بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده فیزیک

بخش فیزیک

پایان‌نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته فیزیک گرایش نجوم

بررسی انتشار پرتوهای کیهانی در میدان‌های مغناطیسی محیط بین‌ستاره‌ای فراکتالی

استاد راهنما:

دکتر حمید ارجمند کرمانی

استاد مشاور:

پروفسور سید جلیل‌الدین فاطمی

مولف:

انیسه فصیحی هرندی

دی ماه 1393

این پایان‌نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

بخش فیزیک

دانشکده فیزیک

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی‌شود.

دانشجو: انیسه فصیحی هرندی

استاد راهنما: دکتر حمید ارجمند کرمانی

استاد مشاور: پروفسور سید جلیل‌الدین فاطمی

داور 1: دکتر محمدآقا بلوری زاده

داور 2: دکتر مریم قاسم نژاد

نماینده تحصیلات تکمیلی در جلسه دفاع: دکتر حمیدرضا مشایخی

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده: دکتر فریده شجاعی

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر کرمان است.

تقدیم به

خدایی که آفرید

جهان را، انسان را، عقل را، علم را، عشق را

و به کسانی که عشق‌شان را در وجودم دمید.

تشکر و قدردانی

سپاس خدایی را سزاست که هستی‌ام بخشید و توفیقم داد تا در مسیر کسب علم قرار گیرم.
از خانواده‌ام که در تمامی مراحل زندگی پشتیبان من بوده‌اند، تشکر می‌نمایم.
از اساتیدم، جناب آقای دکتر حمید ارجمند و استاد بزرگ پروفسور سید جلیل‌الدین فاطمی کمال تشکر را دارم که در تمامی مراحل تدوین این پایان‌نامه، راهنمایی‌های ایشان راه‌گشای من بوده است.
در نهایت از خانم مددکار و آقای دریافر که من را در این مهم یاری نمودند، سپاسگزارم.

چکیده

مطالعه پرتوهای کیهانی به کشف عالم و فاش کردن برخی از راز و رمزهای آن، کمک می‌کند. در حوزه پرتوهای کیهانی، سه سوال اساسی مطرح می‌شود. سوال اول، در مورد طیف انرژی پرتوهای کیهانی است. سوال دوم، در مورد منشاء پرتوهای کیهانی و سوال سوم، در مورد نحوه انتشار این پرتوها در کهکشان است.

در این پایان‌نامه به بررسی نحوه انتشار پرتوهای کیهانی در محیط میان‌ستاره‌ای شامل میدان‌های مغناطیسی و همچنین ساختارهای فراکتالی (غیرهمگن) پرداخته می‌شود. سپس مسیر پرتوهای کیهانی در دو مدل انتشار، شبیه‌سازی خواهد شد. در آخر، به بررسی زمان‌های اقامت کهکشانی به منظور حل برخی ابهامات موجود در طیف انرژی پرتوهای کیهانی پرداخته می‌شود.

کلید واژه: پرتوهای کیهانی، طیف انرژی پرتوهای کیهانی، انتشار، میدان‌های مغناطیسی، ساختارهای فراکتالی، زمان اقامت کهکشانی.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: مقدمه 1

فصل دوم: پرتوهای کیهانی 3

2-1 تاریخچه پرتوهای کیهانی 4

2-2 ترکیب پرتوهای کیهانی 4

2-3 برخورد پرتوهای کیهانی با زمین 5

2-4 منابع پرتوهای کیهانی 6

2-4-1 منشاء خورشیدی پرتوهای کیهانی 6

2-4-2 منشاء ابرنواختری پرتوهای کیهانی 6

2-4-3 منشاء پرتوهای کیهانی بسیار پر انرژی 7

2-5 طیف انرژی پرتوهای کیهانی 8

2-6 انتشار پرتوهای کیهانی 8

2-6-1 انتشار عادی 8

2-6-2 انتشار غیرعادی 9

2-7 انتشار پرتوهای کیهانی در میدان‌های مغناطیسی 10

2-8 تاخیر زمانی در انتشار پرتوهای کیهانی 11

فصل سوم: میدان‌های مغناطیسی 14

3-1 میدان مغناطیسی زمین 15

3-1-1 تاریخچه 15

3-1-2 قطب‌های مغناطیسی زمین 16

3-1-3 منشاء میدان مغناطیسی زمین 16

3-1-4 مگنتوسفر 16

3-1-5 تغییرات در میدان مغناطیسی زمین 18

3-1-5-1 تغییرات بلند مدت 18
3-1-5-2 تغییرات کوتاه مدت 18
3-1-6 عناصر مغناطیسی 19
3-1-7 مدل نظری میدان مغناطیسی زمین 20
3-1-8 میدان مغناطیسی در خارج زمین 22
3-1-9 ابزارهای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی زمین 22
3-1-10 حرکت ذرات باردار در میدان مغناطیسی زمین 23
3-1-11 دینامیک ذرات باردار در میدان‌های مغناطیسی 24
3-2 میدان مغناطیسی در کیهان 26
3-2-1 روشهای اندازه‌گیری میدان مغناطیسی 26
3-2-2 قطبش 26
3-2-3 چرخش فارادی 27
3-2-4 تابش سنکروترون 28
3-2-5 اثر زیمان 29
3-2-6 مولفه‌های میدان مغناطیسی 30
3-2-7 شدت میدان‌های مغناطیسی کهکشانی 31
3-2-8 شدت میدان‌های مغناطیسی در کهکشان راه شیری 32
3-2-9 ساختار میدان‌های مغناطیسی در کهکشان‌ها 33
3-2-10 میدان‌های مغناطیسی در ستاره‌ها 34
3-2-11 میدان‌های مغناطیسی در خوشه‌های کهکشانی و محیط بین‌کهکشانی 35
3-2-12 میدان‌های مغناطیسی در محیط بین‌ستاره‌ای 36
3-2-13 منشاء میدان‌های مغناطیسی در کیهان 36

فصل چهارم: فراکتال 37

4-1 تعریف فراکتال 38
4-2 بعد فراکتال 39
4-3 انواع فراکتال‌ها 40
4-3-1 فراکتال‌های غیرتصادفی 40

4-3-2 فراکتال‌های تصادفی 40
4-4 توزیع‌های پایدار 42
4-5 حرکت براونی 44
4-5-1 حرکت نامنظم ذرات معلق در مایع و ارتباط آن با انتشار 44
4-6 لوی فلایت 48
4-7 آشفتگی و بی‌نظمی 49
4-7-1 مدل‌های فراکتالی از آشفتگی 50
4-7-2 مدل کولموگرو 51
4-8 پیچیدگی 51
4-9 ساختارهای فراکتالی طبیعی در مقیاس ماکروسکوپی 52
4-9-1 توزیع‌های کهکشانی 52
4-9-2 محیط میان‌ستاره‌ای 53
4-9-3 قوانین مقیاسی 54
4-9-4 تناقض آسمان درخشان آلبر 54
4-10 کیهان فراکتالی 56

فصل پنجم: محاسبه زمان اقامت کهکشانی و شبیه‌سازی حرکت پرتو کیهانی 61

5-1 ابرپخشی 62
5-2 زمان‌های اقامت کهکشانی 62
5-3 شبیه‌سازی انتشار پرتوهای کیهانی 63

فصل ششم: بحث و نتیجه‌گیری 74

پیوست الف 77
پیوست ب 85
پیوست ج 87
مراجع 89

فصل اول

مقدمه

موضوع پرتوهای کیهانی به طور جدی، در سال 1912 با پرواز ویکتور هس[1] [1] توسط بالن آغاز شد. پرتوهای کیهانی از بیرون زمین نشئت می‌گیرند. این پرتوها، ذراتی باردار بوده که عمدتا شامل پروتون‌ها هستند. به همین علت، به هنگام عبور از میدان‌های مغناطیسی در فضای بین‌ستاره‌ای، انحراف پیدا می‌کنند و مسیرهای ورودی‌شان در امتداد منابع آنها نیست. با این حال آنها اطلاعات مهمی درباره فضای بین‌ستاره‌ای، میدان‌های مغناطیسی و فرآیندهای پر انرژی عالم با خود به همراه می‌آورند. تلاش برای تشخیص منشا و ماهیت این پرتوها، نه تنها برای اخترشناسان بلکه برای فیزیکدانان ذره‌ای نیز اهمیت دارد.

طیف انرژی پرتوهای کیهانی از 10^8 eV تا 10^{21} eV را پوشش می‌دهد که با افزایش انرژی، شار پرتوهای کیهانی کاهش می‌یابد. این طیف، دو شکستگی در انرژی‌های 10^{15} eV و 10^{18} eV دارد. مدل‌های موجود از منشاء و نحوه شتاب‌گیری پرتوهای کیهانی تا انرژی‌های مشاهده شده، با مشکلاتی همراه است. برای توجیه شکستگی‌ها در طیف انرژی پرتوهای کیهانی، یا باید در پی اصلاح مدل برای منشاء این پرتوها بود یا اینکه به بررسی روش‌های انتشار متفاوتی برای ذرات در محیط بین‌ستاره‌ای کهکشان پرداخت.

در این پایان‌نامه به تفسیر روش متفاوتی برای انتشار پرتوهای کیهانی یا همان انتشار در محیط فراکتالی پرداخته شده است. لاگوتین[2] و همکارانش [2]، اخیرا انتشار پرتوهای کیهانی را در محیط میان‌ستاره‌ای با ساختاری فراکتالی بررسی و معادله‌ای را برای پخش غیرعادی در یک محیط فراکتالی فرمول‌بندی کرده‌اند. انتشار در محیط فراکتالی به معنی انتشار در یک محیط غیرهمگن شامل میدان‌های مغناطیسی منظم و آشفته است.

در فصل دوم این پایان‌نامه، به بررسی پرتوهای کیهانی، همچنین انتشار این پرتوها در دو محیط همگن و غیرهمگن که به ترتیب پخش عادی و پخش غیرعادی نامیده می‌شوند، پرداخته شده است. در فصل سوم، میدان‌های مغناطیسی از میدان مغناطیسی زمین تا میدان‌های مغناطیسی کهکشانی و خوشه‌ها، همچنین روش‌های مختلف اندازه‌گیری این میدان‌ها مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در فصل چهارم به بررسی تفصیلی موضوع فراکتال پرداخته شده است و رهیافت‌های ریاضی و فیزیکی انتشار در محیط‌های همگن و غیرهمگن مورد بررسی قرار گرفته‌اند. در فصل پنجم به محاسبه زمان‌های اقامت کهکشانی در محیط فراکتالی شامل میدان‌های مغناطیسی کهکشانی پرداخته شده، همچنین مسیر حرکت پرتوهای کیهانی در دو محیط همگن و غیرهمگن شبیه‌سازی شده است.

1. Victor Hess
2. Lagutin

فصل دوم

پرتوهای کیهانی

2-1 تاریخچه پرتوهای کیهانی

در سال 1785 چارلز کولومب[1] [1]، دریافت که اجسام باردار در هوا دچار تخلیه بار می‌شوند و به این معنی بود که در اتمسفر، یون وجود دارد. سال‌ها دانشمندان بر این باور بودند که این پدیده ناشی از تابش ذاتی زمین است یعنی از درون زمین نشئت می‌گیرد تا اینکه در سال 1912 یک دانشمند آلمانی به نام ویکتور هس[2] [1]، با پرواز توسط بالن این مسئله را حل کرد. هس مشاهده کرد که سطح یونش در اتمسفر با افزایش ارتفاع تا حدود 1000 متر، کاهش می‌یابد (همانطور که انتظار می‌رفت با فرض اینکه اگر تنها منبع تابش یونی، تابش ذاتی از سطح زمین باشد)، اما برخلاف انتظار بالاتر از آن ارتفاع، سطح یونش به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یافت و در ارتفاع حدود 5000 متر، وی مقداری را اندازه گرفت که چندین برابر مقدار مشاهده شده در سطح دریا بود. هس نتیجه گرفت که یک تابش ناشناخته‌ای با انرژی بالا وجود دارد که از فضای بیرونی به اتمسفر نفوذ می‌کند. در پروازهای بعدی، هس دریافت که منشاء تابش‌های یونیده، خورشید نیست زیرا برای شب و روز، مقادیر سطح یونش یکسان بودند. در سال 1925 رابرت میلیکان[3] [1]، کشف هس را تایید کرد و نام این تابش را پرتوهای کیهانی[4] (CRs) گذاشت.

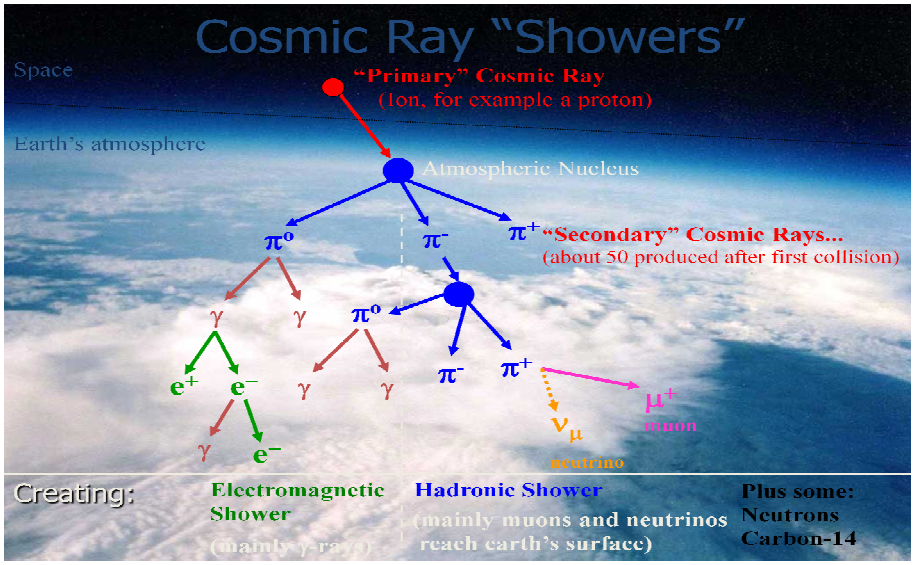
2-2 ترکیب پرتوهای کیهانی

بعد از کشف اثر مغناطیسی زمین در سال 1927 مشخص شد [3] که پرتوهای کیهانی، ذرات باردار هستند. بررسی‌ها نشان دادند که میزان یونش از شرق به غرب افزایش می‌یابد و بیانگر این بود که آنها دارای ذرات باردار مثبت (پروتون‌ها) هستند. علت این افزایش، این بود که پرتوها توسط میدان مغناطیسی زمین منحرف می‌شدند. تصویری کامل از ترکیب پرتوهای کیهانی در اواخر دهه 1940 مشخص شد [3]، این پرتوها اساسا از پروتون‌ها تشکیل یافته‌اند. کلیه هسته‌های سنگین‌تر، مقادیر بسیار اندکی دارند و همچنین الکترون‌های نسبیتی نیز در این پرتوها سهیم هستند اما مقدار آنها از 1% تجاوز نمی‌کند.

1. Charles Coulomb
2. Victor Hess
3. Robert Millikan
4. Cosmic Rays

3-2 برخورد پرتوهای کیهانی با زمین

پرتوهای کیهانی قبل از رسیدن و برخورد با جو زمین، پرتوهای کیهانی اولیه نامیده می‌شوند. این پرتوها هنگام ورود به جو زمین با هسته‌های اتمی موجود در جو برخورد کرده و ذرات ثانویه‌ای را تولید می‌کنند که به این ذرات، پرتوهای کیهانی ثانویه می‌گویند. این ذرات به سمت پایین جاری شده که نتیجه آن، آبشاری از ذرات است که بهمن [1] [4] نامیده می‌شود.



شکل 2-1 : بهمن پرتوهای کیهانی. یک پرتو اولیه می‌تواند باعث تولید 50 پرتو ثانویه شود که به صورت آبشاری به طرف سطح زمین حرکت می‌کنند [2]

پرتوهای کیهانی اولیه، بیشتر شامل هسته‌های هیدروژن (پروتون‌ها) و هلیوم (ذرات α) هستند و هسته‌های اتمی دیگر، مقادیر اندکی دارند. بر اساس شکل 2-2، پرتوهای کیهانی با انرژی بالا کمیاب بوده اما پرتوهای کیهانی با انرژی پایین، بیشتر دریافت می‌شوند.

بهمنی که توسط پرتوهای کیهانی ثانویه ایجاد شده [4]، به دو دسته بهمن هادرونی و بهمن الکترومغناطیسی تقسیم می‌شود. بهمن الکترومغناطیسی عموما شامل الکترون‌ها و پرتوهای گاما می‌باشد. بهمن هادرونی بیشتر شامل پایون‌ها و میون‌ها است. ذرات ثانویه با سرعتی بالاتر از سرعت نور در جو حرکت می‌کنند (اما همچنان سرعت آنها در خلاء کمتر از سرعت نور است). ذرات اصلی هیچگاه به سطح زمین نمی‌رسند. تنها بعضی از آنها مثل میون‌ها به سطح می‌رسند و می‌توان آنها را آشکارسازی کرد. در هر ثانیه 150 میون به هر مترمربع از سطح زمین برخورد می‌کند.

1. Shower
2. ftp://cr0.izmiran.ru/Proceedings/LastPresentations/CACR%20-%20Introduction%20to%20Cosmic%20Rays%20-%20small.ppt (Dec. 5, 2014)

4-2 منابع پرتوهای کیهانی

پس از گذشت سال‌ها از کشف پرتوهای کیهانی، هنوز منابع مولد آنها مورد بحث و بررسی است. این اطمینان تقریبا وجود دارد که ستاره‌ها و ابرنواخترها[1] [5]، پرتوهای کیهانی را تولید می‌کنند. پرتوهای کیهانی [5]، ذراتی با انرژی 10^{8} eV تا 10^{21} eV هستند. مشکل اساسی این است که پرتوهای کیهانی، ذراتی باردار بوده و بنابراین در میدان‌های مغناطیسی کهکشانی منحرف می‌شوند. به علت انحراف پرتوهای کیهانی در میدان‌های مغناطیسی کهکشانی [5]، منابع پرتوهای کیهانی با انرژی کمتر از 10^{18} eV نمی‌توانند به طور دقیق تعیین شوند بنابراین وقتی که پرتوهای کیهانی با انرژی پایین را دریافت می‌کنیم، احتمالا آنها از منابعی در اطراف ما نشئت گرفته‌اند. پرتوهای کیهانی بسیار پر انرژی ($E > 10^{18}$ eV) در میدان‌های مغناطیسی کهکشانی بسیار کمتر منحرف می‌شوند و مستقیم‌تر حرکت می‌کنند بنابراین جهت ورودی آنها می‌تواند به سمت منابع قدرتمندی باشد که آنها را تولید کرده است اما مشکل این است که بر اساس شکل 2-2، پرتوهای کیهانی بسیار پر انرژی، کمیاب هستند. نتیجه کلی که می‌توان گرفت این است که [5] پرتوهای کیهانی با انرژی پایین، دارای منشاء ستاره‌ای هستند. پرتوهای کیهانی با انرژی متوسط، می‌توانند دارای منشاء ابرنواختری باشند اما منشاء پرتوهای کیهانی بسیار پر انرژی هنوز ناشناخته است.

1-4-2 منشاء خورشیدی پرتوهای کیهانی

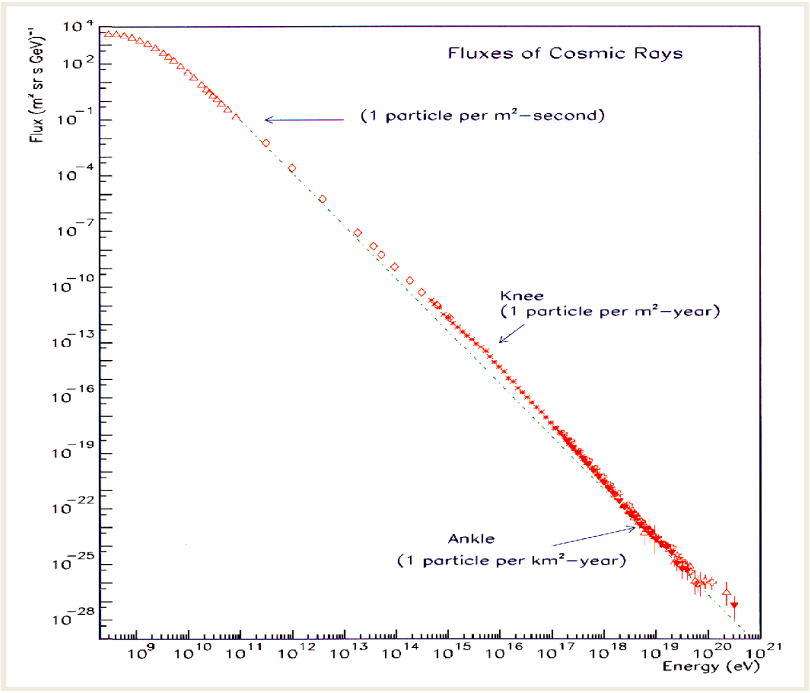
از همان ابتدای کشف پرتوهای کیهانی، فیزیکدانان معتقد بودند که منشاء این پرتوها، خورشید است. با آزمایش‌هایی که در موقع فوران‌های خورشیدی انجام شد متوجه شدند که خورشید زمانی که در ماکزیمم فعالیتش به سر می‌برد، شدت پرتوهای کیهانی به ماکزیمم مقدار خودش می‌رسد اما هنگام مینیمم فعالیت خورشیدی، شدت پرتوها تغییری نمی‌کند. برای حصول اطمینان، این اندازه‌گیری‌ها هم در روز و هم در شب انجام شد اما تغییری در نتیجه حاصل نشد. بررسی‌ها نشان دادند [1] که مکانیزم شتابدهی خورشید، به این پرتوها انرژی‌ای تا حدود 10GeV می‌دهد پس منبع پرتوهای کیهانی تا انرژی 10^{10} eV خورشید است.

2-4-2 منشاء ابرنواختری پرتوهای کیهانی

امواج شوک از انفجار یک ابرنواختر به گاز اطراف آن، ضربه می‌زند و به آنها شتابی می‌دهد که انرژی‌شان می‌تواند [5] تا حدود 10^{15} eV برسد. بنابراین ابرنواختر می‌تواند منشاء پرتوهای کیهانی

1. Supernova

تا انرژی 10^{15} eV باشد. اما این سیستم، انرژی مورد نیاز برای پرتوهای کیهانی بسیار پر انرژی را فراهم نمی‌کند.



شکل 2-2: نمودار شار پرتوهای کیهانی بر حسب انرژی. با افزایش انرژی، شار این پرتوها کاهش می‌یابد[1]

2-4-3 منشاء پرتوهای کیهانی بسیار پر انرژی

پرتوهای کیهانی بسیار پر انرژی در همه جهات دریافت می‌شوند بنابراین احتمالا از فواصل بسیار دور به ما می‌رسند و به نظر می‌رسد که دارای منابع برون کهکشانی باشند. هیچ شیء کیهانی‌ای که بتواند به این ذرات، چنان شتابی بدهد که به این انرژی‌های بالا دست پیدا کنند هنوز شناخته نشده است. منابعی که برای این پرتوها پیشنهاد می‌شود [6] عبارتند از: هسته‌های فعال کهکشانی[2]، برخورد کهکشان‌ها، ستاره‌های نوترونی چرخنده‌ی ابرمغناطیده[3]، ابرسیاه‌چاله‌های چرخنده سریع[4]، فوران‌های پرتو گاما[5] و شاید اجسام کیهانی که هنوز دیده نشده‌اند.

برای شناخت منابع این پرتوها به تحقیقات بیشتری نیاز است. برای این کار باید آشکارسازهای بسیار بزرگتری بر روی زمین ساخت و همچنین آشکارسازهای بیشتری را به فضا فرستاد.

1. ftp://cr0.izmiran.ru/Proceedings/LastPresentations/CACR%20-%20Introduction%20to%20Cosmic%20Rays%20-%20small.ppt (Dec. 5, 2014)
2. Active Galactic Nuclei
3. Super-Magnetized Spinning Neutron Stars
4. Giant Black Holes Spinning Rapidly
5. Gamma Ray Bursts

2-5 طیف انرژی پرتوهای کیهانی

طیف انرژی پرتوهای کیهانی در شکل 2-2 نمایش داده شده است. این طیف از [7] قانون توانی:

$$\frac{dN(E)}{dE} \sim E^{-\gamma} \qquad (1\text{-}2)$$

تبعیت می‌کند، که γ ضریب طیفی شار است. شار پرتوهای کیهانی در محدوده انرژی 10^8 eV تا 10^9 eV به بیشینه مقدار خود می‌رسد. در این ناحیه‌ی انرژی، شدت شار $1\ \frac{\text{particle}}{\text{cm}^2\text{s}}$ می‌باشد. این موضوع، آشکارسازی آنها را توسط بالن‌ها و ماهواره‌ها ممکن ساخته است. به همین دلیل، بهترین داده‌ها از ترکیب پرتوهای کیهانی در این محدوده از انرژی به دست می‌آید. طیف انرژی شار پرتوهای کیهانی تا انرژی 10^{15} eV به صورت $E^{-0/3}$ کاهش می‌یابد. این طیف، بعد از انرژی 10^{15} الکترون ولت افت شدیدتری داشته و در این ناحیه یک شکستگی به وجود می‌آید که به آن زانوی[1] طیف [7] گفته می‌شود. بعد از زانو، طیف با شیب $E^{-1/5}$ کاهش می‌یابد. شار پرتوهای کیهانی در نزدیکی زانو، $1\ \frac{\text{particle}}{\text{m}^2\text{year}}$ است. این طیف در محدوده انرژی 10^{18} eV تا 10^{20} eV مجددا شیب کندتری پیدا می‌کند. در محدوده انرژی 10^{18} eV یک شکستگی جدید به وجود می‌آید که به آن قوزک[2] طیف [7] گفته می‌شود. نمای طیف بعد از قوزک مجددا به 0/3- می‌رسد. بالاتر از انرژی 10^{19} eV این شار به $1\ \frac{\text{particle}}{\text{km}^2\text{year}}$ می‌رسد.

2-6 انتشار پرتوهای کیهانی

دو نوع انتشار عادی و غیرعادی وجود دارد.

2-6-1 انتشار عادی

معادله انتشار عادی [2] توسط رابطه:

$$\frac{\partial N(\vec{r}, t, E)}{\partial t} = D(E)\Delta N(\vec{r}, t, E) + S(\vec{r}, t, E) \qquad (2\text{-}2)$$

توصیف می‌شود که $N(\vec{r}, t, E)$، $D(E)$ و $S(\vec{r}, t, E)$ به ترتیب چگالی ذرات، ضریب پخش و چگالی توزیع منابع کهکشانی با انرژی E در موقعیت $\vec{r}$ و زمان t هستند. پهنای بسته انتشار (یا مقداری از فضا که ذره در سیستم می‌پیماید) به صورت [8]:

1. Knee
2. Ankle

$$\Delta(t) = \langle r^2(t)\rangle^{1/2} \propto t^{1/2} \qquad (3\text{-}2)$$

است. در طی چند دهه گذشته، شواهد زیادی به دست آمده است که بیان می‌کند ساختارهای چندمقیاسی در کهکشان وجود دارد. در چنین محیط بین‌ستاره‌ای فراکتالی، نمی‌توان انتظار داشت که انتشار عادی بر آن حاکم باشد.

2-6-2 انتشار غیرعادی

در حقیقت پهنای بسته انتشار در زمان، سریعتر یا کندتر از $t^{1/2}$ رشد می‌کند. این پهنا [8] متناسب با:

$$\Delta(t) \propto t^{\nu} \quad ; \nu \neq \frac{1}{2} \qquad (4\text{-}2)$$

است. پخش آهسته (زیرپخشی[1]) با $\nu < 1/2$ در مواد بی‌نظم اتفاق می‌افتد. پخش افزاینده (ابرپخشی[2]) با $\nu > 1/2$ در رژیم‌های آشوبناک و جریان‌های آشفته رخ می‌دهد.
معادله انتشار غیرعادی با $\alpha \in (0,2]$ و $\beta \in (0,1]$ برابر با [2]:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -D(E,\alpha,\beta)\, D_{0+}^{1-\beta}\, (-\Delta)^{\alpha/2}\, N(\vec{r},t,E) + S(\vec{r},t,E) \qquad (5\text{-}2)$$

است که $(-\Delta)^{\alpha/2}$ لاپلاسین فراکتالی (عملگر ریس)[3] و D_{0+}^{β} مشتق فراکتالی ریمان- لیویل[4] هستند. چنانچه در رابطه (5-2)، $\alpha = 2$ و $\beta = 1$ باشد معادله، تبدیل به معادله انتشار عادی می‌شود. در معادله (5-2) ضریب پخش غیرعادی برابر با:

$$D(E,\alpha,\beta) = D_0(\alpha,\beta)\, E^{\delta} \qquad (6\text{-}2)$$

است. همچنین عملگر ریمان- لیویل برای $0 < \beta < 1$ برابر با:

$$D_{0+}^{\beta}\, \Phi = \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{\Phi(x,t)}{(t-\tau)^{\beta}}\, d\tau \qquad (7\text{-}2)$$

خواهد بود. عملگر ریس برابر با:

1. Sub-Diffusion
2. Super-Diffusion
3. Riss Operator
4. Riemann-Liouville

$$(-\Delta)^{\alpha/2}\, f(x) = \frac{1}{d_{m,l}(\alpha)} \int \frac{\Delta_y^l f(x)}{|y|^{m+\alpha}} dy \qquad (8\text{-}2)$$

است که $d_{m,l}(\alpha)$ فاکتور نرمال کننده نام دارد و برابر با:

$$d_{m,l}(\alpha) = \int (1 - e^{iy})^l\, |y|^{-m-\alpha}\, dy \qquad (9\text{-}2)$$

می‌باشد. همچنین در رابطه (2-8)، عملگر $\Delta_y^l f(x)$ برابر با:

$$\Delta_y^l f(x) = \sum_{k=0}^{l} (-1)^k \binom{l}{k} f(x - ky) \qquad (10\text{-}2)$$

است. همانطور که در نمودار شار پرتوهای کیهانی (شکل 2-2) مشاهده می‌شود در محل زانوی طیف، شیب نمودار تغییر می‌کند که با استفاده از انتشار عادی نمی‌توان این تغییر شیب در زانوی طیف را توضیح داد. لاگوتین بیان می‌کند [9] که زانو در طیف پرتوهای کیهانی اولیه می‌تواند به علت لوی فلایت (انتشار غیرعادی) ذرات پرتو کیهانی از محیط بین‌ستاره‌ای فراکتالی شامل میدان‌های مغناطیسی غیرهمگن و همچنین به دام افتادن ذرات پرتو کیهانی در این میدان‌ها به مدت طولانی باشد. لوی فلایت[1] مطابق با قانون عکس توانی توزیع می‌شود که [10] متناسب با:

$$\propto r^{-3-\alpha} \quad ; \; r \to \infty \; ; \; \alpha < 2 \qquad (11\text{-}2)$$

است، و ضریب α توسط خصوصیات محیط فراکتالی بین‌ستاره‌ای تعریف می‌شود.

2-7 انتشار پرتوهای کیهانی در میدان‌های مغناطیسی

میدان‌های مغناطیسی در گازهای یونیده قرار گرفته‌اند و یک فاکتور اصلی در محیط میان‌ستاره‌ای محسوب می‌شوند. تکنیک‌های مختلفی وجود دارد که به بررسی ساختار میدان‌های مغناطیسی میان‌ستاره‌ای می‌پردازد. پرکاربردترین شیوه که اجازه می‌دهد [11] به بررسی ساختار مقیاس بزرگ پرداخته شود، چرخش فارادی تابش قطبیده خطی[2] است. تپنده‌ها[3] و منابع خارج کهکشانی، تابش قطبیده خطی از خود ساطع می‌کنند که با عبور از نواحی پر شده از الکترون‌های آزاد و

1. Levy Flight
2. Faraday Rotation of Linearly Polarised Radiation
3. Pulsars

میدان‌های مغناطیسی، می‌چرخند. مشاهدات چرخش فارادی این امکان را به منجمان می‌دهد که مولفه‌ی میدان مغناطیسی در امتداد خط دید را محاسبه کنند.
میدان مغناطیسی کهکشانی، شامل دو مولفه‌ی منظم و آشوبناک است. میدان منظم به دو بخش میدان دیسک و میدان هاله کهکشان تقسیم می‌شود. در حالت کلی، کهکشان ما دارای یک میدان مقیاس بزرگ سازمان یافته در دیسک است. این میدان کم و بیش از الگوی مارپیچی پیروی می‌کند. در مورد میدان هاله اطلاعات اندکی در دسترس است.
مولفه‌ی تصادفی (آشوبناک) میدان مغناطیسی، به حرکت آشفته در گاز میان‌ستاره‌ای مربوط می‌شود. چنانچه مقاومت محیط (چسبندگی)، بسیار کوچک باشد خطوط میدان در پلاسما فریز شده و حرکت آن را دنبال می‌کند که این حالت باعث پدید آمدن میدان آشوبناک می‌شود. یک مدل ساده و قدرتمند [11] برای آشفتگی در سیالات، توسط کولموگرو[1] توسعه یافت. در این مدل، مقداری انرژی از مقیاس‌های بزرگ به صورت آبشاری به مقیاس‌های کوچکتر تزریق می‌شود. در نهایت انرژی توسط چسبندگی در کوچکترین مقیاس، پراکنده خواهد شد. این مدل، طیف توانی [11]:

$$E(k) = C\,\epsilon^{2/3}\,k^{-5/3} \qquad (12\text{-}2)$$

را تعریف می‌کند که ϵ نرخ انتقال انرژی و k معکوس مقیاس طول است. این معادله نشان می‌دهد که چگونه انرژی جنبشی آشفتگی به عنوان تابعی از مقیاس، توزیع می‌شود.
امروزه کاملا پذیرفته شده است که انرژی توسط انفجارات ابرنواختری به محیط میان‌ستاره‌ای در مقیاس بزرگ تزریق می‌شود (به این معنی که انرژی توسط بزرگترین مقیاس که همان ابرنواختر است، به مقیاس‌های کوچکتر در کهکشان مانند ابرهای میان‌ستاره‌ای تزریق شده و این روند تزریق انرژی تا کوچکترین مقیاس، ادامه پیدا می‌کند. در نهایت در کوچکترین مقیاس، انرژی پراکنده می‌شود).

8-2 تاخیر زمانی در انتشار پرتوهای کیهانی

پرتوهای کیهانی با سرعت‌هایی حرکت می‌کنند که غیر قابل تمیز از سرعت نور هستند. اما ضمن حرکت در میدان‌های مغناطیسی، نسبت به نور تاخیر می‌یابند زیرا این ذرات، باردار هستند و مسیرهای آنها مستقیم نیست. مشاهدات بیان می‌کنند که پرتوهای کیهانی با سطح همسانگردی بالا،

1. Kolmogorov