

۳۲۷۹۴



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی عمران

کاربرد روشهای بازیافت تنش در تخمین خطا برای مسائل

ورق ضخیم

۱۹۹۹

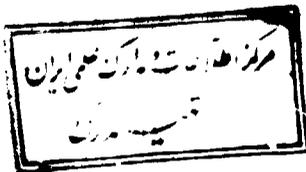
پایان نامه کارشناسی ارشد سازه

مهدی غفاریان مایونی

۱۳۸۰ / ۱ / ۱۰

استاد راهنما

دکتر بیژن برومند



۱۳۷۹

۳۲۷۹۴



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه کارشناسی ارشد گرایش سازه - آقای مهدی غفاریان مایونی  
تحت عنوان:

کاربرد روشهای بازیافت تنش در تخمین خطا برای مسائل

ورق ضخیم

در تاریخ ۷۹/۸/۱۷ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهائی قرار گرفت.

.....  
دکتر بیژن برومند

۱ - استاد راهنمای پایان نامه

.....  
دکتر محمد مهدی سعادتپور

۲ - استاد مشاور پایان نامه

.....  
دکتر سهیل محمدی

۴ - ممتحن مدعو (از دانشکده فنی دانشگاه تهران)

.....  
دکتر مجتبی ازهری

۵ - عضو کمیته دفاع

.....  
دکتر داود مسعودی نژاد

۶ - سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده

خدا را شکر می‌کنم که جز به یاری او تحصیل علم برایم مقدور نبود.  
خدایی که به انسان جان و خرد بخشید و هنر فکر کردن را زینت او  
ساخت.

از زحمات بی‌دریغ و بی‌شائبه استاد ارجمندم آقای دکتر بیژن برومند  
در انجام پایان‌نامه‌ام کمال تشکر را دارم. همچنین از آقای پروفیسور  
محمد مهدی سعادتپور که امر مشاوره این پایان‌نامه را به عهده داشتند  
سپاسگذارم.

شایان ذکر است که در برابر کوششهای وافر هیئت علمی دانشکده  
عمران (گروه سازه) که پایه‌ای برای خلق این اثر بوده‌اند کمال تشکر  
را دارم.

همچنین از مهندس تمری، خانم بهشتی، آقای دکتر اسلیمی و تمام  
کسانی که مرا در انجام این پایان‌نامه یاری کرده‌اند تشکر می‌نمایم.  
در پایان توفیق روز افزون افرادی که در جهت اعتلای علم و دانش  
می‌کوشند از ایزد منان خواستارم.

مهدی غفاریان مایونی

آبان‌ماه ۱۳۷۹

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات،  
ابتکارات و نوآوریهای ناشی از تحقیق موضوع  
این پایان نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی  
اصفهان می باشد.

تقديم به نك اى زندگى ام

مادر و پدرم

## فهرست مطالب

<u>صفحه</u>	<u>عنوان</u>
شش	فهرست مطالب
۱	چکیده
	<b>فصل اول :</b>
	مقدمه و کلیات
۲	- ۱ - ۱ - مقدمه
۴	- ۲ - ۱ - انواع خطاها
۷	- ۱ - ۲ - ۱ - انواع روشهای آنالیز تطبیقی در حالت کلی
۱۰	- ۳ - ۱ - برآورد خطا به روش استتاجی
۱۰	- ۱ - ۳ - ۱ - برآورد خطا به روش مانده‌ها
۱۲	- ۲ - ۳ - ۱ - برآورد خطا به روش بازیافت تنش‌ها
۱۲	روش بازیافت تنش تصویر $I_2$
۱۳	روش فوق همگرا بازیافت تنش‌ها روی دسته المان
۱۹	روش بازیافت تنش‌ها بوسیله معادلات تعادل روی دسته المان
۲۴	روش تعمیم یافته بازیافت تنش‌ها بوسیله معادلات تعادل روی دسته المان
۲۶	محاسبه خطا
	<b>فصل دوم :</b>
	تئوری رایزنر و میندلین برای المانهای ورق ضخیم
۲۹	- ۱ - ۲ - مقدمه
۳۰	- ۲ - ۲ - فرضیات و تئوری
۳۷	- ۳ - ۲ - توابع شکل و مشتقات آن در دستگاه مختصات کارترین

۳۸	پدیده قفل شدگی	- ۴ - ۲
۳۸	انتگرال گیری کاهش یافته و انتخابی	- ۵ - ۲
۴۰	معرفی چند المان اصلاح شده	- ۶ - ۲
۴۱	المان MITC4	- ۱ - ۶ - ۲
۴۱	المان MITC9	- ۲ - ۶ - ۲
۴۲	المان MITC16	- ۳ - ۶ - ۲
۴۳	المان MITC7	- ۴ - ۶ - ۲
۴۴	المان MITC12	- ۵ - ۶ - ۲
۴۵	استخراج ماتریس سختی برشی MITC4	- ۷ - ۲
۴۶	استخراج ماتریس سختی برشی MITC7	- ۸ - ۲
<b>فصل سوم: توسعه روشهای تعیین خطا بوسیله باز یافت تنشها در مسائل ورق ضخیم</b>		
۵۱	مقدمه	- ۱ - ۳
۵۲	دو مورد خاص	- ۱ - ۱ - ۳
۵۳	توسعه روش SPR برای مسائل ورق ضخیم	- ۲ - ۳
۵۶	توسعه روش REP	- ۳ - ۳
۵۸	توسعه روش REP تعمیم یافته	- ۴ - ۳
۶۰	روشهای SPR تعمیم یافته	- ۵ - ۳
۶۰	روش SPR1	۱ - ۵ - ۳
۶۳	روش SPR2	۲ - ۵ - ۳
۶۴	روش SPR3	۳ - ۵ - ۳
۶۵	روش SPR4	۴ - ۵ - ۳
۶۷	روش REP1	۵ - ۵ - ۳
۶۷	محاسبه خطا	- ۶ - ۳
۷۰	تدبیر اصلاح شبکه المان	- ۷ - ۳

	نتایج عددی	فصل چهارم:
۷۴	مقدمه	۴-۱-۱
۷۴	آنالیز دقیق ورق ضخیم چهار طرف مفصلی مستطیلی	۴-۲-۱
۷۶	مقایسه روشهای تعیین خطا بوسیله بازیافت تنشها	۴-۳-۱
۷۷	مقایسه همگرایی روشهای SPR و REP و حل اجزای محدود	۴-۳-۱-۱
۷۸	المان چهار گرهی MITC4 (حل ورق ضخیم)	
۸۰	المان چهار گرهی MITC4 (حل ورق نازک)	
۸۲	المان چهار گرهی عادی (حل ورق ضخیم)	
۸۵	المان چهار گرهی عادی (حل ورق نازک)	
۸۷	المان شش گرهی MITC6 (حل ورق ضخیم)	
۸۹	المان شش گرهی MITC6 (حل ورق نازک)	
۹۲	المان نه گرهی MITC9 (حل ورق ضخیم)	
۹۴	المان نه گرهی MITC9 (حل ورق نازک)	
۹۶	المان نه گرهی عادی (حل ورق ضخیم)	
۹۹	المان نه گرهی عادی (حل ورق نازک)	
۱۰۱	بررسی همگرایی خطا موضعی نقطه A برای المان چهار گرهی MITC4 (حل ورق ضخیم)	
۱۰۳	بررسی همگرایی خطا موضعی نقطه A برای المان نه گرهی MITC9 (حل ورق ضخیم)	
۱۰۵	منحنی تراز خطا برای شبکه المان نه گرهی MITC9	
۱۰۷	بررسی روشهای اصلاح شده بازیافت تنشها	۴-۳-۲
۱۱۶	مقایسه همگرایی روشهای بازیافت تنش اصلاح شده	۴-۳-۳
۱۱۶	المان چهار گرهی MITC4 (حل ورق ضخیم)	
۱۱۸	المان چهار گرهی MITC4 (حل ورق نازک)	
۱۲۱	المان نه گرهی MITC9 (حل ورق ضخیم)	
۱۲۴	المان نه گرهی MITC9 (حل ورق نازک)	
۱۲۷	نتایج کلی	۴-۴

۱۲۷

پیشنهادات

۴-۵-

۱۲۸

مراجع

۱۳۳

چکیده (انگلیسی)

## چکیده

تا کنون حل به روش آنالیز تطبیقی توجه زیادی از محققین را به خود جلب نموده است. این امر عمدتاً به دلیل احساس نیاز برای دسترسی به حد مطلوبی از دقت، در حل مسائل به روش اجزای محدود است. موضوع اصلی در چنین تحلیلی محاسبه خطای حاصل از تقریب در روش عددی است. از میان دو مقوله مشخص یعنی تعیین خطا به روشهای مانده ای و بازیافتی، نوع دوم که ارجحیت آن نسبت به روش اول بوسیله پیشتازان این فن ثابت شده است، مورد مطالعه این تحقیق بوده است.

کاربرد دو روش بازیافت تنش که اخیراً پیشنهاد شده اند در حل مسائل ورق ضخیم با استفاده از روابط ارائه شده توسط میندلین و رایزنر در این رساله مورد مطالعه قرار گرفته است. این دو روش مشخصاً "روش فوق همگرای بازیافت تنش روی گروه المانها" و "روش بازیافت تنش بوسیله معادلات تعادل روی گروه المانها" می باشند. اساس این دو روش هموار کردن مولفه های تنش روی گروه المانهای متصل به یک گره می باشد. در روش اول نقاط خاصی تحت عنوان نقاط فوق همگرا مورد استفاده قرار می گیرند در صورتی که در روش دوم نیازی به دانستن محل چنین نقاطی نیست. این امر سبب وسیع تر شدن محدوده کاربرد روش دوم می شود (مسائل غیر خطی، پلاستیک و غیره).

مقایسه عملکرد دو روش یاد شده برای مسائل تنش و کرنش مستوی در مراجع قابل دسترسی است. در اینجا مقایسه دو روش با استفاده از شبکه های منظم المان ورق از نوع مثلثی و چهار ضلعی انجام شده است. نتایج برای حل مسئله با المانهای خطی و نیز المانهای مرتبه دوم ارائه شده اند.

این تحقیق نشان می دهد که نتایج استخراج شده در حل مسائل دو بعدی برای مسائل ورق نیز صادق هستند و هر دو روش عملکرد خوب و یکسانی را نشان می دهند. در جهت مطالعه امکان ارتقاء جوابها بوسیله اعمال بعضی قیود تعادل (همانگونه که بعضی محققین پیشنهاد می کنند) تعدادی از این قیود طراحی و در جریان حل اعمال گردید. مطالعات این رساله نشان می دهد که اگرچه نوع مقید روشها دارای هزینه بیشتری به دلیل درگیر بودن معادلات است، مقدار بهبود حاصله در جوابها در مقایسه با جوابهای حاصله از فرم اصلی چندان زیاد نیست.

## فصل اول

### مقدمه و کلیات

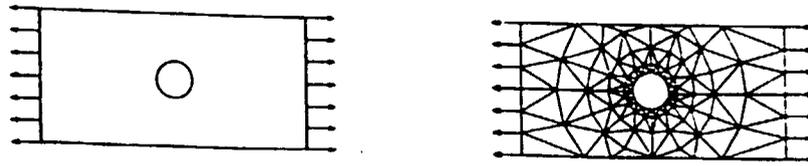
#### ۱-۱ مقدمه

روش اجزای محدود<sup>۱</sup> یکی از کارآترین ابزار حل عددی مسائل مهندسی به شمار می آید. این روش برای آنالیز طیف وسیعی از مسایل تنش و تغییر شکل سازه ساختمانی، پل، هواپیما، اتومبیل تا حل مسائل انتقال حرارت، میدان مغناطیسی، نشت و سایر مسائل علمی و مهندسی بکار می رود. در روش اجزای محدود، محیط پیوسته به اجزای هندسی ساده و کوچکتری که المان<sup>۲</sup> نامیده می شود تقسیم می شود. این عمل را گسسته سازی<sup>۳</sup> و نقطه مشترک المانها را گره<sup>۴</sup> می نامند. تنشهای داخلی هر المان برحسب تغییر مکانهای مجهول گره های آن تعریف می شود. با توجه به ترتیب قرارگیری المانها در کنار یکدیگر معادلات تعادل آنها سرهم بندی می شود. همچنین با اعمال نیروهای خارجی و شرایط تکیه گاهی در محل گره ها، معادلات تعادل کل سیستم بدست می آید که این معادلات نیروهای گرهی را به تغییر مکانهای گرهی ربط می دهند. با حل این معادلات، تغییر مکانهای گرهی و در پی آن تنشهای داخلی هر المان محاسبه می شوند. در شکل ۱-۱ چند نمونه از گسسته سازی محیط های پیوسته نشان داده شده است.

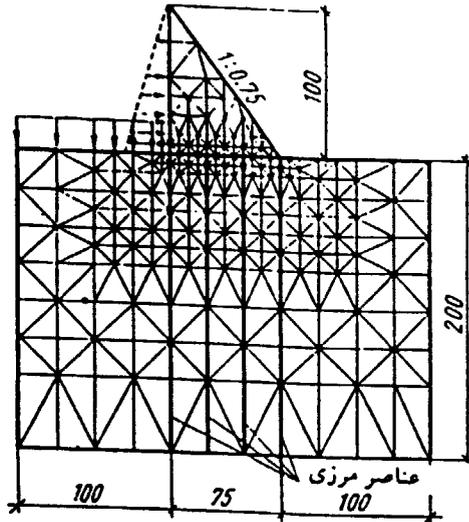
---

1- Finite element  
3- Discretization

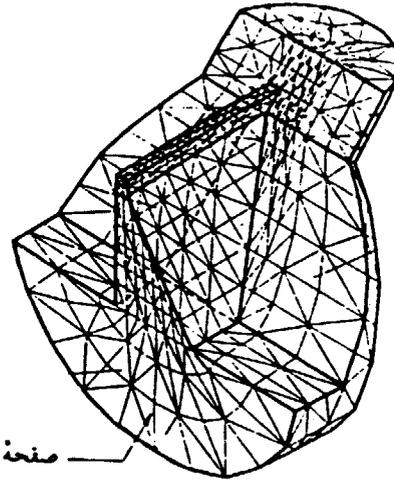
2- Element  
4- Joint



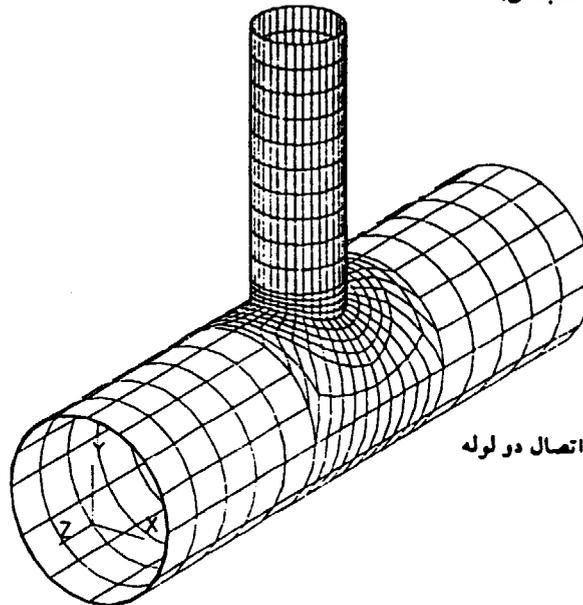
جزء بندی ورق سوراخدار تحت کشش



جزء بندی سد وزنی به همراه فونداسیون



جزء بندی سد وزنی به همراه فونداسیون  
(مدل سه بعدی)



جزء بندی اتصال دو لوله

شکل ۱-۱- نمونه هایی از شبکه بندی سازه ها و محیطهای پیوسته [۱]

ایده اولیه ایجاد روش اجزای محدود از لزوم تحلیل سازه هواپیما شکل گرفت [۱]. در سال ۱۹۴۱ میلادی هرنیکوف<sup>۱</sup> روشی برای حل مسائل تئوری الاستیسته بر پایه روش شبکه بندی ارائه نمود. مقاله کورنت<sup>۲</sup> که در

آن از المان مثلثی برای حل مسئله پیچش استفاده کرده بود، در سال ۱۹۴۳ منتشر گردید. ترنر<sup>۱</sup> و همکارانش ماتریس سختی خرابا<sup>۲</sup> و تیر<sup>۳</sup> را بدست آوردند و نتایج کار خودشان را در سال ۱۹۵۶ منتشر ساختند. نام اجزای محدود اولین بار توسط کلاف<sup>۴</sup> در سال ۱۹۶۰ مورد استفاده قرار گرفت [۲].

چند سال بعد این روش از مسائل سازه‌ای به سایر مسائل مهندسی و علمی گسترش پیدا نمود. اولین بار این روش در سال ۱۹۶۵ در حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای<sup>۵</sup> به کار برده شد [۳] و از آن زمان به بعد به صورت گسترده‌ای در حل مسائل علمی به کار گرفته شد. یکی از نکات مهم در این روش انتخاب مدل و شبکه المان<sup>۶</sup> است که به درک و تجربه استفاده کننده از این روش بستگی دارد.

اولین مشکلی که در این روش وجود دارد، ساده سازی به وسیله یک سری فرضیات است که با توجه به آن یک مدل ریاضی مناسب و مطابق با معادله دیفرانسیل حاکم انتخاب می‌شود. این مسئله اولین قضاوت مهندسی است که در صورت درست نبودن این فرضیات به حل غیر واقعی مسئله منجر خواهد شد. به علاوه انتخاب شبکه المان و تعریف شرایط مرزی دومین قضاوت مهندسی است. در حل مسئله به روش اجزای محدود باید یک شبکه المان مناسب استفاده گردد تا رفتار مدل گسسته<sup>۷</sup>، نزدیک به رفتار محیط پیوسته شود (به عنوان مثال در یک مسئله تنش مستوی<sup>۸</sup>، بایستی تنش و کرنش در مدل گسسته نزدیک به مقدار واقعی خود باشد).

با توجه به مطالب فوق نیاز به دقت و ارزش درستی جوابها در روش اجزای محدود آشکار می‌گردد. بنابراین باید خطای حل مشخص شود. این موضوع در نواحی خاص مانند نقاط منفرد<sup>۹</sup> از اهمیت بیشتری برخوردار است.

## ۱-۲ انواع خطاها

مهمترین خطاهایی که در حل یک مسئله مهندسی به روش اجزای محدود وجود دارد به صورت زیر دسته‌بندی می‌گردد

۱- خطای ناشی از نامعینی اطلاعات ورودی: شامل تمام خطاهای ناشی از هندسه مسئله، شرایط مرزی<sup>۱۰</sup>،

1- Turner  
4- Clough  
7- Discretize  
10- Boundary condition

2- Truss  
5- Differential equation  
8- Plane stress

3- Beam  
6- Element mesh  
9- Singularities

بارگذاری و عدم اطلاع از خصوصیات واقعی مصالح می‌باشد.

۲- خطای ناشی از گسسته سازی: شامل خطای ناشی از انتخاب شبکه المان و تعریف شرایط مرزی است. در واقع این خطا به اندازه المانها بستگی دارد. در حل مسائل مهندسی با شبکه المان نامناسب حتی تا صد درصد خطای محاسباتی مشاهده شده است که ناشی از عدم شناخت نواحی بحرانی است.

۳- خطای ناشی از گرد کردن<sup>۱</sup>: این خطا ناشی از گرد کردن اعداد توسط کامپیوتر است که مقدار آن به دقت ثبت اعداد در کامپیوتر بستگی دارد.

در این تحقیق تنها خطای ناشی از گسسته سازی بررسی می‌گردد. بررسی انواع دیگر خطاها در مراجع [۴-۸] موجود است.

شبکه المان مناسب، شبکه‌ای است که خطای ناشی از گسسته سازی در آن ناچیز و بسیار کم باشد. این خطا عبارت از اختلاف بین جواب دقیق و جواب عددی است که به روش اجزای محدود به دست آمده است. عموماً برای بیشتر مسائلی که معادله دیفرانسیل حاکم بر آن پاره ای است، حل دقیق قابل دسترسی نیست. بنابراین خطای گسسته سازی به صورت تقریبی محاسبه می‌گردد. اهمیت این نوع خطا می‌تواند به وسیله نتیجه اشتباه حل یک مسئله به روش اجزای محدود درک شود. این مسئله بدون کنترل درستی آنالیز شده است [۹، ۱۰]. در این مثال ناحیه بحرانی به وسیله یک شبکه المان خطی نامناسب مدل شده است.

از سال ۱۹۵۰ که مهندسين پیشگام روش اجزای محدود را برای حل مسائل مکانیکی توسعه دادند، همواره محاسبه خطای ناشی از گسسته سازی یک مسئله مهم بوده است. ده سال بعد ریاضیدانان به این موضوع علاقه‌مند شدند و از آن زمان به بعد هر دو گروه به صورت موازی روی این موضوع تحقیق می‌کردند و این تحقیق هنوز نیز ادامه دارد. جالب توجه این است که روشهای ارائه شده توسط مهندسين نسبت به روشهای ریاضیدانان بهتر و کارآمدتر شناخته شده است. به عنوان مثال یک ایده جدید برآورد خطا به روش استنتاجی<sup>۲</sup> که توسط مهندسين ارائه گردید، بهترین روش شناخته شده است. بابوشکا<sup>۳</sup> این موضوع را ثابت نمود [۱۱].

در حالت کلی خطای گسسته سازی به دو روش برآورد می‌شود

۱- برآورد استقرایی<sup>۴</sup>

۲- برآورد استنتاجی

1- Round of error  
3- Babuska

2- A posteriori estimates  
4- A priori estimates