بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده علوم پایه،گروه ریاضی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد(M.Sc)

گرایش:آنالیز عددی

عنوان:

جواب مینیمال دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی فازی

استاد راهنما:

دکتر محمود اوتادی

استاد مشاور:

دکتر مریم مصلح

پژوهشگر:

زهرا اوتادی

تابستان ۱۳۹۲

تقدیم به:

پدر ومادر عزیزم به پاس محبتهای بی دریغشان که هرگز فروکش نمیکند،والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم و نامشان دلیلی است بر بودنم،آموزگارانی که تشویقم کردند، راهنماییم نمودند واگر موفقیتی دارم متعلق به آن ها است.

و تقدیم به همسر عزیزم که سایه مهربانیش سایه سار زندگیم می باشد، او که با حمایتها وتشویقهای بی دریغش مشکلات مسیر را برایم تسهیل نمود.

تشکر وقدردانی:

حمدو سپاس خداوند متعال را که عنصر اندیشه را در وجودم نهاد و نعمت آموختن را به من آموخت.

بر خود لازم می دانم از زحمات بی دریغ جناب آقای دکتر محمود اوتادی که در طی مراحل مختلف این پایان نامه از راهنمایی های ایشان به عنوان استاد راهنما بهره برده ام نهایت تشکر را بنمایم. همچنین از استاد ارجمند سرکار خانم دکتر مریم مصلح که مشاوره این پایان نامه را برعهده داشتند به خاطر زحمات بی دریغشان قدردانی می نمایم و از جناب آقای دکتر داوود ابراهیمی بقاء مدیر گروه محترم وهمه اساتیدم در این دوره و داور محترم جناب آقای دکتر مجید امیر فخریان نهایت تشکر را دارم. از خداوند متعال آرزوی موفقیت وبهروزی را برای اساتید محترم خواهانم.

بسمه تعالی

تعهد نامه اصالت پایان نامه کارشناسی ارشد

اینجانب زهرا اوتادی دانش آموخته کارشناسی ارشد ناپیوسته به شماره دانشجویی ۹۰۰۷٤۹۰۷٦ در رشته ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی که در تاریخ ۱۳۹۲/۰٦/۱۷ از پایان نامه خود تحت عنوان جواب مینیمال دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی فازی با کسب نمره هجده و درجه عالی دفاع نموده ام بدینوسیله متعهد می شوم:

۱- این پایان نامه حاصل تحقیق وپژوهش انجام شده توسط اینجانب بوده و در مواردی که از دستاوردهای علمی وپژوهشی دیگران (اعم از پایان نامه ،کتاب،مقاله و...)استفاده نموده ام ، مطابق ظوابط و رویه های موجود، نام منبع مورد استفاده و سایر مشخصات آن را در فهرست ذکر و درج کرده ام .

۲- این پایان نامه قبلا هیچ مدرک تحصیلی (هم سطح،پایین تر یا بالاتر) در سایر دانشگاههاو موسسات آموزش عالی ارائه نشده است.

۳- چنانچه بعد از فراغت از تحصیل ، قصد استفاده و هر گونه بهره برداری اعم از چاپ کتاب، ثبت اختراع و ... از این پایان نامه داشته باشم، از حوزه معاونت پژوهشی واحد مجوزهای مربوطه را اخذ نمایم.

٤- چنانچه در هر مقطع زمانی خلاف موارد فوق ثابت شود،عواقب ناشی از آن را بپذیریم و واحد دانشگاهی مجاز است با اینجانب مطابق ظوابط ومقررات رفتار نموده و در صورت ابطال مدرک تحصیلی ام هیچگونه ادعایی نخواهم داشت

نام و نام خانوادگی : زهرا اوتادی

تاریخ وامضا:

معاونت پژوهش وفناوری

به نام خدا

منشور اخلاق پژوهش

با یاری از خداوند سبحان و اعتقاد به این که عالم محضر خداست وهمواره ناظر بر اعمال و به منظور پاس داشت مقام بلند دانش وپژوهش و نظر به اهمیت جایگاه دانش در اعتلای فرهنگ و تمدن بشری ، ما دانشجویان واعضای هیأت علمی واحد های دانشگاه آزاد اسلامی متعهد می گردیم اصول زیر را در انجام فعالیت های پژوهشی مد نظر قرار داده و از آن تخطی نکنیم :

۱- اصل برائت :التزام به برائت جویی از هر گونه رفتار غیر حرفه ای و اعلام موضع نسبت به کسانی که حوزه علم و پژوهش را به شائبه های غیر علمی می آلایند

۲- اصل رعایت انصاف وامانت: تعهد به اجتناب از هر گونه جانب داری غیر علمی و حفاضت از اموال،تجهیزات ومنابع در اختیار

۳- اصل ترویج : تعهد به رواج دانش واشاعه نتایج تحقیقات وانتقال آن به همکاران علمی و دانشجویان به غیر از مواردی که منع قانونی دارد

٤- اصل احترام : تعهد به رعایت حریم ها و حرمت ها در انجام تحقیقات و رعایت جانب نقد و خودداری از هر گونه حرمت شکنی

٥- اصل رعایت حقوق : التزام به رعایت کامل حقوق پژوهشگران وپژوهیدگان (انسان،حیوان و نبات) وسایر صاحبان حق

٦- اصل راز داری : تعهد به صیانت از اسرار و اطلاعات محرمانه افراد ونهادهای مرتبط با تحقیق

۷- اصل حقیقت جویی: تلاش درراستای پی جویی حقیقت و وفاداری به آن و دوری از هر گونه پنهان سازی حقیقت

۸- اصل مالکیت مادی ومعنوی : تعهد به رعایت کامل حقوق مادی ومعنوی دانشگاه و کلیه همکاران پژوهش

۹- اصل منافع ملی : تعهد به رعایت مصالح ملی و در نظر داشتن پیشبرد و توسعه کشور در کلیه مراحل پژوهش

بسمه تعالی

در تاریخ ۱۳۹۲/۰۶/۱۷ دانشجوی کارشناسی ارشد خانم زهرا اوتادی از پایان نامه خود دفاع نموده وبا نمره ۱۸ بحروف هجده با درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

امضاء استاد راهنما

چکیده فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست جدول ها

فهرست شکلها

عنوان **صفحه**

چکیده :

در این پایان نامه ، یک روش جدید بر اساس شبه معکوس برای حل معادلات دیفرانسیل دستگاه خطی فازی ارائه شده است. در این روش ،ما می خواهیم جواب مینیمال معادلات دیفرانسیل دستگاه خطی فازی مانند $Ax'(t) = Bx'(t) + Cx(t),$ و $x(0) = x_0$ که در آن A, B, C ماتریس های حقیقی $m \times n$ هستند و شرط اولیه ، x_0 یک بردار ساخته شده از n مقدار فازی است را بدست آوریم. بنابراین شرایط لازم وکافی برای وجود مشتق فازی $x'(t)$ از یک بردار فازی $x(t)$ و شرایط لازم و کافی برای اینکه بردار مینیمال برای هر بردار فازی دلخواه x_0 یک بردار فازی باشد را مورد بررسی قرار می دهد.

فصل اول

مجموعه های فازی و مفاهیم اولیه

۱-۱ مقدمه:

تئوری فازی در سال ۱۹٦۵ توسط دکتر لطفی عسگرزاده در مقاله ای با عنوان «مجموعه های فازی» معرفی گردید. البته زاده قبل از کار برروی تئوری فازی شخصیت برجسته ای در تئوری کنترل بود و مفهوم «حالت» که اساس تئوری کنترل مدرن را شکل می دهد توسعه داد. در اوایل دهه ٦۰ او به این نتیجه رسید که تئوری کنترل کلاسیک بیش از حد برروی دقت تأکید داشته و از این رو با سیستم های پیچیده نمی تواند کار کند.

در سال ۱۹٦۲ مطلبی با این مضمون برای سیستم های بیولوژیک نوشت:

«ما اساساً به نوع جدیدی از ریاضیات نیازمندیم، ریاضیات مقادیر مبهم یا فازی که توسط توزیع های احتمال قابل توصیف نیستند.» پس از آن وی ایده اش را در قالب مقالۀ «مجموعه های فازی» تجسم بخشید. در این مقاله از منطق چند مقداری برای مجموعه ها و گروه های اشیاء استفاده کرد. لطفی عسگرزاده برچسب یا نام فازی را روی این مجموعه های گنگ یا چند ارزشی قرارداد. مجموعه هایی که اجزایشان با درجات مختلف به آن ها تعلق دارند.

دکتر لطفی عسگرزاده پیشنهادی در مورد مفهوم الگوریتم های فازی در سال ۱۹٦۸ ارایه داد و سپس آن را در سال ۱۹۷۳ به شکل استدلال فازی تکمیل نمود. پروفسور ممدانی از دانشگاه امیریال در سال

۱۹۷٤ با شروع از این نقطه یک الگوریتم واقعی برای نظریه ی فازی ارایه داد و با انجام آزمایشاتی کارایی آن را ثابت کرد. وقتی بخش صنعت از این موضوع مطلع شدند، شرکت اف ـ ال ـ اسمیت برای اولین بار در سال ۱۹۸۰ با استفاده از این نظریه ی فازی در کنترل، آن را عملی ساخت و به دنبال آن شرکت های زیادی از ژاپن در این راستا سرمایه گذاری کردند، مانند فیتاچی و شرکت فوجی الکترونیک. سپس پیشرفت های بسیاری از کاربرد کنترل صورت گرفت. این کار با کنترل فرآیندهای کارخانه ها آغاز شد و به قطار، جرثقیل، آسانسور، خودرو، وسایل الکترونیک خانگی، دوربین و مانند آن ها گسترش یافت و در این زمینه ژاپن مرکز پیشرفت قرار گرفت.

۱ ـ ۲ مفهوم اساسی منطق فازی:

در یک گفتگوی روزانه کلمات مبهم بسیاری به کار گرفته می شوند. مثلاً «نمای این ساختمان زیباست» یا «ارزش دلار نسبتاً بالاست». مجموعه های فازی برای برخورد با همین کلمات و گزاره های نادقیق ارایه شده است. مجموعه های فازی با مفاهیم نادقیقی نظیر «مجموعه های افراد قدبلند» و یا «افرادی که نزدیک تهران زندگی می کنند» که قابل بیان بوسیله ی مجموعه های معمولی نیستند، مواجه است.

در جملات بالا کلمات «بلند قد» و «نزدیک» دقیق نیستند و بیان این عبارت با مجموعه های معمولی امکان پذیر نیست و ما حتماً باید عبارات را به صورت دقیق مانند مجموعه ی افرادی که بیش از ۱۸۰ سانتی متر قد دارند و یا مردمی که در تهران زندگی می کنند، بیان می کنیم. اندازه گیری قد یک فرد، تعلق یا عدم تعلق او را به مجموعه های فازی پیش گفته، تعیین نمی کند.

این مجموعه های معمولی، که به صورت دقیق بیان می شوند، در نظریه ی مجموعه های فازی به مجموعه های قطعی معروف اند.

نظریه ی مجموعه های فازی توسیعی از نظریه ی مجموعه های قطعی است. می توانیم یک مجموعه را به صورت عنصرهای آن به همراه درجۀ عضویت هر عضو در نظر بگیریم

۱ـ ۳ تعاریف اولیه [20]

تعریف۱ ـ ۳ ـ ۱ :تابع مشخصه ، تابع عضویت و درجۀ عضویت

فرض می کنیم که X یک مجموعه ی دلخواه بعنوان مرجع باشد. تابع مشخصه ی هر زیر مجموعۀ معمولی A از X یک تابع ازX به $\{0,1\}$ است که به صورت زیر تعریف می شود:

$x_A: X \to \{0,1\}$

حال اگر برد تابع مشخصه را از مجموعه ی دو عضوی $\{0,1\}$ به بازه ی$[0,1]$توسعه دهیم، یک تابع خواهیم داشت که به هر x از X، عددی را از بازه ی $[0,1]$نسبت می دهد.

این تابع را تابع عضویت A می نامیم. اکنون A دیگر یک مجموعه ی معمولی نیست، بلکه مجموعه ای به نام مجموعه ی فازی می باشد. بنابراین، مجموعه ی فازی A مجموعه ای است که اعضای آن دارای درجات عضویت است که می تواند به طور پیوسته از $I = [0,1]$ اختیار شود. این مجموعه به طول کامل و یکتا توسط یک تابع عضویت که آن را با $\mu_A\ (x)$ نمایش می دهیم، مشخص می شود. تابعی که به هر عنصر از X ، یک عدد را از بازه ی $[0,1]$ به عنوان درجه ی عضویت آن عنصر در مجموعه ی فازی A نسبت می دهد .

تعریف ۱ـ ۳ ـ۲: *مجموعۀ فازی*

اگر X مجموعه ای مرجع و ناتهی باشد، مجموعۀ فازی A درX با تابع عضویت زیر نشان داده می شود:

$$\mu_A: X \ \to \ [0\,,1]$$

و $\mu_A(x)$ برای هر $x \in X$، میزان تعلق x به مجموعه ی فازی A را نشان می دهد.

بنابراین مجموعه ی فازی A را می توان به صورت زوج مرتب زیر بیان کرد:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) \,|\, x \in X\}$$

همچنین گردایه ای از زیر مجموعه های فازی در X را با $F(x)$ نمایش می دهند.

(توجه آنکه اغلب به خاطر سادگی در نوشتار، A (x) به جای $\mu_A(x)$ بکار می رود.)

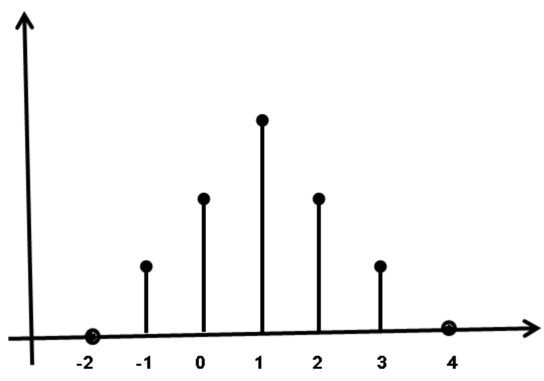
هنگامی که $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ یک مجموعه ی متناهی باشد، A یک مجموعه ی فازی در X می باشد که به صورت زیر نشان می دهیم:

$$A = \frac{\mu_1}{x_1} + \frac{\mu_2}{x_2} + \dots + \frac{\mu_n}{x_n}$$

به طوری که μ_i ها $i = 1, \dots, n$ همان درجهٔ عضویت x_i ها در A هستند.

به عنوان مثال مجموعه ی اعداد طبیعی نزدیک به عدد یک را به صورت زیر نمایش می دهیم:

$$A = \frac{0.0}{-2} + \frac{0.3}{-1} + \frac{0.6}{0} + \frac{1.0}{1} + \frac{0.6}{2} + \frac{0.3}{3} + \frac{0.0}{4}$$



شکل ۱-۱:مجموعه فازی تقریباً یک

تعریف۱-۳-۳ :مجموعه ی فازی نرمال

مجموعه ی فازی A در X نرمال است، اگروجود داشته باشد $x \in X$ باشد که $\mu_A(x) = 1$ (یعنی حد بالای $\mu_A\,(x)$ برابر یک باشد.) در غیر این صورت مجموعهٔ A را غیرنرمال گوییم.

هر مجموعه ی فازی غیرنرمال را می توان با تقسیم کردن $\mu_A(x)$ بر حد بالایی که برای آن مجموعهٔ غیر نرمال در نظر گرفته ایم به یک مجموعهٔ فازی نرمال تبدیل کنیم.

تعریف۱-۳- ٤:ساپورت یا تکیه گاه:

فرض کنید A یک مجموعهٔ فازی باشد در این صورت تکیه گاه A مجموعه ای است غیر فازی که به صورت زیر تعریف می گردد:

$$Supp\ (A) = \{x \in X\ |\mu_A(x)\ > 0\}$$

تعریف۱-۳-۵: α ـ برش ضعیف

زیر مجموعه ی عناصری ازX که درجه ی عضویت آن ها در مجموعه ی فازی A حداقل به بزرگی α ($\alpha > 0$) باشد، α ـ برش A گوییم و به صورت $[A]^{\alpha}$ نشان می دهیم، بنابراین:

$$[A]^{\alpha} = \{x \in X\ |\mu_A(x) \geq \alpha\}\ \ ,\qquad \alpha \in (0,1]$$

تعریف۱-۳-٦: α ـ برش قوی

اگر در تعریف بالا شرط تساوی را نادیده بگیریم، مجموعه ی حاصل یک مجموعهٔ α ـ برش قوی نامیده می شود، یعنی

$$[A]^{\alpha} = \left\{x \in X\ \middle|\mu_A(x) > \alpha\right\}$$

به عنوان مثال فرض کنید $X = \{-2\ ,-1\ ,0\ ,1\ ,2\ ,3\ ,4\}$ و داشته باشیم:

$$A = \frac{0\ .0}{-2} + \frac{0\ .3}{-\ 1} + \frac{0\ .6}{0} + \frac{1\ .0}{1} + \frac{0\ .6}{2} + \frac{0\ .3}{3} + \frac{0\ .0}{4}$$

در این صورت α ـ برش های A به شکل زیر درمی آیند:

$$[A]^{\alpha} = \begin{cases} \{-1\,,0\,,1\,,2\,,3\}\,, & \text{اگر}\quad 0 \leq \alpha \leq 0.3 \\ \{0\,,1\,,2\}\,, & \text{اگر}\quad 0.3 < \alpha \leq 0.6 \\ \{1\}, & \text{اگر}\quad 0.6 < \alpha \leq 1 \end{cases}$$

تعریف ۱ ـ ۳ ـ ۷ :مجموعه ی فازی محدب

مجموعه ی فازی A را محدب گوییم، اگر α ـ برشهای $A(0 < \alpha \leq 1)$ محدب باشند.

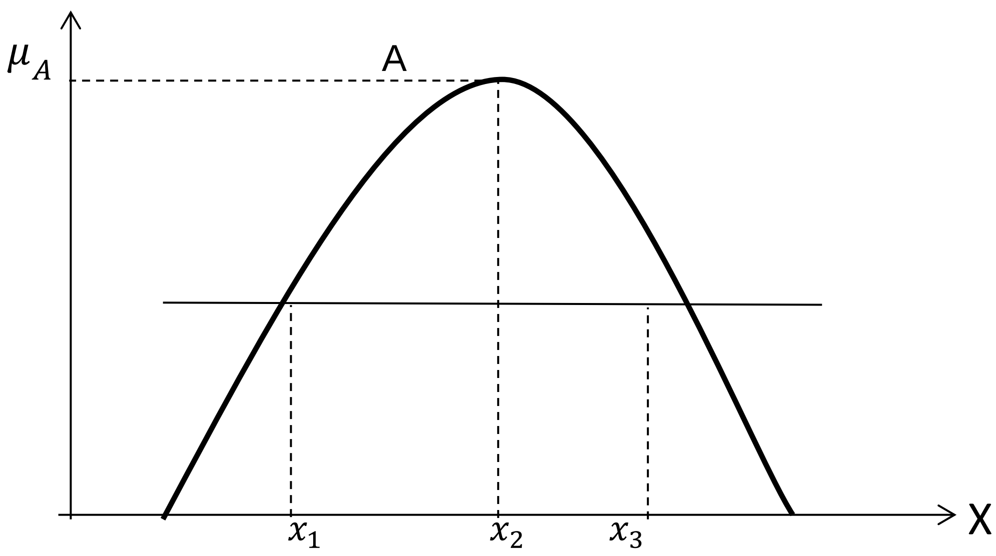
یک تعریف معادل محدب به صورت زیر است:

مجموعه ی فازی A را محدب گوییم اگر و فقط اگر برای هر $x_1\,, x_2 \in X$ و هر $\alpha \in [0\,,1]$

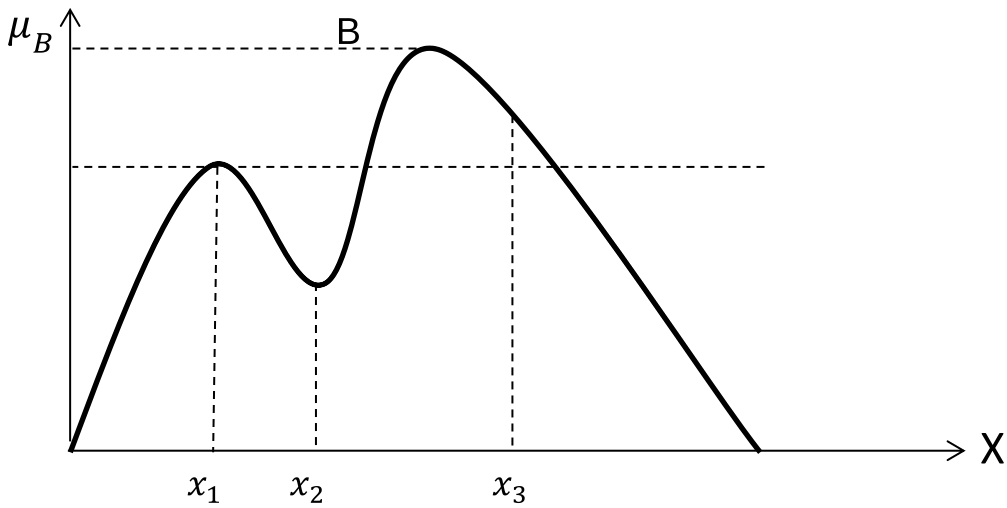
داشته باشیم:

$$\mu_A[\lambda\, x_1 + (1-\lambda)x_2] \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A\,(x_2)\}$$

شکل های زیر را ببینید.



شکل ۱–۲ : مجموعه ی فازی محدب



شکل ۱–۳ : مجموعه ی فازی غیر محدب

۱ ـ ٤ اعداد فازی[5]

تعریف۱ ـ ٤ ـ ۱: عدد فازی

عدد فازیA ، مجموعه ای فازی روی محور اعداد حقیقی است که، نرمال، محدب و دارای تابع عضویت پیوسته و دارای تکیه گاه کراندار باشد.

تعریف ۱ـ ٤ ـ ۲: عدد شبه فازی

عدد شبه فازی A، مجموعه ای فازی روی اعداد حقیقی است که نرمال، محدب و دارای تابع عضویت پیوسته باشد که در شرایط زیر صدق می کند:

$$\lim_{x \to +\infty} \mu_A(x) = 0 \qquad , \qquad \lim_{x \to -\infty} \mu_A(x) = 0$$