بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده علوم پایه، گروه ریاضی

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد (M.SC)

گرایش آنالیز عددی

عنوان:

جواب جریان مغناطیسی هیدرودینامیکی فالکنر- اسکن بوسیله‌ی روش تجزیه آدمیان و تقریب پاده

استاد راهنما:

دکتر محمدعلی فریبرزی عراقی

استاد مشاور:

دکتر مجید امیرفخریان

پژوهشگر:

مریم محمدی

زمستان 1392

تقدیم به پدر بزرگوار و مادر مهربانم:

آن دو فرشته ای که از خواسته هایشان گذشتند، سختی ها را به جان خریدند و خود را سپر بلای

مشکلات و ناملایمات کردند تا من به جایگاهی که اکنون در آن ایستاده ام برسم .

تقدیم به همسرم:

به پاس قدر دانی از قلبی آکنده از عشق و معرفت که محیطی سرشار از سلامت و امنیت و آرامش

و آسایش برای من فراهم آورده است.

و تقدیم به دختر دلبندم:

امید بخش جانم که آسایش او آرامش من است.

تشکر و قدردانی

سپاس خدای را که سخنوران، در ستودن او بمانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند.

بدون شک جایگاه و منزلت معلم، اجّل از آن است که در مقام قدردانی از زحمات بی شائبه ی او، با زبان قاصر ودست ناتوان، چیزی بنگاریم.

اما از آنجایی که تجلیل از معلم، سپاس از انسانی است که هدف و غایت آفرینش را تامین می کند و سلامت امانت هایی را که به دستش سپرده اند، تضمین؛ بر حسب وظیفه و از باب " من لم یشکر المنعم من المخلوقین لم یشکر اللّه عزّ و جلّ":

ازپدر و مادر عزیزم... این دو معلم بزرگوارم... که همواره بر کوتاهی و درشتی من، قلم عفو کشیده و کریمانه از کنار غفلت هایم گذشته اند و در تمام عرصه های زندگی یار و یاوری بی چشم داشت برای من بوده اند؛

از استاد با کمالات و شایسته؛ جناب آقای دکتر محمدعلی فریبرزی عراقی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ کمکی در این عرصه بر من دریغ ننمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده گرفتند؛

از استاد صبور و با تقوا ، جناب آقای دکتر مجید امیرفخریان ، که زحمت مشاوره این پایان نامه را در حالی متقبل شدند که بدون مساعدت ایشان، این پروژه به نتیجه مطلوب نمی رسید؛

و از استاد فرزانه و دلسوز؛ جناب آقای دکتر حجت الله ادیبی که زحمت داوری این پایان نامه را متقبل شدند؛

کمال تشکر و قدردانی را دارم.

همچنین از همسر عزیزم آقای مهندس عباس صیادی که در نوشتن برنامه های کامپیوتری مرا راهنمایی کردند ، ودختر دلبندم مهسا ، کمال تشکر را دارم.

باشد که این خردترین ، بخشی از زحمات آنان را سپاس گوید.

دانشگاه آزاد اسلامی

معاونت پژوهش و فناوری

به نام خدا

منشور اخلاق پژوهش

با یاری از خداوند سبحان و اعتقاد به این که عالم محضر خداست و همواره ناظر بر اعمال انسان و به منظور پاس داشت مقام بلند دانش و پژوهش و نظر به اهمیت جایگاه دانشگاه در اعتلای فرهنگ و تمدن بشری، ما دانشجویان و اعضاء هیات علمی واحدهای دانشگاه آزاد اسلامی متعهد می گردیم اصول زیر را در انجام فعالیت های پژوهشی مد نظر قرار داده و از آن تخطی نکنیم:

۱- اصل برائت: التزام به برائت جویی از هرگونه رفتار غیرحرفه ای و اعلام موضع نسبت به کسانی که حوزه علم و پژوهش را به شائبه های غیرعلمی می آلایند.

۲- اصل رعایت انصاف و امانت: تعهد به اجتناب از هرگونه جانب داری غیر علمی و حفاظت از اموال، تجهیزات و منابع در اختیار.

۳- اصل ترویج: تعهد به رواج دانش و اشاعه نتایج تحقیقات و انتقال آن به همکاران علمی و دانشجویان به غیر از مواردی که منع قانونی دارد.

۴- اصل احترام: تعهد به رعایت حریم ها و حرمت ها در انجام تحقیقات و رعایت جانب نقد و خودداری از هرگونه حرمت شکنی.

۵- اصل رعایت حقوق: التزام به رعایت کامل حقوق پژوهشگران و پژوهیدگان (انسان، حیوان و نبات) و سایر صاحبان حق.

۶- اصل رازداری: تعهد به صیانت از اسرار و اطلاعات محرمانه افراد، سازمان ها و کشور و کلیه افراد و نهادهای مرتبط با تحقیق.

۷- اصل حقیقت جویی: تلاش در راستای پی جویی حقیقت و وفاداری به آن و دوری از هرگونه پنهان سازی حقیقت.

۸- اصل مالکیت مادی و معنوی: تعهد به رعایت کامل حقوق مادی و معنوی دانشگاه و کلیه همکاران پژوهش.

۹- اصل منافع ملی: تعهد به رعایت مصالح ملی و در نظر داشتن پیشبرد و توسعه کشور در کلیه مراحل پژوهش.

تعهد نامه اصالت پایان نامه کارشناسی ارشد

اینجانب مریم محمدی دانش آموخته مقطع کارشناسی ارشد نا پیوسته به شماره دانشجویی 900805734 در رشته ریاضی کاربردی که در تاریخ 92/11/5 از پایان نامه خود تحت عنوان : جواب جریان مغناطیسی هیدرودینامیکی فالکنر - اسکن بوسیله ی روش تجزیه آدمیان وتقریب پاده ، با کسب نمره 19 و درجه عالی دفاع نموده ام بدینوسیله متعهد می شوم :

1- این پایان نامه حاصل تحقیق و پژوهش انجام شده توسط اینجانب بوده و در مواردی که از دستاوردهای علمی و پژوهشی دیگران (اعم از پایان نامه ، کتاب ، مقاله و ...) استفاده نموده ام ، مطابق ضوابط و رویه های موجود ، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در فهرست ذکر و درج کرده ام .

2- این پایان نامه قبلاً برای دریافت هیچ مدرک تحصیلی (هم سطح ، پایین تر یا بالاتر) در سایر دانشگاهها و موسسات آموزش عالی ارائه نشده است .

3- چنانچه بعد از فراغت از تحصیل ، قصد استفاده و هرگونه بهره برداری اعم از چاپ کتاب ، ثبت اختراع و ... از این پایان نامه داشته باشم ، از حوزه معاونت پژوهشی واحد مجوزهای مربوطه را اخذ نمایم .

4- چنانچه در هر مقطع زمانی خلاف موارد فوق ثابت شود ، عواقب ناشی از آن را بپذیرم و واحد دانشگاهی مجاز است با اینجانب مطابق ضوابط و مقررات رفتار نموده و در صورت ابطال مدرک تحصیلی ام هیچگونه ادعایی نخواهم داشت .

نام و نام خانوادگی : **مریم محمدی**

تاریخ و امضاء :

بسمه تعالی

درتاریخ : 92/11/5

دانشـــجوی کارشناســـی ارشـــد خـــانم مـــریم محمـــدی از پایـــان نامـــه خـــود دفـــاع نمـــوده و بـــا نمـــره 19

بحروف نوزده با درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت .

امضاء استاد راهنما

فهرست مطالب

فصل چهارم: معادله فالکنر - اسکن

مقدمه

مفهوم لایه ی مرزی جریان سیال تراکم ناپذیر،دارای چندین کاربرد مهندسی می باشد. مانند اکستروژن آیرودینامیک از ورقه های پلاستیکی،خنک کردن یک صفحه ی فلزی در یک محفظه ی خنک کن .چنین جریانهایی همچنین در صنایع شیشه و پلیمر استفاده می شوند. برخی از محققین پدیده ی لایه ی مرزی با استفاده از مایعات چسبناک و غیر نیوتنی در شرایط پایدار و ناپایدار را به کار گرفتند.

چن[1] و لیبی[2] [28] لایه ی مرزی جریانها را با عبور کوچکی از مشخصات فالکنر-اسکن[3] ،تجزیه و تحلیل `کردند.آنها پدیده ی لایه ی مرزی را با استفاده از گرادیان فشار ثابت توصیف کردند.تجزیه وتحلیل پایداری فضای فالکنر-اسکن توسط تقوی[4] و وزان[5] [50] مورد بررسی قرار گرفت.

معادله ی فالکنر-اسکن برای جوابهای نوسانی توسط هستینگز[6] و تروی[7] [35] آنالیز شده است.بوتا[8] [26] و همکاران جوابهای متناوب برای جریان فالکنر-اسکن ارایه کردند.آنها ثابت کردند که همه ی جوابها توسط یک زیر مجموعه از جوابهای متناوب بیان شده است.جواب عددی معادله فالکنر-اسکن، با استفاده از طرح تفاضلات متناهی،توسط اسایتامبی[9] [15] داده شده است.

---

[1] Chen
[2] Libby
[3] Falkner-Skan
[4] Taghavi
[5] Wazzan
[6] Hastings
[7] Troy
[8] Botta
[9] Asaithambi

در یک مقاله ی دیگر، اسایتامبی[16] جواب معادله ی فالکنر-اسکن را توسعه داد. کو[1] [39]جریان گوه فالکنر-اسکن را با استفاده از روش تبدیلی دیفرانسیل مورد بحث قرار داده است. تاثیر ویسکوزیته متغیر بر جریان فالکنر-اسکن توسط پانتوکراتوراس[2][43] به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفت.

میژن[3] جریانهای فالکنر-اسکن را با مکش و دمیدن مورد بررسی قرار داد. همچنین لیو[4] و چانگ[5] ، چند جواب از معادله ی فالکنر-اسکن را با مکش و دمیدن تولید کردند.آنها از روش پرتاب کردن گروه لای[6] استفاده کردند.

جریان هیدرو دینامیکی مغناطیسی (MHD) دارای اهمیت زیادی هم در ریاضی و هم به عنوان یک نقطه نظر فیزیکی می باشد.چنین جریانهایی در نیروی محرکه ی الکترومغناطیسی بسیار مهم هستند. اخیرا، علیزاده[7][13]وهمکاران، جریان فالکنر-اسکن را از نظر سیال هیدرودینامیکی مورد مطالعه قراردادند. آنها جواب را با استفاده از روش تجزیه آدمیان (ADM) پیدا کردند.

به تازگی عباسبندی[8] و حیات[9] ، روشهای هموتوپی-پاده[10] [6] و هنکل-پاده[11] [5] را برای پیدا کردن ضریب اصطکاک پوسته از مرز لایه ی مغناطیس هیدرودینامیکی (MHD) معادله ی فالکنر-اسکن برای گوه (لبه های تیز) استفاده کردند. سیستم (MHD) به طور موثر در بسیاری از برنامه های

[1] Kuo
[2] Pantokratoras
[3] Maisson
[4] Liu
[5] Chang
[6] Lie
[7] Alizadeh
[8] Abbasbandy
[9] Hayat
[10] Homotopy-Pade
[11] Hankel-Pade

کاربردی از جمله ژنراتور برق ،پمپ ها ،شتاب دهنده ها ،فیلتر قطره ،طراحی مبدلهای حرارتی، خنک کننده راکتور و غیره استفاده می شود.

هارتمن[1] [34] و همکاران آثاری پیشگام برای جریان مایعات چسبناک بین صفحات موازی مغناطیس هیدرودینامیکی (MHD) ارایه کردند. سوندالجکار[2] [47]و همکاران،جریانهای فالکنر-اسکن و ویژگی های انتقال حرارت در سیال تراکم ناپذیر را مورد مطالعه قرار دادند. همچنین هادی[3] و حسنین[4] [33]، اثر مغناطیس هیدرودینامیک (MHD) و تخلخل بر جریانهای فالکنر-اسکن از یک مایع درجه دوم گذشته شده گوه را مورد بحث قرار دادند.

روشهای تحلیلی نیز ساخته شده است. مزایای روشهای تحلیلی منیفولدها هستند. مزیت اصلی این است که اعداد ارایه شده بسیار واضح تر و پرمفهوم تر از اعداد کامپیوتری که با استفاده از الگوریتم عددی ارایه شده اند می باشد .دوتا از روشهای تحلیلی مناسبتر هستند، روش تجزیه آدمیان (ADM) و روش تحلیلی هموتوپی (HAM). این دو روش توجه ویژه ی محققان را به خود جلب کرده است. هر دوی آنها (روش تجزیه آدمیان (ADM) و روش تحلیلی هموتوپی (HAM) قابل انعطاف در بکارگیری و ارایه نتایج مناسب ودقیق با محسبات کمتر می باشند. روش تحلیلی هموتوپی (HAM)معرفی شده توسط لیائو[5] [40] است . کسی که عملیات قطعی روش را در کار کلاسیک خود اعلام کرد.

روش تحلیلی هموتوپی (HAM) در طیف گسترده ایی از مسایل مختلف علم و فناوری بکار گرفته شد. روش تجزیه ی آدمیان (ADM) که دارای دقت در محاسبه ی جوابهای دنباله ایی می باشد،

---

[1] Hartman
[2] Soundalgekar
[3] Hadi
[4] Hassanien
[5] Liao

علاقه مندی زیادی در بکار گرفتن در علوم کاربردی، مهندسی، فیزیک، زیست شناسی و غیره ایجاد کرده است. این روش توسط ریاضی دان آمریکایی جرج آدمیان[1] (1923-1996) پیشنهاد شد.

روش تجزیه آدمیان (ADM) تجزیه ی یک جواب به یک سری نامتناهی است که به سرعت در حال همگرایی به جواب دقیق می باشد. بر خلاف روش تحلیلی هموتوپی (HAM)، روش تجزیه آدمیان (ADM) زمانی که در خصوص مسایل لایه مرزی مورد استفاده قرار می گیرد، از نوع عددی روش نیمه تحلیلی است. کاربرد روش تجزیه آدمیان (ADM)، اخیرا توسط وزواز[2] [53] ،آوانگ کچیل[3] و هاشم[4] [18] برای حل معادلات لایه مرزی ناشی در علم مهندسی توسعه یافته است .

در این تحقیق با بکارگیری پایه های کسری (تقریب پاده) و با استفاده از روش تجزیه آدمیان (ADM) یک جواب دقیقتر نسبت به روش تحلیلی هموتوپی (HAM) ، برای معادله فالکنر-اسکن و معادله ی جریان مغناطیسی هیدرودینامیکی (MHD) ارایه میگردد.

در فصل اول به معرفی پیش زمینه ها می پردازیم.در فصل دوم این تحقیق روش تجزیه ی آدمیان (ADM) ،روش محاسبه ی چندجمله ایهای آدمیان، همگرایی روش تجزیه آدمیان و چند مثال را بیان می کنیم. تقریب پاده و مثالهایی از آن را در فصل سوم بیان می کنیم. و در فصل چهارم روش محاسبه ی معادله ی فالکنر-اسکن و حل آن به وسیله ی روش تجزیه آدمیان (ADM) را نشان می دهیم.

---
[1] G.Adomian
[2] Wazwaz
[3] Awang Kechill
[4] Hashem

فصل اول

۱-۱: تعاریف مقدماتی

در این فصل چند تعریف کاربردی را یادآوری می‌کنیم منابع این فصل از [10و11] آمده است.

تعریف 1: فضای X از تابع‌های حقیقی را یک فضای خطی (یا فضای برداری) گوییم، هر گاه برای هر جفت f,g متعلق به X و هر جفت ثابت‌های a و b، تابع $af+bg$ نیز متعلق به X باشد.

تعریف 2: فرض کنیم K یکی از دو میدان R یا C و X یک فضای بردای روی K باشد. نیم نرم روی X تابعی چون $\|X\|$ $x \to$ از X به $[0,\infty)$ است به طوریکه:

$$\forall x,y\in X \quad , \quad \|x+y\|\le\|x\|+\|y\|$$

$$\forall x\in X \quad ,\forall\, l \in K\,, \quad \|l\,x\|=|l|.\|x\|$$

و لذا نیم نرمی که در آن $\|x\|=0$ فقط وقتی برقرار باشد که $x=0$. آنگاه یک نرم نامیده می‌شود، و هر فضای برداری مجهز به یک نرم، یک فضای برداری نرم‌دار (فضای خطی نرم‌دار) نامیده می‌شود.

تعریف 3: دنباله‌ی $\{f_n\}$ در یک فضای خطی نرم‌دار به عنصر f این فضا را، همگرا گوییم، هرگاه برای هر $e>0$ داده شده یک عدد N وجود داشته باشد به گونه‌ایی که برای هر $n\ge N$ داشته باشیم:

$$\|f-f_n\|<e$$

تعریف4: گوییم دنباله‌ی $\{f_n\}$ در یک فضای خطی نرم‌دار یک دنباله‌ی کشی است، هر گاه برای هر $e>0$ داده شده، یک N وجود داشته باشد به گونه‌ایی که برای همه‌ی عددهای $n\ge N$ و $m\ge N$ داشته باشیم:

$$\|f_n-f_m\|<e$$

می‌دانیم که هر دنباله‌ی همگرا، یک دنباله‌ی کشی است.

تعریف 5: یک فضای خطی نرم‌دار، کامل گفته می‌شود هرگاه هر دنباله‌ی کشی در این فضا همگرا باشد. یعنی برای هر دنباله‌ی کشی $\{f_n\}$ در این فضا یک عنصر f متعلق به این فضا وجود داشته باشد، به گونه‌ایی که $f_n \to f$. هر فضای خطی نرم‌دار کامل، فضای باناخ نامیده می‌شود.

تعریف 6: **فضاهای** L^P

فرض کنیم p یک عدد حقیقی مثبت است. تابع اندازه‌پذیر f را که روی $[0,1]$ تعریف شده است، متعلق به فضای $L^P = L^P[0,1]$ می‌گوییم هرگاه:

$$\int_0^1 |f|^P\, dx < \infty$$

تعریف 7: تابع f با متغیر Z در نقطه‌ی z_0 ، تحلیلی است اگر مشتق آن نه تنها در z_0، بلکه در هر نقطه‌ی Z از یک همسایگی z_0 وجود داشته باشد. تابع f در ناحیه‌ی R تحلیلی است اگر در هر نقطه‌ی R، تحلیلی باشد.

۱-۲: تعاریف مربوط به معادلات دیفرانسیل جزیی

در بسیاری از مسائل فیزیکی و فنی مهم دو یا چند متغیر مستقل وجود دارند، در نتیجه مدلهای ریاضی متناظر به جای معادلات دیفرانسیل معمولی، مستلزم دیفرانسیل جزیی هستند.

در حالت کلی،این معادله به صورت

$$F(x, y, ..., u, u_x, u_y, ..., u_{xx}, u_{xy}, ...) = 0$$

است که شامل چندین متغیر مستقل $x, y, ...$ ، یک تابع مجهول u که تابعی از متغیرهای مستقل است و مشتقات جزیی $u_{xx}, u_{xy}, u_y, u_x, ...$ را هم شامل می شود.

مرتبه یک معادله دیفرانسیل با مشتق جزیی بالاترین مرتبه مشتق جزیی است که در معادله ظاهر می شود.

برای مثال معادله:

$$u_{xx}+2xu_{xy}+u_{xy}+u_{yy}=e^{y}$$

یک معادله دیفرانسیل با مشتق جزیی مرتبه دو است.

اگر معادله مشتق جزیی نسبت به تابع مجهول و تمام مشتقاتش که ضرایبش فقط تابعی از متغیرها می باشند خطی باشد،خطی نامیده می شود و اگر نسبت به بالاترین مشتق مرتب شده تابع مجهول خطی باشد، شبه خطی گویند.در معادله به فرم

$$Au_{xx}+Bu_{xy}+Cu_{yy}+E=0$$

اگر A,B,C,E توابعی از x,y باشند معادله خطی نامیده می شود، و اگر A,B,C توابعی فقط از x,y باشند و E تابعی از u_y,u_x,u,y,x باشد، معادله شبه خطی نامیده می شود.معادله ای که خطی نباشد غیر خطی می نامیم.برای مثال معادله ی:

$$yu_{xx}+2yxu_{yy}+u=L$$

یک معادله ی مشتق جزیی مرتبه دوم و خطی است، اما

$$u_{x}u_{xx}+xuu_{y}=\sin y$$

یک معادله ی مرتبه دوم و غیر خطی است.

فصل دوم

2-1: روش تجزیه‌ی آدمیان

برای شروع بحث معادله دیفرانسیل زیر را در نظر می‌گیریم. [11]

$$Fu = g(t) \qquad (1-1-2)$$

جائی که F یک عملگر دیفرانسیل با جملات خطی و غیرخطی است.

اگر فرض کنیم تجزیه $F = L + R + N$ که L جمله‌ی خطی در تجزیه F بوده و L یک عملگر دیفرانسیل معکوس‌پذیر و R را قسمت باقیمانده عملگر خطی و N عملگر غیرخطی در تجزیه F در نظر می‌گیریم. با این فرض معادله‌ی (2-1-1) به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$Lu + Ru + Nu = g(t) \qquad (2-1-2)$$

فرض کنیم L^{-1} نماد عملگر معکوس‌پذیر L باشد که L^{-1} یک عملگر انتگرال چندگانه می‌تواند باشد. با تاثیر L^{-1} بر طرفین معادله‌ی (2-1-2) خواهیم داشت:

$$Lu = g(t) - Ru - Nu$$

$$L^{-1}Lu = L^{-1}g(t) - L^{-1}Ru - L^{-1}Nu \qquad (3-1-2)$$

چون L را عملگر دیفرانسیلی فرض کرده‌ایم، لذا L^{-1} عملگر انتگرالی n گانه خواهد بود. یعنی:

$$L^{-1} = \int_0^t \int_0^t \dots \int_0^t \frac{(0)d^{(n)}}{dt^n} dt \dots dt$$

خواهد بود. برای مثال اگر $n = 2$ باشد، آنگاه:

$$L^{-1} = \int_0^t \int_0^t \frac{(0)d^{(2)}}{dt^2} dt\, dt$$

$$L = \frac{d^{(2)}}{dt^2}$$

در نتیجه برای $n=2$:

$$L^{-1}Lu = \int_0^t\int_0^t \frac{d^2(u)}{dt^2}dt\,dt = \int_0^t (u'(t)\Big|_0^t)dt = \int_.^t (u'(t)-u'(0))dt$$

$$= u(t) - tu'(0) - u(0)$$

که بعد از ساده کردن معادله (3-1-2) به فرم زیر در می‌آید:

$$u = u(t) - tu'(0) - u(0) = L^{-1}g(t) - L^{-1}Ru - L^{-1}Nu \qquad (4\text{-}1\text{-}2)$$

$$u(t) = u(0) + tu'(0) + L^{-1}g(t) - L^{-1}Ru - L^{-1}Nu$$

قرار می دهیم:

$$y = u(0) + tu'(0)$$

پس داریم:

$$u(t) = y + L^{-1}g(t) - L^{-1}Ru - L^{-1}Nu \qquad (5\text{-}1\text{-}2)$$

در تجزیه آدمیان قرار می‌دهیم:

$$u = \sum_{n=0}^{\infty} u_n \qquad (6\text{-}1\text{-}2)$$

$$Nu = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(u_0, u_1, u_2, \ldots, u_n)$$

A_nها چندجمله‌ایهای آدمیان نامیده می‌شوند، که توسط جرج آدمیان ارائه شده است. [3] در ادامه‌ی این مطالعه الگوریتمی جهت محاسبه‌ی A_nها و روش بدست آوردن آنها ارائه خواهیم کرد. با توجه به (5-1-2) و (6-1-2):

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_n = y + L^{-1}g(t) - L^{-1}R\sum_{n=0}^{\infty} u_n - L^{-1}(\sum_{n=0}^{\infty} A_n) \qquad (7\text{-}1\text{-}2)$$

با توجه به (7-1-2) می‌توانیم رابطه‌ی بازگشتی را به صورت زیر بنویسیم:

$$\begin{cases} u_0 = y + L^{-1}g(t) \\ u_{n+1} = -L^{-1}Ru_n - L^{-1}A_n \end{cases} \quad , \quad n \geq 0 \qquad (8\text{-}1\text{-}2)$$

حال اگر j_n تقریبی n جمله‌ایی مناسب از سری $\sum_{n=0}^{\infty} u_n$ در نظر گرفته شود آنگاه:

$$\lim_{n\to\infty} j_n = \sum_{i=0}^{\infty} u_i = u$$

جواب مناسبی برای معادله دیفرانسیل (1-1-2) خواهد بود. این روش به همگرایی سرعت می‌بخشد زیرا A_n ها به سرعت همگرا می‌شوند. ما با متدلوژی برای راه‌حل سیستم‌های فیزیکی سروکار داریم که دارای یک جواب است و در جستجوی پیدا کردن این جواب بدون تغییر مسئله هستیم، برای آنکه آن را قابل کنترل سازیم. در روش تجزیه‌ی آدمیان عناصر u تعیین می‌شوند و ما می‌توانیم با تعیین تقریب مناسب، $j_n = \sum_{i=0}^{n} u_i$ را به عنوان یک تقریب n-جمله‌ایی در نظر بگیریم و با تعیین $\lim_{n\to\infty} j_n$ همگرایی را بدست آوریم. برای کامل کردن این مسئله، برای اینکه امکان محاسبه‌ی A_nها باشد، $f(u)$ باید به طور صریح داده شود.لذا مشاهده می‌شود که جواب هم به $f(u)$ تعریف شده و هم به شرایط داده شده بستگی دارد. بنابراین با توجه به رابطه‌ی (5-1-2) بعد از محاسبه‌ی u_0 می‌توانیم از رابطه‌ی بازگشتی (8-1-2) برای $n \geq 0$، سایر u_iها را حول u_0 بدست آوریم. بطوریکه:

$$u_1 = -L^{-1}Ru_0 - L^{-1}A_0$$

$$u_2 = -L^{-1}Ru_1 - L^{-1}A_1 \qquad (9\text{-}1\text{-}2)$$

$$u_n = -L^{-1}Ru_{n-1} - L^{-1}A_{n-1} \qquad n \geq 1$$

حال اگر $A_0, A_1, A_2, ..., A_{n-1}$ را محاسبه کنیم. (روش محاسبه در ادامه ارائه می‌شود.)

عبارت غیرخطی $Nu = f(u) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} A_n$ را می‌توانیم به صورت بسط سری تیلور حول u_0 به صورت زیر در آوریم:

$$f(u) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n = f(u_0) + u_1 f^{(1)}(u_0) + (\frac{u_1^2}{2!}) f^{(2)}(u_0)$$

$$+u_2 f^{(1)}(u_0) + u_3 f^{(1)}(u_0) + u_1 u_2 f^{(2)}(u_0) + (\frac{u_1^3}{3!}) f^{(3)}(u_0) + ... \qquad (10\text{-}1\text{-}2)$$

که بعد از مرتب کردن این رابطه می‌توانیم رابطه‌ی زیر را بدست آوریم:

$$f(u) = f(u_0) + (u_1 + u_2 + ...) f^{(1)}(u_0) + [\frac{u_1^2}{2!} + u_1 u_2 + ...] f^{(2)}(u_0) + ...$$

$$= f(u_0) + [\frac{(u-u_0)}{1!}] f^{(1)}(u_0) + [\frac{(u-u_0)^2}{2!}] f^{(2)}(u_0) + ...$$

$$f(u) = \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{(u-u_0)^n}{n!}) f^{(n)}(u_0) \qquad (11\text{-}1\text{-}2)$$

که رابطه‌ی (11-1-2) همان بسط سری تیلور، حول u_0 می‌باشد و این نشان می‌دهد که سری‌ها و چند جمله ایهای آدمیان A_n، به شکل سری‌های تعمیم یافته حول یک تابع (به جای یک نقطه) می‌باشند.