

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه
گاوزنگ - زنجان



طراحی و شبیه‌سازی سلول عصبی مصنوعی الکترونیکی با استفاده از ممریستور

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

مجتبی مددی اصل

استاد راهنما: دکتر احسان ندایی اسکویی

استاد مشاور: دکتر علی‌رضا ولی‌زاده

شهریور ۱۳۹۲



تقدیم بہ

پدر بزرگ عزیزم

روح شاد

شکر و قدردانی

در ابتدا بر خود لازم می‌دانم تا از زحمات بی‌دریغ و دل‌سوزانهٔ استاد عزیزم، جناب آقای دکتر احسان ندایی اسکویی صمیمانه سپاس‌گذاری کنم. ایشان از نوابغ برنامه‌نویسی و فیزیک محاسباتی هستند و توفیق شاگردی ایشان برای من افتخار کمی نبوده و نیست. همچنین از جناب آقای دکتر علی‌رضا ولی‌زاده که به عنوان استاد مشاور ما را یاری نمودند و همیشه به بنده لطف داشتند، صمیمانه متشکرم. اهداف جناب آقای پروفسور یوسف ثبوتی از تأسیس مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایهٔ زنجان به عنوان یک مرکز علمی و پژوهشی حقیقی و اصولی، ستودنی است. وجود گران‌قدر ایشان نعمت بزرگی برای مرکز و دانشجویان آن است.

از تمامی دوستانم که در کنار هم همیشه لحظات خوشی را تجربه کردیم، صمیمانه تشکر می‌کنم و امیدوارم در تمامی عرصه‌های زندگی موفق و پیروز باشند.

از پدر زحمت‌کش و فداکارم که به برکت وجودش همیشه نان حلال سر سفره داشتیم و از مادر مهربانم که با حمایت‌ها و ریزینی‌هایش مسیر درست زندگی را به من نشان داد، سپاس‌گذارم و دستشان را می‌بوسم. هر چه دارم به یاری پروردگار و حاصل دست‌رنج این دو بزرگوار است.

از دواج در نیمهٔ شعبان المعظم و سال‌روز ولادت نورانی حضرت مهدی (عجل‌الله‌تعالی‌فرجه‌الشریف) نقطهٔ عطفی در زندگی من بود. از همسر عزیزم که مرا در مسیر پرفراز و نشیب زندگی همراهی می‌کند، از صمیم قلب سپاس‌گذارم.

چکیده

بازسازی ویژگی‌های منحصر به فرد سیستم‌های زیستی، به‌خصوص مغز انسان، مانند الگوهای یادگیری، با استفاده از مدارهای الکترونیکی از اهمیت بالایی برخوردار است و کاربردهای وسیعی از هوش مصنوعی تا ساختار و معماری رایانه را دربرمی‌گیرد. برای این منظور استفاده از مدارهای الکترونیکی الهام گرفته از سیستم‌های زیستی مفید به نظر می‌رسد.

برای دستیابی به این هدف، اجزای مداری مورد استفاده باید شامل دو ویژگی باشند. این اجزا باید توانایی نگهداری اطلاعات را داشته و در عین حال دارای حالتی پویا باشند. مدارهای شامل اجزای مداری فعال نظیر ترانزیستور به خوبی این دو ویژگی را ارضا می‌کنند، اما این مدارها دارای توان مصرفی بالا، تراکم کم و پیچیدگی زیاد هستند. جمع‌بندی ویژگی‌های مورد نیاز در یک جزء مداری غیرفعال و ترجیحاً در ابعاد نانو و قابل مقایسه با - حتی کوچک‌تر از - واحدهای پردازش و نگهداری اطلاعات در سیستم‌های زیستی مانند نورون و سیناپس، بسیار سودمند خواهد بود. این جزء مداری، ممریستور نامیده می‌شود که در سال ۱۹۷۱ میلادی به وسیله لئون چوا پیش‌بینی و توسعه داده شد.

در این پایان‌نامه ما طرحی پیشنهاد می‌کنیم که طبق آن ممریستور در یک بسته مدار الکترونیکی به همراه مجموعه‌ای از اجزای مداری دیگر شامل مقاومت، خازن و ترانزیستور، کارایی سیستم‌های نورونی را شبیه‌سازی می‌کند. ایده ما شامل طراحی مدار، استفاده از ممریستور به عنوان سیناپس و تحلیل آن به وسیله برنامه شبیه‌ساز نورون الکترونیکی است که در گروه محاسباتی ما نوشته شده است.

واژه‌های کلیدی: ممریستور، سیستم‌های ممریستیوی، نورون الکترونیکی، هوش مصنوعی

فهرست

چکیده	پنج
پیش‌گفتار	۱
۱ آشنایی با علم اعصاب		
۱.۱ اجزای سیستم‌های عصبی	۳
۱.۱.۱ نورون ایده‌آل	۳
۲.۱.۱ سیناپس	۴
۳.۱.۱ پتانسیل کنش	۵
۲.۱ مدل‌های نورونی	۵
۱.۲.۱ مدل هاجکین-هاکسلی	۵
۲.۲.۱ مدل‌های افراز-آتش	۱۰
۲ آشنایی با ممریستور		
۱.۲ مقدمه	۱۴
۲.۲ ممریستور از دیدگاه نظری	۲۲
۱.۲.۲ تعاریف	۲۲
۲.۲.۲ اجزای مداری بنیادی	۳۵

۳۸	اجزای مداری مستقل از فرکانس	۳.۲.۲
۴۵	اجزای مداری وابسته به فرکانس	۴.۲.۲
۴۹	جدول تناوبی اجزای مداری	۵.۲.۲
۵۱	تحقق تجربی ممریستور	۳.۲
۵۱	سیستم‌های ممریستیوی	۱.۳.۲
۵۲	ویژگی‌های سیستم‌های ممریستیوی	۲.۳.۲
۵۶	انواع سیستم‌های ممریستیوی	۳.۳.۲
۶۷	۳ کاربردهای ممریستور و سیستم‌های ممریستیوی	
۶۸	حافظه‌های دیجیتال	۱.۳
۷۰	عملکردهای منطقی	۲.۳
۷۲	پردازش تصویر	۳.۳
۷۳	حل هزارتوها	۴.۳
۷۷	مدارهای یادگیری	۵.۳
۸۱	مقلد ممریستور	۶.۳
۸۳	مدارهای آنالوگ قابل برنامه‌ریزی	۷.۳
۸۶	مدار مقایسه‌گر آستانه‌ای قابل برنامه‌ریزی	۱.۷.۳
۸۷	سیستم‌های نورون‌گونه	۸.۳
۸۸	مقدمه	۱.۸.۳
۹۰	نورون الکترونیکی	۲.۸.۳
۹۱	سیناپس الکترونیکی	۳.۸.۳
۹۲	حافظه انجمنی	۴.۸.۳
۹۵	شکل‌پذیری سیناپسی	۵.۸.۳

۹۷	طراحی و شبیه‌سازی سلول عصبی مصنوعی الکترونیکی با استفاده از ممریستور	۴
۹۸	۱.۴ بسته مدار الکترونیکی	
۱۰۰	۱.۱.۴ ممریستور در نقش سیناپس	
۱۰۱	۲.۱.۴ تفسیر بسته مدار الکترونیکی	
۱۰۲	۲.۴ شبیه‌سازی نورون الکترونیکی	
۱۰۴	۳.۴ نتایج شبیه‌سازی	
۱۱۰	۴.۴ جمع‌بندی و چشم‌انداز	
۱۱۱	آ روش‌های تحلیل و شبیه‌سازی مدارهای الکترونیکی	
۱۱۲	۱.آ معادلات سازه	
۱۱۳	۲.آ فرمول‌بندی معادلات	
۱۱۸	۳.آ روش‌های حل	
۱۱۸	۴.آ مدارهای غیرخطی	
۱۲۰	۵.آ مدارهای پویا	
۱۲۱	مراجع	
۱۲۳	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی	

پیش‌گفتار

در این پایان‌نامه سعی داریم تا با ایجاد پیوند میان علم اعصاب، فیزیک محاسباتی و الکترونیک به یک مدل الکترونیکی مناسب برای سازوکار سیستم‌های نورونی دست یابیم. هدف ما ارائه یک بسته مدار الکترونیکی و تحلیل گر آن، شبیه‌ساز نورون الکترونیکی است که از یک طرف توانایی تقلید رفتار مجموعه نورون و سیناپس که همان پردازش و نگهداری اطلاعات است را داشته و از طرف دیگر امکان پیاده‌سازی سخت‌افزاری در قالب یک قطعه الکترونیکی را نیز فراهم آورد.

پایان‌نامه پیش‌رو شامل چهار فصل و یک پیوست می‌باشد.

فصل ۱ به معرفی کوتاه علم اعصاب، اجزای سیستم‌های عصبی و مدل‌های نورونی اختصاص دارد، البته موضوع پایان‌نامه تقریباً فارغ از جنبه‌های زیستی سیستم‌های عصبی است اما به هر روی آشنایی با خواص زیستی سیستم‌های عصبی می‌تواند به درک هر چه بیشتر اهداف پایان‌نامه کمک کند.

فصل ۲ به معرفی ممریستور و بررسی مبانی نظری آن می‌پردازد. منابع علمی مختلف، رویکردهای متفاوتی در معرفی ممریستور دارند. با توجه به کمبود کتاب، مقاله و منابع علمی که به تفصیل به جزئیات و پیچیدگی‌های ممریستور پرداخته باشند، سعی کردیم در این فصل با یک نگارش آموزشی و گام‌به‌گام، مفاهیم را ساده‌تر به خواننده القا کنیم. همچنین در ادامه این فصل تحقق تجربی ممریستور مورد بررسی قرار گرفته و سیستم‌های ممریستیوی که در واقع تعمیمی برای مفهوم ممریستور هستند و در حالت خاص همان ممریستور را نتیجه می‌دهند نیز معرفی می‌شوند.

فصل ۳ کاربردهای ممریستور و سیستم‌های ممریستیوی را معرفی می‌کند که با توجه به موضوع پایان‌نامه و اهمیت کاربردها، به تعدادی از آن‌ها پرداخته شده است. این کاربردها زمینه‌های مختلفی از علوم مانند فیزیک، الکترونیک، علم اعصاب، علوم رایانه و حتی طراحی و ساخت قطعات رایانه‌ای را شامل

می‌شوند، اما با توجه به ماهیت الکترونیکی ممریستور و سیستم‌های ممریستیوی، همیشه خواص و کاربردهای الکترونیکی آن‌ها مورد توجه محققان بوده است.

فصل ۴ به معرفی و بررسی بسته مدار الکترونیکی و شبیه‌ساز نورون الکترونیکی مورد استفاده ما برای شبیه‌سازی سلول عصبی مصنوعی الکترونیکی اختصاص دارد. هدف ما ارائه یک مدار الکترونیکی است که توانایی تقلید رفتار مجموعه سیناپس و نورون را داشته باشد. هدف ما شبیه‌سازی تمام مغز نیست. ما در پی آن هستیم تا با توجه به امکاناتی که هوش مصنوعی در اختیار ما قرار می‌دهد، مدار الکترونیکی طراحی شده را در یک نانو-تراشه الکترونیکی پیاده‌سازی کنیم. بدین ترتیب حتی امکان تشکیل یک شبکه از این نانو-تراشه‌ها نیز وجود دارد، بنابراین در مرحله بعدی مطالعه خواص زیستی نورون‌ها مانند یادگیری، روی این نانو-تراشه‌ها می‌تواند اهمیت فوق‌العاده‌ای داشته باشد.

در پیوست آ نیز روش‌های تحلیل و شبیه‌سازی مدارهای الکترونیکی به طور خلاصه معرفی شده‌اند. در واقع شبیه‌ساز نورون الکترونیکی برای تحلیل مداری بسته مدار الکترونیکی طراحی شده، از این روش‌های تحلیل و شبیه‌سازی استفاده می‌کند.

به منظور حفظ انسجام و پیوستگی متن پایان‌نامه، معادل فارسی تمامی واژه‌های انگلیسی در پایان و تحت عنوان واژه‌نامه فارسی به انگلیسی آورده شده است.

مجتبی مددی اصل

مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

دانشکده فیزیک

شهریور ۱۳۹۲

فصل اول

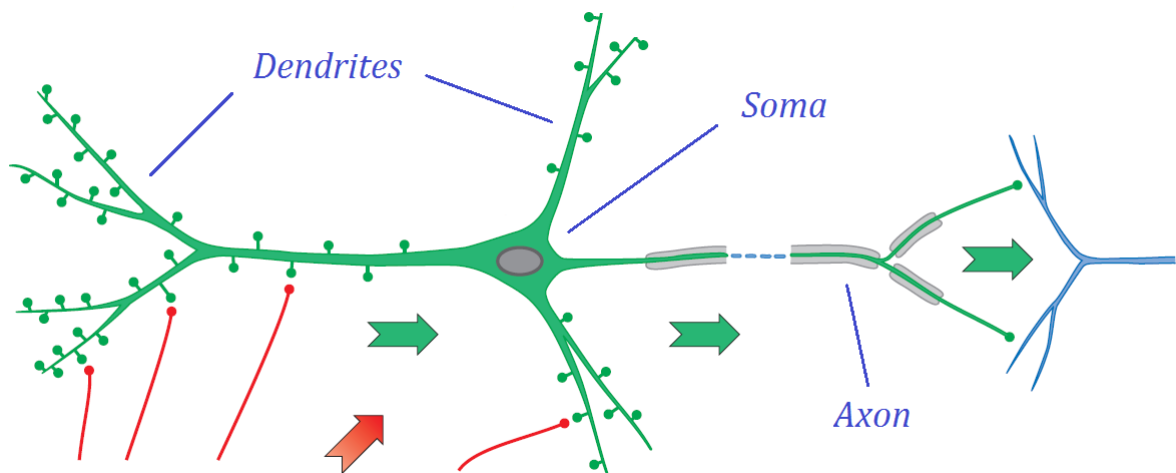
آشنایی با علم اعصاب

اساسی‌ترین واحد پردازنده در سیستم عصبی مرکزی، سلول عصبی یا نورون نام دارد. نورون‌ها تحت الگویی پیچیده در قالب یک شبکه به یکدیگر متصل هستند و بنا به وظایفی که بر عهده دارند، دارای اندازه و شکل‌های مختلف می‌باشند. به طور نوعی در مغز انسان حدود ۱۰^{۱۱} نورون وجود دارد. نورون‌ها می‌توانند به صورت الکتریکی تحریک شوند و وظیفه اصلی آن‌ها پردازش و انتقال اطلاعات به وسیلهٔ سیگنال‌های الکتریکی و شیمیایی به سایر نورون‌ها است.

۱.۱ اجزای سیستم‌های عصبی

۱.۱.۱ نورون ایده‌آل

اجزای نورون را به طور نوعی می‌توان به سه قسمت متمایز تقسیم کرد: دندریت، جسم سلولی یا سوما و آکسون. این اجزا در شکل ۱.۱ نمایش داده شده‌اند.



شکل ۱.۱: نورون و اجزای تشکیل دهنده آن [۱].

دندریته‌ها به عنوان یک ابزار ورودی، سیگنال‌ها را از سایر نورون‌ها جمع کرده و به جسم سلولی می‌رسانند. جسم سلولی در واقع واحد پردازنده مرکزی است که روی اطلاعات ورودی پردازش انجام می‌دهد. اگر ولتاژ ورودی کل از یک مقدار ولتاژ آستانه تجاوز کند، سیگنال خروجی تولید می‌شود و در اصطلاح می‌گویند که نورون، آتش کرده است. این سیگنال خروجی به وسیله آکسون که ابزار خروجی است به سایر نورون‌ها انتقال داده می‌شود.

۲.۱.۱ سیناپس

محل اتصال دو نورون را سیناپس گویند. به طور قراردادی، نورون فرستنده سیگنال را نورون پیش سیناپسی و نورون گیرنده سیگنال را نورون پس سیناپسی می‌نامند. سیناپس‌ها به دو دسته الکتریکی و شیمیایی تقسیم می‌شوند. سیناپس‌های شیمیایی توانایی یادگیری، تقویت یا تضعیف دارند.

۳.۱.۱ پتانسیل کنش

سیگنال‌های عصبی از پالس‌های کوتاه الکتریکی تشکیل شده‌اند. به این پالس‌ها، پتانسیل کنش گفته می‌شود که دارای دامنه‌ای در حدود (mV) ۱۰۰ و بازه زمانی در حدود (ms) ۱ هستند. یک زنجیره از پتانسیل‌های کنش که به وسیله یک نورون تولید شده است را یک قطار آتش می‌گویند. چون همه آتش‌های یک نورون مورد مطالعه شبیه هم هستند، بنابراین شکل پتانسیل کنش هیچ اطلاعاتی را منتقل نمی‌کند، بلکه این تعداد و زمان آتش‌ها است که اهمیت دارد. پتانسیل کنش اساسی‌ترین واحد انتقال سیگنال‌هاست.

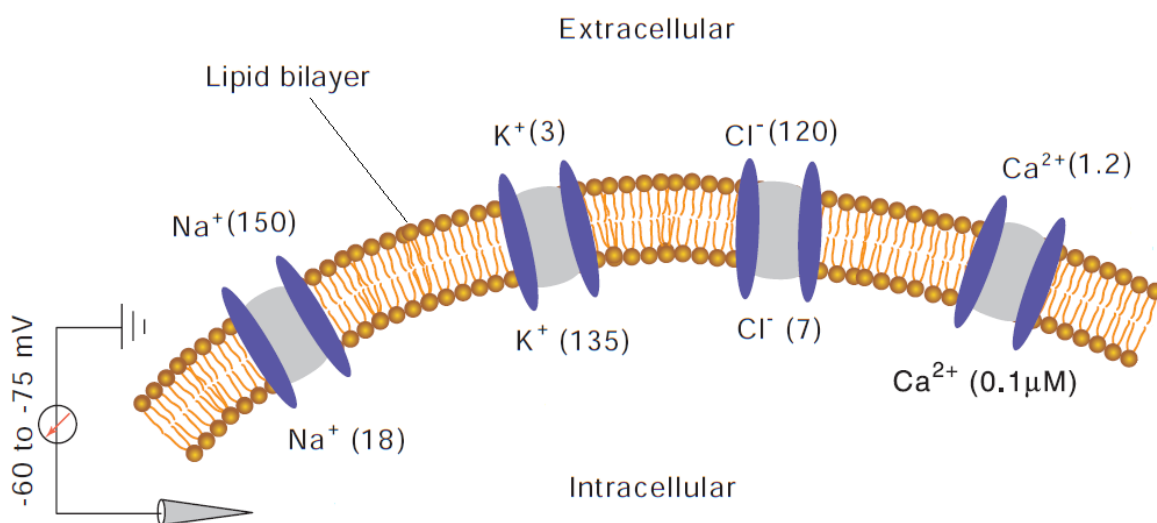
۲.۱ مدل‌های نرونی

به طور کلی مدل‌های توصیف‌کننده رفتار نورون‌ها به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته اول، مدل‌های الکتروفیزیولوژیکی هستند، نظیر مدل هاجکین-هاکسلی [۲]. این مدل‌ها به بررسی و توصیف دقیق جزئیات و دینامیک ساختار نورون می‌پردازند و به دلیل پیچیدگی ذاتی، تحلیل ریاضی آن‌ها بسیار دشوار است. دسته دوم مدل‌های پدیدارشناختی نامیده می‌شوند، مانند مدل افراز-آتش [۲]. کار با این مدل‌های ساده بسیار آسان‌تر بوده و معمولاً از آن‌ها برای شبیه‌سازی شبکه‌های عصبی استفاده می‌شود.

۱.۲.۱ مدل هاجکین-هاکسلی

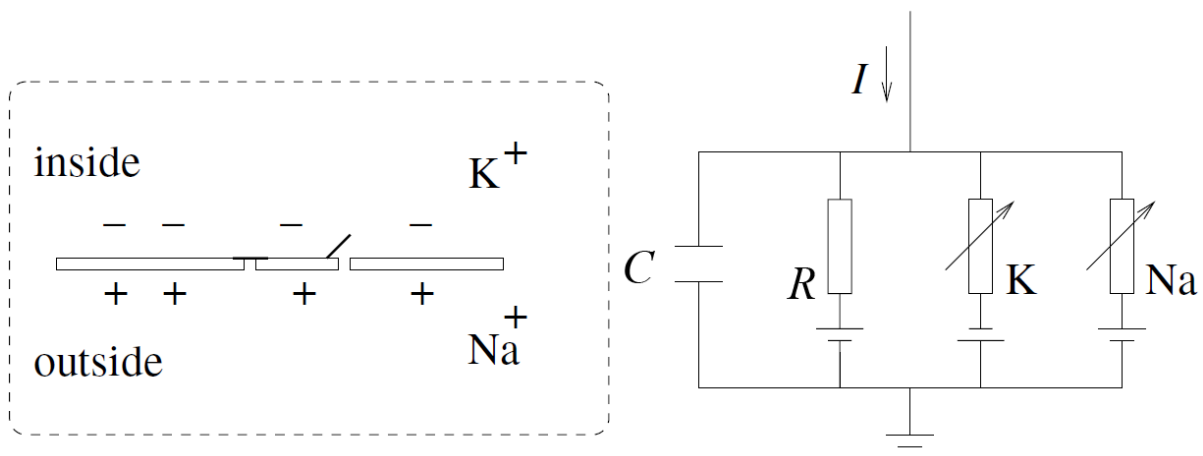
یکی از مهم‌ترین مدل‌های علم اعصاب، مدل هاجکین-هاکسلی^۱ آکسون غول‌آسای ماهی مرکب است. این مدل، شروع خوبی برای درک مفاهیم پایه علم اعصاب است. در سال ۱۹۵۲ میلادی، هاجکین و هاکسلی خواص کانال‌های یونی موجود در غشای سلول عصبی را بررسی کردند و نقش این کانال‌ها

^۱ Hodgkin-Huxley model



شکل ۲.۱: توزیع یون‌های سدیم، پتاسیم، کلر و کلسیم داخل و خارج غشای سلول عصبی. غلظت‌ها (بر حسب میلی‌مول به جز کلسیم داخل سلولی) داخل پرانتز داده شده است [۱].

را در چگونگی تولید پتانسیل کنش نمایان ساختند. آن‌ها یک مدل ریاضی برای خاصیت برانگیختگی و رسانندگی سلول‌های عصبی پیشنهاد کردند. آزمایش‌هایی که در سال ۱۹۵۲ میلادی به وسیلهٔ هاجکین و هاگسلی روی آکسون غول‌آسای ماهی مرکب انجام شد، بیان‌گر این واقعیت بود که جریان عبوری از غشای آکسون ماهی مرکب به دو عامل عبور یون‌ها از غشا به داخل یا خارج آن و میزان غلظت یون‌ها در دو طرف غشا بستگی دارد. از منظر زیست‌شناختی، غشای سلول عصبی از دو لایه چربی تشکیل شده است، شکل ۲.۱. دو طرف غشا را محلول آب‌نمک و یون‌هایی از جمله سدیم، پتاسیم، کلسیم و کلر دربر گرفته‌اند. بر روی غشای سلول عصبی کانال‌های بسیاری وجود دارند که با تغییرات ولتاژ غشا، باز و بسته می‌شوند. هر کانال، تنها به یک یون خاص حساس است و فقط آن را به درون یا بیرون غشا انتقال می‌دهد. عملکرد این مجموعه را می‌توان با یک مدار الکترونیکی ساده معادل‌سازی کرد. کانال‌های یونی برای باز و بسته شدن، در مقابل تغییرات ولتاژ غشا از خود مقاومت بروز می‌دهند که می‌توان آن را به وسیلهٔ یک مقاومت در مدار معادل نمایش داد. با توجه به این که غشای چربی سلول عصبی عایق است و داخل سلول را از مایع خارج آن جدا می‌کند، پس می‌توان آن را با یک خازن در مدار معادل نمایش داد. اگر یک جریان ورودی $I(t)$ به سلول وارد شود، ممکن است خازن را بیش‌تر شارژ



شکل ۳.۱: نمایش طرح‌وار مدار معادل مدل هاجکین-هاکسلی. خواص الکتریکی غیرفعال غشای سلول عصبی به وسیلهٔ خازن C و مقاومت R نمایش داده می‌شوند. مقاومت‌های متغیر K و Na نیز به ترتیب بیان‌گر کانال‌های پتاسیم و سدیم می‌باشند [۲].

کرده یا از کانال‌ها به غشای سلول نشت پیدا کند. به دلیل انتقال یون‌ها در غشا، غلظت یون‌های داخل سلول با یون‌های درون مایع خارج آن متفاوت است. این تفاوت غلظت منشاء پیدایش یک ولتاژ است که در اصطلاح به آن پتانسیل نرنست^۱ می‌گویند. پتانسیل نرنست تولید شده ناشی از تفاوت غلظت یون‌ها، در مدار معادل با یک باتری نمایش داده می‌شود. هاجکین و هاکسلی مدار الکتریکی معادلی را که رفتار ولتاژ غشای سلول عصبی را توصیف می‌کرد، مانند شکل ۳.۱ در نظر گرفتند.

مفاهیم بالا را می‌توان به زبان ریاضی بیان کرد. پایستگی بار الکتریکی روی یک قطعه از غشا ایجاب می‌کند که جریان اعمال شده را بتوان به مولفهٔ جریان خازنی I_{cap} که خازن را شارژ می‌کند و سایر مولفه‌های I_k که از کانال‌های یونی عبور می‌کنند، تقسیم کرد:

$$I(t) = I_{cap} + \sum_k I_k(t) \quad (1.1)$$

که جمع بر روی همهٔ کانال‌های یونی است. در مدل استاندارد هاجکین-هاکسلی فقط سه نوع کانال

^۱ Nernst potential

وجود دارد: کانال سدیم که با اندیس Na نمایش داده می‌شود، کانال پتاسیم با اندیس K و یک کانال نشی با مقاومت R. از تعریف خازن $C = \frac{q}{u}$ که بار، u ولتاژ بین دو سر خازن است، می‌توان جریان خازنی را یافت، $I_{cap} = C \frac{du}{dt}$. بنابراین داریم:

$$C \frac{du}{dt} = -\sum_k I_k(t) + I(t) \quad (2.1)$$

از نظر زیست‌شناختی، u ولتاژ عبوری از غشا و $\sum_k I_k$ جمع جریان‌های یونی عبوری از غشای سلول است. همه کانال‌ها با مقاومت یا به طور معادل، رسانش مخصوص به خود مشخص می‌شوند. کانال نشی به وسیله یک رسانش مستقل از ولتاژ توصیف می‌شود، $g = \frac{1}{R}$ ؛ رسانش سایر کانال‌ها وابسته به ولتاژ و زمان است. اگر همه کانال‌ها باز باشند (که در حالت عادی تعدادی بسته هستند)، آنگاه جریان‌ها با حداکثر رسانش g_{Na} و g_K عبور خواهند کرد. احتمال این که یک کانال باز باشد با متغیرهای n ، m و h داده می‌شود. کانال پتاسیم به وسیله چهار دریچه n کنترل می‌شود، بنابراین احتمال باز بودن یک کانال پتاسیم n^4 است. همچنین کانال سدیم به وسیله سه دریچه m و یک دریچه h کنترل می‌شود، بنابراین احتمال باز بودن یک کانال سدیم $m^3 h$ است. مجموعه کامل معادلات هاجکین-هاکسلی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} C \frac{du}{dt} &= I - g_{Na} m^3 h (u - E_{Na}) - g_K n^4 (u - E_K) - g_L (u - E_L) \\ \frac{dn}{dt} &= \alpha_n (1 - n(t)) - \beta_n n(t) \\ \frac{dm}{dt} &= \alpha_m (1 - m(t)) - \beta_m m(t) \\ \frac{dh}{dt} &= \alpha_h (1 - h(t)) - \beta_h h(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

که E_L ، E_K و E_{Na} پتانسیل‌های نرنست حالت تعادل می‌باشند. پتانسیل‌های نرنست حالت تعادل و رسانش، پارامترهای تجربی هستند. سه متغیر n ، m و h متغیرهای دریچه‌ای نامیده می‌شوند که از سه

معادله دیفرانسیل شبیه هم تبعیت می کنند. پارامترهایی که در مقاله هاجکین و هاگسلی به آن‌ها اشاره شده بود [۲] مربوط به پتانسیل غشایی است که در حدود (mV) ۶۵ جابه‌جا شده است تا پتانسیل حالت استراحت تقریباً صفر به دست آید. آن‌ها این کار را برای سادگی انجام دادند اما این جابه‌جایی تا سال‌ها موجب سردرگمی شده بود. پتانسیل‌های نرنست جابه‌جا شده عبارتند از:

$$E_K = -12 \text{ (mV)}, E_{Na} = 120 \text{ (mV)}, E_L = 10.6 \text{ (mV)} \quad (4.1)$$

همچنین $C = 1 \text{ (}\mu\text{F/cm}^2\text{)}$ ظرفیت غشاست و مقادیر نوعی رسانش هم عبارت است از:

$$g_K = 36 \text{ (mS/cm}^2\text{)}, g_{Na} = 120 \text{ (mS/cm}^2\text{)}, g_L = 0.3 \text{ (mS/cm}^2\text{)} \quad (5.1)$$

توابع α و β ، توابعی تجربی و وابسته به u هستند که هاجکین و هاگسلی آن‌ها را با برازش داده‌های تجربی نتایج آزمایش آکسون غول‌آسای ماهی مرکب، به دست آوردند. این توابع نرخ گذار بین حالت‌های باز و بسته کانال‌ها را توصیف می‌کنند و مقادیر آن‌ها به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= 0.01 \frac{(10 - u)}{\exp(\frac{10-u}{10}) - 1}, \\ \beta_n &= 0.125 \exp(-u/180), \\ \alpha_m(u) &= 0.1 \frac{(25 - u)}{\exp(\frac{25-u}{10}) - 1}, \\ \beta_m(u) &= 4 \exp(-u/18), \\ \alpha_h(u) &= 0.07 \exp(-u/20), \\ \beta_h(u) &= \frac{1}{\exp(\frac{30-u}{10}) + 1} \end{aligned} \quad (6.1)$$

[۲]، [۳].

۲.۲.۱ مدل‌های افراز-آتش

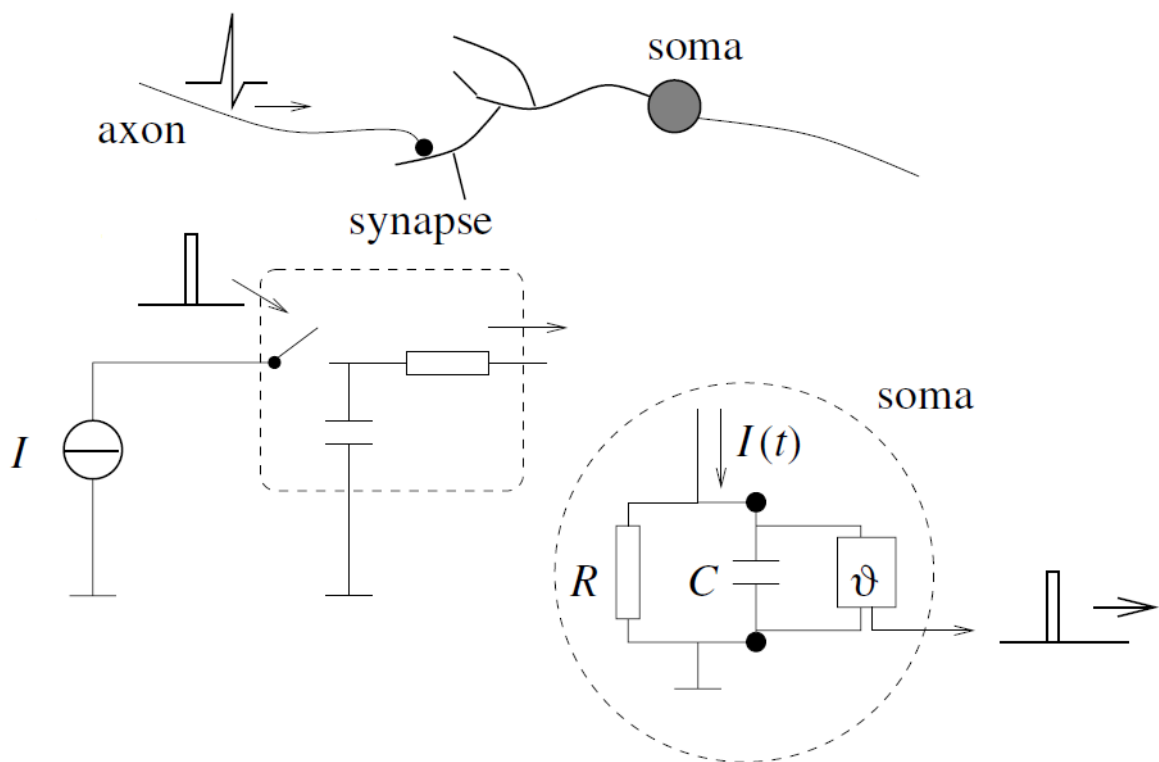
مدل‌های افراز-آتش بر این اساس ارائه شده‌اند که پتانسیل غشا پس از رسیدن به یک مقدار آستانه، به مقدار پتانسیل حالت استراحت خود (قبل از تحریک) باز می‌گردد. بنابراین این مدل‌ها رفتار نوروون را فقط تا رسیدن به ولتاژ آستانه توصیف می‌کنند. مدل‌های افراز-آتش دارای چندین حالت از جمله افراز-آتش یک بعدی، افراز-آتش ایده‌آل و افراز-آتش نشستی می‌باشند. از جمله ویژگی‌های این مدل آن است که تنها به تک متغیر u که همان پتانسیل غشاست، وابسته است. در این جا تنها به طور اجمالی به بررسی مدل افراز-آتش نشستی می‌پردازیم.

مدل افراز-آتش نشستی

مدار پایه یک مدل افراز-آتش همان طور که در شکل ۴.۱ نمایش داده شده است، شامل یک خازن با ظرفیت C به طور موازی با یک مقاومت R است که جریان $I(t)$ به آن وارد می‌شود. جریان ورودی را می‌توان به دو مولفه جریان مقاومتی (I_R) و جریان خازنی (I_{cap}) تقسیم کرد. جریان اول، جریان مقاومتی I_R است که از مقاومت R عبور می‌کند. این جریان را می‌توان با استفاده از قانون اهم محاسبه کرد، $I_R = \frac{u}{R}$ که u پتانسیل دو سر مقاومت است. مولفه دوم، I_{cap} خازن را شارژ می‌کند. از تعریف خازن $C = \frac{q}{u}$ که q بار، و u پتانسیل است، می‌توان جریان خازنی را محاسبه کرد $I_{cap} = C \frac{du}{dt}$. بنابراین داریم:

$$I(t) = \frac{u(t)}{R} + C \frac{du(t)}{dt} \quad (۷.۱)$$

با ضرب طرفین معادله ۷.۱ در R و تعریف ثابت زمانی $\tau_m = RC$ می‌توان به فرم استاندارد معادله دست یافت:



شکل ۴.۱: نمایش طرح‌وار مدار معادل مدل افراز-آتش. راست: مدار پایه مدل نمایش داده شده است. جریان $I(t)$ ، مدار RC را شارژ می‌کند. ولتاژ $u(t)$ بین دو سر خازن با ولتاژ آستانه ϑ مقایسه شده و اگر $u(t)$ بزرگ‌تر یا مساوی ولتاژ آستانه باشد، یک پالس خروجی تولید می‌شود. چپ: یک پالس پیش‌سیناپسی از سیناپس عبور کرده و یک پالس جریان ورودی تولید می‌کند [۲].

$$\tau_m \frac{du(t)}{dt} = -u(t) + RI(t) \quad (۸.۱)$$

حال می‌توان u را پتانسیل غشا و τ_m را ثابت زمانی غشای نورو نامید. در مدل‌های افراز-آتش، فرم یک پتانسیل کنش به طور صریح توصیف نمی‌شود. آتش‌ها رخدادهایی هستند که به وسیله زمان آتش $t^{(f)}$ مشخص می‌شوند. زمان آتش با ضابطه ولتاژ آستانه تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} t^{(f)} : u(t^{(f)}) &= \vartheta, \\ \frac{du(t)}{dt} \Big|_{t=t^{(f)}} &> 0 \end{aligned} \quad (۹.۱)$$

که ϑ ولتاژ آستانه است. بلافاصله پس از زمان $t^{(f)}$ ، پتانسیل به یک حالت جدید $\vartheta < u_r$ باز می‌گردد که u_r پتانسیل حالت استراحت است. برای $t > t^{(f)}$ ، رابطه ۷.۱ دینامیک را مشخص می‌کند تا زمانی که عبور از ولتاژ آستانه بعدی اتفاق بیفتد.

$$\lim_{t \rightarrow t^{(f)}; t > t^{(f)}} u(t) = u_r \quad (10.1)$$

برای مثال فرض کنید نورون افراز-آتش توصیف شده با روابط ۸.۱ و ۱۰.۱ به وسیله یک جریان ورودی ثابت $I(t) = I_0$ تحریک شود. برای سادگی $u_r = 0$ در نظر گرفته شده است. فرض کنید که در زمان $t = t^{(1)}$ یک رخداد آتش اتفاق افتاده است. معادله منحنی پتانسیل غشا را می‌توان با انتگرال‌گیری از رابطه ۸.۱ با شرط اولیه $u(t) = u_r = 0$ یافت:

$$u(t) = RI_0 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t - t^{(1)}}{\tau_m}\right) \right\} \quad (11.1)$$

پتانسیل غشا برای $t \rightarrow \infty$ به حالت حدی $u(\infty) = RI_0$ نزدیک می‌شود. برای $\vartheta < RI_0$ هیچ رخداد آتشی اتفاق نمی‌افتد. برای $\vartheta > RI_0$ پتانسیل غشا در زمان $t^{(2)}$ به مقدار آستانه ϑ می‌رسد که می‌توان آن را با استفاده از شرط آستانه $u(t^{(1)}) = \vartheta$ محاسبه کرد:

$$\vartheta = RI_0 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t^{(2)} - t^{(1)}}{\tau_m}\right) \right\} \quad (12.1)$$

با حل رابطه ۱۲.۱ برای بازه زمانی $T = t^{(2)} - t^{(1)}$ داریم:

$$T = \tau_m \ln\left(\frac{RI_0}{RI_0 - \vartheta}\right) \quad (13.1)$$