بسم الله الرحمن الرحيم

٣٥٥٣٣

۲۰ /۲/ ۱۳۸۰

دانشگاه الزهرا (س)

دانشکده علوم پایه
گروه فیزیک

پایان نامه
جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد
رشته فیزیک ذرات بنیادی

عنوان:

تطابق نظریه میدانهای همدیس - آنتی دوسیتر

استاد راهنما:
دکتر امیر مسعود غزلباش
استاد مشاور
دکتر امیر آقا محمدی

دانشجو:
خدیجه ایمانی

اسفندماه ۱۳۷۹

سپاس و تعظیمی خالصانه نثار پـدر و مـادر عـزیزم و تشکر و تقدیری صادقانه و بی‌دریغ از همسر بزرگوارم که تمامی موفقیتهایم را مرهون همراهی‌ها، همدلی‌ها و قوت قلبهای انهایم.

با سپاس از زحمات دکتر امیر مسعود

غزلباش که با رهنمودها و تجربیات ایشان

انجام این پایان نامه امکان پذیر گردید.

چکیده:

تطابق بین نظریه میدانها در فضای آنتی دوستیر $(d+1)$ بعدی و نظریه میدانهای همدیس در d بعد از جنبه‌های مختلف در سالهای اخیر مورد مطالعه قرارگرفته. این تطابق برای نظریه پیمانه‌ای فوق همدیس در حد Nهای بزرگ و فوق گرانش در فضای AdS_{d+1} حدس زده شده است.

تابع پارش را برای هرمیدان روی AdS_{d+1} بصورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$Z_{Ads}[q\Phi_0] = \int_{\Phi_0} D\Phi \, e^{-S[\Phi]}_{\Phi_0}$$

Φ_0 میدان روی مرز AdS_{d+1} است و انتگرال‌گیری روی Φ است که وقتی از حجم AdS_{d+1} به مرز آن می‌رویم Φ به Φ_0 می‌رود. و تابع پارش برای میدانهای همدیس بصورت زیر است

$$Z_{CFT}[\Phi_0] = \langle e^{\int_{M_d} d^d x \sqrt{g}\, O \Phi_0} \rangle$$

که O عملگر همدیس کولزی - پرایمری روی M_d مرز AdS_{d+1} است.

در اینجا این تطابق را برای میدان اسکالر - اسپینور - اندرکنش بردار - اسپینور و اندرکنش اسپینور - اسکالر، میدان رارتیاشونیگر بدون جرم و اندرکنش راریتاشونیگر - اسکالر - اسپینور - بررسی می‌کنیم.

فهرست مطالب

صفحه

عنوان

فصل اول

بررسی و مطالعهٔ گروه کانفرمال و توابع همبستگی ناوردا تحت این تبدیل

(1.1) گروه کانفرمال:

می‌دانیم که $g_{\mu\nu}$ نشان دهندهٔ تاسنور متریک، فضا - زمان **d** بعدی است. بنابراین با تبدیل $x \to x'$ در این فضا $g_{\mu\nu}(x) \to g'_{\mu\nu}(x')$ تبدیل می‌شود پس هر تبدیل را می‌توانیم بر حسب تغییرات متریک فضا-زمان تحت آن تبدیل، تعریف کنیم. بر این اساس تبدیل کانفرمال به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$$g'_{\mu\nu}(x') = \Lambda(x)\, g_{\mu\nu}(x) \qquad \textbf{(1.1)}$$

یعنی تبدیلی است که متریک تحت ان با یک وزن ناوردا می‌ماند.

به سادگی می‌توان دید که تبدیل کانفرمال یک گروه را می‌سازد و به ازای $\Lambda(x) \equiv ۱$ به گروه پوانکاره تبدیل می‌شود.

تبدیل $x^\mu \to x'^\mu = x^\mu + \varepsilon^\mu(x)$ را در نظر بگیرید. برای این که این تبدیل یک تبدیل کانفرمال باشد باید در رابطهٔ **(1.1)** صدق کند. برای بررسی این شرط، تغییرات متریک را بر حسب اولین رتبهٔ ε بصورت زیر می‌نویسیم.

$$\begin{aligned} g'_{\mu\nu} &= \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu}\frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} g_{\alpha\beta} = \left(\delta^\alpha_\mu - \partial_\mu \varepsilon^\alpha\right)\left(\delta^\beta_\nu - \partial_\nu \varepsilon^\beta\right) g_{\alpha\beta} \\ &= g_{\mu\nu} - \left(\partial_\mu \varepsilon_\nu + \partial_\nu \varepsilon_\mu\right) \end{aligned} \qquad \textbf{(1.2)}$$

برای اینکه این تبدیل، یک تبدیل کانفرمال باشد باید داشته باشیم.

$$\partial_\mu \varepsilon_\nu + \partial_\nu \varepsilon_\mu = f(x)\, g_{\mu\nu} \qquad \textbf{(2.3)}$$

برای پیدا کردن **f(x)** بصورت زیر عمل می‌کنیم.

ابتدا از طرفین رابطهٔ **(1.3)** تریس می‌گیریم.

$$\partial_\mu \varepsilon^\mu + \partial_\nu \varepsilon^\nu = f(x)\ Tr\ (g_{\mu\nu}) \qquad ; \qquad Tr\ (g_{\mu\nu}) = d$$

پس (1.4) $$f(x) = \frac{۲}{d}\partial_\rho \varepsilon^\rho$$

برای سادگی، فرض می‌کنید $g_{\mu\nu}=\eta_{\mu\nu}$ که $\eta_{\mu\nu}=dig\ (۱,۱,...,۱)$ اگر از طرفین رابطهٔ **(1.3)** مشتق خارجی ∂_ρ بگیریم و از رابطهٔ **(1.3)** استفاده کنیم داریم:

$$\partial_\rho\ (\partial_\mu \varepsilon_\nu + \partial_\nu \varepsilon_\mu) = \partial_\rho\ (f\ (x)\ \eta_{\mu\nu}) \Rightarrow$$

$$\partial_\mu\ (\eta_{\rho\nu} f - \partial_\nu \varepsilon_\rho) + \partial_\nu\ (\eta_{\rho\mu} f - \partial_\mu \varepsilon_\rho) = \eta_{\mu\nu}\partial_\rho f \Rightarrow$$
$$۲\partial_\mu \partial_\nu \varepsilon_\rho = \eta_{\mu\nu}\partial_\nu f + \eta_{\nu\rho}\partial_\mu f - \eta_{\mu\nu}\partial_\rho f \qquad \textbf{(1.5)}$$

طرفین رابطهٔ **(1.5)** را در $\eta^{\mu\nu}$ ضرب می‌کنیم در نتیجه داریم:

$$۲\partial^۲ \varepsilon_\rho = \partial_\rho f + \partial_\rho f - d\partial_\rho f \Rightarrow ۲\partial^۲ \varepsilon_\mu = (۲-d)\ \partial_\mu f \qquad \textbf{(1.6)}$$

از طرفین رابطهٔ **(1.6)** ∂_ν و از طرفین رابطهٔ **(1.3)** $\partial^۲$ می‌گیریم:

$$۲\partial_\nu \partial^۲ \varepsilon_\mu = (۲-d)\ \partial_\nu \partial_\mu f$$
$$\partial^۲\ (\partial_\mu \varepsilon_\nu + \partial_\nu \varepsilon_\mu) = \eta_{\mu\nu}\partial^۲ f$$

با مقایسه این دو رابطه به رابطهٔ زیر می‌رسیم.

$$(۲-d)\ \partial_\mu \partial_\nu f = \eta_{\mu\nu}\partial^۲ f \qquad \textbf{(1.7)}$$

و با ضرب $\eta^{\mu\nu}$ در رابطهٔ **(1.7)** داریم.

$$(2-d)\,\partial^2 f = d\partial^2 f \Rightarrow (d-1)\,\partial^2 f = 0 \qquad (1.8)$$

با استفاده از روابط (1.3-1.8) می‌توانیم فرم مشخصی را برای تبدیل کانفرمال در d بعد پیدا کنیم اگر $d=1$ باشد با توجه به رابطهٔ (1.8) می‌بینیم که هیچ شرطی را روی f نمی‌توانیم بگذاریم. بنابراین هر تبدیلی را می‌توانیم تبدیل کانفرمال بگیریم حالت d=2 را در اینجا بررسی نمی‌کنیم برای $d\geq 3$ f را به دست می‌آوریم.

برای $d\geq 3$ روابط (1.7) و (1.8) ایجاب می‌کند که $\partial_\mu\partial_\nu f=0$ با استفاده از این شرط می‌فهمیم که f باید یک ترکیب خطی از مختصات باشد یعنی:

$$f(x) = A + B_\mu x^\mu \qquad (1.9)$$

(A، B_μ ثابت هستند)

اگر (1.9) را در (1.5) جایگذاری کنیم داریم:

$$2\partial_\mu\partial_\nu\varepsilon_\rho = \eta_{\mu\rho}B_\mu + \eta_{\nu\rho}B_\mu\delta_{\mu\nu-} - \eta_{\mu\nu}B_\mu\delta^\nu_\rho \Rightarrow$$
$$2\partial_\mu\partial_\nu\varepsilon_\rho = \eta_{\mu\rho}B_\mu$$

می‌بینیم که $\partial_\mu\partial_\nu\varepsilon_\rho$ مقدار ثابتی شد و این بدان معنی است که ε_ρ یک تابع مربعی از مختصات است پس می‌توان بصورت زیر نوشت.

$$\varepsilon_\mu = a_\mu + b_{\mu\nu}x^\nu + c_{\mu\nu\rho}x^\nu x^\rho \quad ; \quad c_{\mu\nu\rho} = c_{\mu\rho\nu} \qquad (1.10)$$

معادلات (1.5)-(1.3). قیودی را برای xها می‌دهند و ما می‌توانیم هر توانی از x را جداگانه در آنها جایگذاری کنیم و خواص ضرایب آنها را بدست آوریم ولی a_μ مستقل از قیود ذکر شده است و این جمله یک انتقال کوچک را نشان می‌دهد.

گر جملهٔ خطی (1.10) را در رابطهٔ (1.3) جایگذاری کنیم داریم.

$$\partial_\mu \left(b_{\nu\mu}x^\mu\right) + \partial_\nu \left(b_{\mu\nu}x^\nu\right) = \frac{2}{d}\partial_\lambda b^\lambda_\rho x^\rho \eta_{\mu\nu} \Rightarrow$$
$$b_{\mu\nu}+b_{\nu\mu}=\frac{2}{d}b^\lambda_\lambda \eta_{\mu\nu} \tag{1.11}$$

رابطهٔ (1.11) ایجاب می‌کند که $b_{\mu\nu}$ مجموع یک ماتریس پادمتقارن و یک ماتریس قطری با عناصر یکسان روی قطر باشد. پس می‌توانیم $b_{\mu\nu}$ را به فرم زیر بنویسیم.

$$b_{\mu\nu}=\alpha\eta_{\mu\nu}+m_{\mu\nu} \quad ; \quad m_{\mu\nu}=-m_{\nu\mu}$$

$\alpha\eta_{\mu\nu}$ نشان دهنده یک **انتقال مقیاس** کوچک است و قسمت پاد متقارن یک دوران خیلی کوچک را نشان می‌دهد.

با جایگذاری جملهٔ آخر (1.11) در رابطهٔ (1.5) داریم.

$$c_{\mu\nu\rho}=\eta_{\mu\rho}b_\nu+\eta_{\mu\nu}b_\rho-\eta_{\nu\rho}b_\mu \quad ; \quad b_\mu\equiv\frac{1}{d}c^\sigma_{\sigma\mu} \tag{1.13}$$

انتقال منطبق با رابطهٔ (1.13) از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$x'^\mu=x^\mu+\varepsilon^\mu(x) \Rightarrow x'^\mu=x^\mu+\left(\eta_{\mu\rho}b_\nu+\eta_{\mu\nu}b_\rho-\eta_{\nu\rho}b_\mu\right)x^\nu x^\rho \Rightarrow$$
$$x'^\mu=x^\mu+2\left(b.x\right)x^\mu-b^\mu x^2 \tag{1.14}$$

تبدیل (1.14) **تبدیل همدیس ویژه** نامیده می‌شود.

و در انتها با تبدیلی که با روابط (1.14) (1.11) (1.10) مطابقت دارد بصورت زیر است.

$x'^\mu=x^\mu+a^\mu$ (انتقال)

$$x'^{\mu}=\alpha x^{\mu} \text{ (اتساع)}$$

$$x'^{\mu}=M^{\mu}_{\nu}x^{\nu} \text{ (دوران)}$$

$$x'^{\mu}=\frac{x^{\mu}-b^{\mu}x^{2}}{1-2bx+b^{2}x^{2}} \text{(SCT)}$$

رابطهٔ آخر در **(1.15)** را می‌توان به سادگی از **(1.14)** به دست آورد سپس می‌توان نشان داد که عامل وزنی $\Lambda(x)$ بصورت زیر است.

$$\Lambda(x)=1-2bx+b^{2}x^{2} \tag{1.16}$$

همچنین می‌توانیم **(SCT)** را به صورت زیر بنویسیم.

$$\frac{x'^{\mu}}{x'^{2}}=\frac{x^{\mu}}{x^{2}}-b^{\mu} \tag{1.17}$$

بنابراین می‌توان گفت که تبدیل **(SCT)** یک انتقال و یک معکوس کردن است که طی آن

$$x^{\mu}\to\frac{x^{\mu}}{x^{2}}$$

(1.2) تقارن و قوانین بقا:

همانطوری که می‌دانیم تقارن و در پی آن کمیتهای بقادار از مباحث مهم در فیزیک هستند و در این قسمت ما می‌خواهیم ناوردایی کنش را تحت تبدیل زیر بررسی کنیم.

$$x\to x' \tag{1.18}$$

$$\varphi(\mathbf{x}) \to \varphi'(\mathbf{x}')$$

در این حالت فرض می‌کنیم مکان جدید $\mathbf{x}'$ تابعی از $\mathbf{x}$ و میدان جدید φ'تابعی از φ است یعنی:

$$\varphi'\left(x'\right) = F(\varphi(\mathbf{x})) \tag{1.19}$$

حال کنش را برای مجموعه‌ای از میدانهای φکه تابعی از خود φ و مشتق آن است می‌توانیم بصورت زیر بنویسیم.

$$S = \int d^d x \mathcal{L}(\varphi\ ,\ \partial_\mu \varphi) \tag{1.20}$$

برای اینکه کنش تغییر یافته را بنویسیم باید تغییرات **(1.18)** را در **(1.20)** جایگزین کنیم. با فرض اینکه $\varphi(\mathbf{x})$ به $\varphi'(\mathbf{x})$ تبدیل شود و $\mathbf{x}$ تغییر نکند داریم.

$$S' = \int d^d x \mathcal{L}(\varphi'(x)\ , \partial_\mu \varphi'(\mathbf{x}))$$

$$= \int d^d x' \mathcal{L}(\varphi'\left(x'\right)\ , \partial'_\mu \varphi'(\mathbf{x}))$$

$$= \int d^d x' \mathcal{L}(\mathbf{F}(\varphi(\mathbf{x})), \partial'_\mu F(\varphi(\mathbf{x}))$$

$$= \int d^d x \left| \frac{\partial x'}{\partial x} \right| \mathcal{L}(\mathbf{F}(\varphi(\mathbf{x})), \left(\frac{\partial x^\nu}{\partial x'^\mu}\right) \partial_\nu F(\varphi(\mathbf{x}))$$

در خط دوم متغیر انتگرال‌گیری را عوض کردیم $x \to x'$ و در خط سوم از رابطهٔ **(1.19)** استفاده کردیم و در آخرین خط $\mathbf{x}'$را بر حسب $\mathbf{x}$ بسط دادیم.

حال رابطهٔ بالا را برای یک انتقال ساده بکار می‌بریم.

$$x' = x + a$$

$$\varphi'(x+a) = \varphi(\mathrm{x}) \tag{1.22}$$

در این جا حالت $\delta^{\nu}_{\mu} = \dfrac{\partial x^{\nu}}{\partial x'^{\mu}}$ و F هم خیلی ساده است پس $s = s'$ و در نتیجه کنش تحت انتقال ناورداست.

حال تبدیل لورنتس را که به صورت زیر در نظر می‌گیریم.

$$x'^{\mu} = \Lambda^{\mu}_{\nu} x^{\nu}$$

$$\varphi'(\Lambda x) = \mathrm{L}_{\Lambda} \varphi(\mathrm{x})$$

ماتریس Λ در رابطه زیر صدق می‌کند.

$$\eta_{\mu\nu} \Lambda^{\mu}_{\rho} \Lambda^{\nu}_{\sigma} = \eta_{\rho\sigma}$$

L_{Λ} ماتریس دیگری است که به Λ وابسته است و روی φ اثر می‌کند. با استفاده از رابطهٔ **(1.24)** ژاکوبی $\left| \dfrac{\partial x'}{\partial x} \right|$ برابر واحد می‌شود در نتیجه کنش تغییر یافته بصورت زیر است.

$$s' = \int d^{d}x \, \mathcal{L} \left(L_{\Lambda}\varphi, \Lambda^{-1}\partial \left(L_{\Lambda}\varphi \right) \right)$$

اگر میدان ثابت φ را در نظر بگیریم $\mathrm{L}_{\Lambda} = ۱$ و کنش تحت تبدیل لورنتس ناوردا می‌ماند.

بعنوان آخرین مثال **مقیاس انتقال** را بررسی می‌کنیم که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$x'=\lambda x$$

$$\varphi'(\lambda x)=\lambda^{-\Delta}\varphi(x)$$

λ ضریب **اتساع** , Δ **مقیاس ابعادی** میدان φ است. بنابراین ژاکوبی انتقال $\left|\frac{\partial x'}{\partial x}\right|=\lambda^{d}$ است و کنش بصورت زیر تغییر می‌کند.

$$S'=\lambda^{d}\int d^{d}x\,\mathcal{L}(\lambda^{-\Delta}\varphi,\lambda^{-1-\Delta}\partial_{\mu}\varphi) \tag{1.27}$$

اگر میدان φ,که ثابت و بدون جرم است را در فضا زمان d بعدی در نظر بگیریم داریم.

$$S[\varphi]=\int d^{d}x\,\partial_{\mu}\varphi\partial^{\mu}\varphi \tag{1.28}$$

برای اینکه کنش ناوردا بماند باید **S´=S** شود که با استفاده از رابطهٔ **(1.27)** داریم:

$$S'[\varphi]=\int d^{d}x\lambda^{d}\lambda^{-2-2\Delta}\partial_{\mu}\varphi\partial^{\mu}\varphi$$

$$S=S'\Rightarrow d-2-2\Delta=0\Rightarrow\Delta=\frac{d}{2}-1 \tag{1.29}$$

(1.3) محاسبهٔ مولدهای گروه کانفرمال:

می‌دانیم که اگر تبدیلی در مختصات انجام دهیم میدانها هم تبدیل پیدا می‌کنند. هر تبدیل را به طور عمومی می‌توان یه صورت زیر نوشت.