[5] Cellular automata

هر بار تحت نام‌های مختلفی نظیر ساختار شطرنجی[۶]، اتوماتای شطرنجی[۷]، ساختارهای همگن، ساختار سلولی[۸] و آرایه‌های تکرار شونده[۹] معرفی شده است. از دیدگاه ریاضیات محض، می‌توان آن را به عنوان شاخه-ای از دینامیک توپولوژیکی[۱۰]و از دیدگاه مهندسی برق به عنوان آرایه‌های تکرار شونده به شمار آورد. همچنین، به‌عنوان نوعی بازی کامپیوتری از دیدگاه کودکان دبستانی تعریف می‌شود (ولفرام، ۱۹۸۳).

برای تعریف اتوماتای سلولی به زبان ساده می‌توان گفت: اتوماتای سلولی شبکه‌ای است منظم و متناهی از سلول‌ها که رفتار این سلول‌ها بر پایه قوانین ساده و محلی استوار است. به این معنا که در تعیین مقدار جدید هر سلول، سلول‌هایی که در همسایگی وی هستند تأثیر گذار می‌باشند و سلول‌های دورتر تأثیری ندارند. هرکدام از این سلول‌ها در تعداد متناهی حالات تعریف شده قرار دارند و در هر لحظه با توجه به حالت خود و سلول‌های همسایه، از حالتی به حالت دیگر تبدیل می‌شوند (ولفرام، ۱۹۸۴).

به منظور به روز رسانی حالات سلول‌ها، انواع مختلفی از قوانین وجود دارد که سبب ایجاد انواع متفاوتی از اتوماتای سلولی می‌شود. یکی از مشکلات اتوماتای سلولی طراحی قوانینی است که بتواند عمل دلخواه ما را به درستی انجام دهد (ولفرام، ۱۹۸۴).

بسیاری از پدیده‌های موجود در طبیعت در عملکردشان از اتوماتای سلولی بهره گرفته‌اند. مانند الگوهای رنگی بر روی سطح برخی از صدف‌های دریایی. در این نوع صدف‌ها یاخته‌های رنگی (سلول‌هایی با توانایی تولید رنگ) بر روی یک نوار باریک در طول لبه صدف قرار دارند. هر یاخته‌ی رنگی، خود را بر اساس یاخته‌های اطراف خود به یک رنگ مشخص در می‌آورد و به مرور با رشد صدف الگوی رنگی تولید شده بر روی سطح صدف بالا می‌رود (ولفرام، ۱۹۸۳).

---

[6] Tessellation structures
[7] Tessellation automata
[8] Cellular structures
[9] Iteration arrays
[10] Topological Dynamics

مثال دیگر گیاهان هستند که مکانیسم تنفسی آن‌ها بر اساس یک اتوماتای سلولی می‌باشد. در گیاهان روزنه‌های روی هر برگ هم چون سلول‌های یک اتوماتای سلولی عمل می‌کنند (ولفرام، ۱۹۸۳).

روش اتوماتای سلولی برای مدل‌سازی بسیاری از پدیده‌های موجود در طبیعت نظیر حرکت یک حشره، حرکت دسته‌جمعی مورچه‌ها، حرکت باکتری‌ها در محلول‌ها، انتشار امواج، انتشار تومورهای سرطانی در بدن انسان و نیز پدیده‌های سینتیکی سیستم‌های شیمیایی، ساخت غشاها[11] و محیط‌های متخلخل به کار می‌رود (ولفرام، ۱۹۸۳).

هدف از این تحقیق، مدل‌سازی جریان سیال در محیط‌های متخلخل به روش اتوماتای سلولی می‌باشد. در فصل اول، اصول جریان سیال در محیط‌های متخلخل، تعاریف و روابط مربوط به آن بیان می‌شود. سپس در فصل دوم، اتوماتای سلولی و کاربرد آن در مدل‌سازی جریان در محیط متخلخل و مدل FHP برای مدل-سازی سیالات معرفی می‌گردد و در نهایت کاربرد و نحوه‌ی استفاده از این مدل در محیط‌های متخلخل شرح داده می‌شود. در فصل سوم، مروری بر مطالعات و پژوهش‌های انجام شده در این زمینه صورت می‌گیرد. در فصل چهارم، چگونگی برنامه‌نویسی کامپیوتری که به زبان Matlab نوشته شده، شرح داده می‌شود. فصل پنجم شامل، نمودارهای حاصل از مدل و تحلیل کیفی و کمی داده‌ها و تصاویر می‌باشد. در این فصل نتایج به‌دست آمده به تفصیل مورد بحث قرار می‌گیرد و در فصل آخر نتایج کلی تحقیق انجام شده ارائه می‌گردد.

[11] Membrane

فصل اول

جریان سیال در محیط متخلخل

۱-۱- مقدمه

جریان در محیط متخلخل بسیار پیچیده است و نمی‌توان آن را به وضوح جریان درون لوله و کانال‌ها توصیف کرد. اندازه‌گیری قطر و محاسبه‌ی ظرفیت جریان در لوله و کانال به صورت تابعی از فشار، نسبتاً ساده است. اما در محیط متخلخل مسیر اصلی جریان مشخص نیست و ابعاد آن قابل اندازه‌گیری نمی‌باشد (احمد، ۲۰۱۰).

آنالیز جریان سیال در محیط متخلخل طی سال‌ها، به صورت تحلیلی و تجربی، مطالعه شده است. فیزیک‌دانان، مهندسان، هیدرولوژیست‌ها و ... رفتار جریان در محیط متخلخل، در بازه‌ی مختلفی از مواد، از بسته‌های شنی تا شیشه‌های پیرکس، در آزمایشگاه بررسی نموده‌اند. و همچنین آن‌ها سعی بر این داشته‌اند تا نتایج را به نحوی فرمول‌بندی کنند، که بتوانند رفتار سیستم‌های مشابه را تحلیل و پیش‌بینی نمایند. (احمد، ۲۰۱۰).

۱-۲- محیط متخلخل

محیط متخلخل ماده‌ای حاوی خلل و فرج[۱۲] می‌باشد که بخش اسکلتی آن اغلب " ماتریس[۱۳]" یا " قالب[۱۴]" نامیده می شود. منافذ معمولاً با استفاده از یک سیال پر شده است. مواد اسکلتی معمولاً جامد هستند، اما ساختارهایی مانند فوم[۱۵] ها نیز اغلب با استفاده از مفهوم محیط متخلخل آنالیز می‌شوند. بسیاری از مواد طبیعی مانند سنگ‌ها، خاک (سفره‌های آب، مخازن نفتی)، زئولیت‌ها، بافت‌های بیولوژیکی (استخوان، چوب، چوب پنبه) و مواد ساخته شده نظیر سیمان و سرامیک می‌توانند به عنوان محیط متخلخل در نظر گرفته شوند. که در این‌صورت بسیاری از خواص مهم آن‌ها قابل توجیه می‌باشند (بیر و بچمت، ۱۹۹۰).

۱-۳- تخلخل[۱۶]

یک محیط متخلخل اغلب با تخلخل آن مشخص می‌شود. تخلخل یک محیط متخلخل با علامت Ø نشان داده شده و به صورت نسبت فضای خالی، یا حجم حفره به حجم کل توده‌ی سنگ تعریف می‌شود. این نسبت به صورت یک تابع یا به صورت درصد بیان می‌شود (احمد، ۲۰۱۰):

$$\emptyset = \frac{V_P}{V_B} \qquad (۱-۱)$$

که در آن $\emptyset$ تخلخل، V_P حجم خلل و فرج و V_B حجم کل می‌باشد.

مقدار تخلخل، بسته به نوع اندازه‌گیری مورد استفاده، معمولاً به صورت تخلخل کل یا مؤثر گزارش می‌شود. تخلخل کل یا مطلق، فضای خالی کل را بیان می‌کند. ممکن است یک سنگ، تخلخل مطلق

[12] Pore
[13] Matrix
[14] Frame
[15] foam
[16] porosity

قابل ملاحظه‌ای داشته باشد در حالی که قابلیت گذردهی سیال آن به علت فقدان ارتباط منافذ در حد صفر باشد. تخلخل مطلق در حالت کلی به صورت زیر بیان می‌شود (احمد، ۲۰۱۰):

$$\emptyset_a = \frac{(V_P)_t}{V_B} = \frac{V_B - V_G}{V_B} \qquad (۲-۱)$$

که در این رابطه $\emptyset_a$تخلخل مطلق، $(V_P)_t$ حجم کل خلل و فرج و V_G حجم دانه‌های جامد می-باشد.

تخلخل مؤثر، مقدار فضای خالی است که به جریان سیالات کمک می‌کند. این نوع تخلخل معمولاً در آزمایشگاه اندازه‌گیری شده و در محاسبات جریان سیال مورد استفاده قرار می‌گیرد (احمد، ۲۰۱۰):

$$\emptyset = \frac{(V_P)_i}{V_B} \qquad (۳-۱)$$

۱-۴- نفوذپذیری[۱۷]

نفوذپذیری (k)، خاصیتی از محیط متخلخل است که ظرفیت و توانایی محیط را برای انتقال سیالات اندازه‌گیری می‌کند. و به دلیل کنترل حرکت سیالات در جهت‌های مختلف و همچنین کنترل دبی جریان سیالات درون مخزن بسیار مهم می‌باشد. هنری دارسی[۱۸] اولین بار در سال ۱۸۵۶ این خاصیت سنگ را به صورت یک رابطه ریاضی، که اصطلاحاً قانون دارسی[۱۹] نامیده می‌شود، تعریف کرد. در این معادله، نفوذپذیری به صورت عباراتی از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری تعریف می‌شود(احمد، ۲۰۱۰).

[17] Permeability
[18] Henry Darcy
[19] Darcy's law

۱-۵- معادله‌ی نفوذپذیری

نفوذپذیری (k)، غالباً بر حسب پارامترهای مشخصه‌ی محیط متخلخل با استفاده از رابطه‌ی کونزی-کارمن[۲۰] که از آنالوژی[۲۱] دسته لوله‌های موئین هیدرولیکی استفاده می‌کند، بیان می‌شود. آمافول[۲۲] و همکارانش معادله‌ی کونزی-کارمن را به شکل مناسب‌تر بازنویسی کرده‌اند، که به‌صورت زیر ارائه می‌گردد (کیوان، ۲۰۱۱):

$$\sqrt{\frac{K}{\emptyset}} = \Gamma\left(\frac{\emptyset}{1-\emptyset}\right) \qquad (۴-۱)$$

که در آن K و $\emptyset$ به ترتیب نفوذپذیری و تخلخل هستند؛ $\sqrt{K/\emptyset}$ فاکتور اندازه (یا قطر) حفره‌ی لورت[۲۳] است و Γ یک پارامتر ذاتی است که آمافول و همکارانش آن را "شاخصه‌ی منطقه‌ی جریان[۲۴]" نامیدند و برابر است با (کیوان، ۲۰۱۱):

$$\Gamma = \left(\sum_g \sqrt{2\tau}\right)^{-1} \qquad (۵-۱)$$

که در آن Σ_g نشان دهنده‌ی مساحت سطح دانه‌ها (یا حفره‌ها) در واحد حجم دانه‌های موجود در المانی از توده‌ی محیط متخلخل است، τ نشان دهنده‌ی پیچ و خمی[۲۵] محیط متخلخل می‌باشد که به صورت نسبت طول متوسط مؤثر ظاهری لوله‌ی هیدرولیکی، به طول فیزیکی توده‌ی محیط متخلخل تعریف می شود. این جا، Γ پارامتر اتصال نامیده می‌شود، زیرا مقیاسی از اتصال فضای حفره‌ها است. Γ به طور ضمنی به تخلخل وابسته است، به این دلیل که سطح ویژه‌ی دانه‌ها و پیچ و خم به تخلخل بستگی دارند (کیوان، ۲۰۱۱).

[20] Konzey-Carman
[21] Analogy
[22] Amaefule
[23] Leverett
[24] Flow zone indicator
[25] tortuosity

معادله‌ی (۱-۴)، قطر متوسط حفره‌ها را، که با $\sqrt{K/\emptyset}$ نشان داده شده است، به صورت تابعی خطی از نسبت حجم حفره‌ها به حجم جامد $(\emptyset/1-\emptyset)$ بیان می‌کند. لازم به ذکر است که این معادله اثر چسبندگی را در نظر نمی‌گیرد. کیوان[۲۶] نشان داد که رابطه‌ی نفوذپذیری مواد متخلخل واقعی، ممکن است به طور قابل توجهی با مدل ایده‌آل شده‌ی دسته لوله‌های موئین معادله‌ی کونزی-کارمن، تفاوت داشته باشد. کیوان، قطر حفره متوسط را به صورت یک تابع توانی ۳ پارامتری از فضای حفره‌های متصل در محیط متخلخل، بیان کرد. مدل دسته لوله‌های سوراخ دار دارای پیچ و خم، منجر به معادله‌ی زیر شد (کیوان، ۲۰۱۱):

$$\sqrt{\frac{K}{Q}} = \Gamma\left(\frac{\emptyset}{\alpha-\emptyset}\right)^{\beta} \qquad (۶-۱)$$

که در آن β و Γ به ترتیب توان و پارامترهای اتصال هستند و α فاکتور دفع چسبندگی[۲۷] می‌باشند.

فاکتور دفع چسبندگی α با معادله ی زیر داده شده است (کیوان، ۲۰۱۱):

$$\alpha = 1-\alpha_c \qquad (۷-۱)$$

که در آن α_c کسر حجمی چسبندگی و تثبیت دانه‌ها در توده‌ی محیط متخلخل می‌باشد. معمولاً، فاکتور دفع چسبندگی وقتی اثر چسبندگی صفر باشد، $\alpha=1$ است و متعاقباً $\alpha_c=0$ خواهد بود (کیوان، ۲۰۱۱).

۱-۶- قانون دارسی

ساده‌ترین نمونه جریان سیال در محیط‌های متخلخل، جریان خطی یک سیال تک فازی تحت اختلاف فشار ثابت می‌باشد. جریان سیالات تراکم‌پذیر و تراکم‌ناپذیر از میان محیط‌های متخلخل توسط قانون دارسی

[26] Civan
[27] Cement exclusion factor

بیان می شود. هنری دارسی در سال ۱۸۵۶ نتایج مطالعات خود بر روی حرکت جریان آب در محیط متخلخل شنی، از طریق فرمول تجربی که به نام وی نامگذاری شده است، منتشر نمود (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴). این رابطه فقط برای جریان‌های آرام صادق می‌باشد. قانون دارسی این واقعیت را بیان می‌کند که سرعت جریان یک سیال درون یک محیط متخلخل، با شیب فشار نسبت مستقیم و با گرانروی نسبت معکوس دارد. یعنی (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴):

$$u = \frac{q}{A} = -\frac{k}{\mu}\frac{dp}{dx} \qquad (۸-۱)$$

که در آن u سرعت ظاهری جریان سیال، k نفوذپذیری محیط متخلخل، μ گرانروی سیال، dp/dx گرادیان فشار در جهت جریان می‌باشد.

نکته مهم در به کارگیری قانون دارسی این است که سیال جریان یافته درون محیط متخلخل به هیچ وجه نباید با محیط متخلخل واکنش دهد، چون واکنش موجب تغییر نفوذپذیری محیط می‌شود. محققین با تغییر شرایط، آزمایش دارسی را تکرار کردند و به نتایج زیر دست یافته‌اند (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴):

- قانون دارسی برای سایر سیالات به غیر از آب نیز قابل استفاده است.
- ثابت تناسب این قانون k/μ است که تحرک نامیده می‌شود.
- این قانون در میدان گرانشی زمین مستقل از جهت جریان سیال می‌باشد (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴).

۱-۷- جریان خطی سیالات تراکم ناپذیر

در این تحقیق، جریان خطی سیال در یک محیط متخلخل شبیه‌سازی شده است، که در این بخش این نوع جریان را به اختصار توضیح می‌دهیم. انواع دیگر جریان (مانند جریان شعاعی) از محدوده‌ی بحث

خارج می‌باشد. در سیستم خطی، فرض می‌شود که جریان در یک سطح مقطع ثابت A با دو انتهای آزاد اتفاق می‌افتد و هیچ جریانی به سمت بالا و پایین رخ نمی‌دهد.

اگر سیالی تراکم‌ناپذیر در طول المان dx در حال جریان باشد، سرعت سیال u و دبی جریان q در همه‌ی نقاط ثابت هستند. رفتار جریان در این سیستم با شکل دیفرانسیلی معادله دارسی بیان می‌شود. با جدا کردن متغیرها و انتگرال‌گیری از رابطه در طول سیستم خطی (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴):

$$\frac{q}{A}\int_0^L dx = -\frac{k}{\mu}\int_{p_1}^{p_2} dp \qquad (۹-۱)$$

یا:

$$q = \frac{kA(p_1 - p_2)}{\mu L} \qquad (۱۰-۱)$$

برای داشتن فشار در هر نقطه از یک سیستم جریان خطی (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴):

$$p_1 - p = \left(\frac{q\mu}{kA}\right)x \qquad (۱۱-۱)$$

$$p_1 - p_2 = \left(\frac{q\mu}{kA}\right)l \qquad (۱۲-۱)$$

با تقسیم روابط بالا و حل کردن برای p خواهیم داشت (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴):

$$p = (p_2 - p_1)\frac{x}{l} + p_1 \qquad (۱۳-۱)$$

این رابطه نشان می‌دهد که در یک سیستم خطی پایدار فشار با فاصله، رابطه خطی دارد (دونالدسون و تیاب، ۲۰۰۴).