



دانشگاه تربیت معلم سبزوار

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته

فیزیک گرایش ذرات بنیادی

عنوان

محاسبه ی عددی جرم ذرات ابر تقارنی در مدل استاندارد حداقل ابر تقارنی

استاد راهنما

آقای دکتر احمد فرزانه کرد

استاد مشاور

آقای دکتر کوروش جاویدان

پژوهشگر

حسن شهفر

۱۳۹۰

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

تقدیم بہ

یگانہ می عالم وجود

حضرت فاطمہ زہرا سلام اللہ علیہا

السلام علیک یا ممتحنۃ قد امتحنتک الذی خلقتک قبل ان یخلقک فوجدک لما امتحنتک صابره...

سلام بر تو ای امتحان شدہ ای کہ قبل از خلقتت مورد امتحان قرار گرفتی و خداوند تو را در این امتحان صابر یافت...

بخشی از زیارت حضرت فاطمہ (س)

تقدیر و تشکر

از استاد راهنمای ارجمند جناب آقای دکتر احمد فرزانه کرد به خاطر راهنمایی این پایان نامه بسیار تشکر می‌کنم. همچنین از استاد مشاور گرامی جناب آقای دکتر کوروش جاویدان نیز صمیمانه قدردانی می‌کنم. اساتید گرانقدر جناب آقایان دکتر سید علی اصغر علوی و دکتر بهنام آزادگان در طول دوران تحصیل از آنچه داشته‌اند برایم دریغ نکرده‌اند، بدین وسیله از ایشان تشکر می‌کنم. همچنین از دوستان عزیزم جناب آقایان حامد اسماعیل زاده و حسن استادی که در به اتمام رساندن این پایان نامه به من کمک کرده‌اند، صمیمانه سپاسگزاری می‌کنم. در پایان نیز از مادرم و برادرانم علی و محمد که همواره حمایت‌های مالی و معنوی‌شان همراه من بوده است، بسیار بسیار سپاسگزاری می‌کنم. آنچه دارم از لطف خدا و حمایت‌های ایشان است.

نام خانوادگی دانشجو: شهفر

نام: حسن

عنوان: محاسبه ی عددی جرم ذرات ابرتقارنی در مدل استاندارد حداقل ابرتقارنی

استاد راهنما: آقای دکتر احمد فرزانه کرد

استاد مشاور: آقای دکتر کوروش جاویدان

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: فیزیک گرایش: ذرات بنیادی دانشگاه تربیت معلم سبزوار

تعداد صفحه: ۱۰۳

تاریخ فارغ التحصیلی: ۱۳۹۰

کلید واژه‌ها: MSSM، طیف جرمی ذرات ابرتقارنی

چکیده

هدف از این تحقیق محاسبه ی جرم ذرات ابرتقارنی در مدل استاندارد حداقل ابرتقارنی می باشد. بر اساس باز بهنجارش، تمام پارامترهای موجود در لاگرانژین از جمله جرم ها به مقیاس انرژی وابسته هستند. تحول این پارامترها را دسته معادلات گروه باز بهنجارش (RGE) یا همان توابع بتا (β) به عهده دارند. از این رو جرم این ذرات از طریق حل یک مجموعه معادله دیفرانسیل به دست می آید. شرایط مرزی این معادلات را قید های فیزیکی شکست ابرتقارنی تعیین می کنند. در این تحقیق از مدل شکست ابرتقارنی Minimal Super Gravity استفاده شده است. همچنین از اطلاعات مربوط به جرم ذره ی Z نیز به عنوان قید هایی که در انرژی پایین و

در آزمایشگاه به دست آمده‌اند، بهره برده ایم. به دلیل مشخص نبودن جرم ذرات ابرتقارنی ابتدا یک مقدار انرژی حدسی برای این ذرات انتخاب می‌کنیم. سپس بعد از اعمال شرایط شکست ابرتقارنی در گستره ی انرژی بالا (GUT) کل معادلات را تا این انرژی حدسی اجرا می‌کنیم. در این انرژی با در نظر گرفتن ۱: تصحیحات تابشی ذرات ابرتقارنی و ۲: تصحیحات پارامتر اختلاط هیگز جرم ذره ی مورد نظر را محاسبه می‌کنیم. سپس کل فرایند را تا رسیدن به یک همگرایی بر روی جرم ذره و پارامتر اختلاط هیگز تکرار می‌کنیم. به این ترتیب جرم ذره ی ابرتقارنی محاسبه می‌شود.

فهرست مطالب

۳	مقدمه	۱.۰
۵		۱ بیان مفاهیم	
۶	مدل استاندارد	۱.۱
۱۰	ناوردایی پیمانه ای	۱.۱.۱
۱۴	مکانیسم هیگز	۲.۱
۱۹	باز بهنجارش	۳.۱
۱۹	قواعد فاینمن	۱.۳.۱
۲۰	باز بهنجارش	۲.۳.۱
۲۸	معادلات گروه باز بهنجارش	۴.۱

۳۲	۵.۱	ابرتقارن
۳۴	۶.۱	ابرتقارن چیست ؟
۳۷	۷.۱	لاگرانژی ابرتقارنی
۴۱	۱.۷.۱	مدل استاندارد حداقل ابرتقارنی
۴۵	۲.۷.۱	شکست ابرتقارنی
۵۴	۳.۷.۱	دسته معادلات گروه بازبهنجارش

۲ طیف جرمی ذرات ابرتقارنی

۵۵	۴.۰.۲	تحلیل کلیات و ویژگی های کد های محاسباتی مختلف
۶۰	۵.۰.۲	محاسبه ی جرم ذرات ابرتقارنی

۳ تجزیه و تحلیل داده ها

۹۱	۱.۳	ماتریس های جرمی Neutralino و Chargino
۹۲	۲.۳	ماتریس های جرمی کوارک و لپتون های اسکالر
۹۴	۳.۳	ماتریس های جرمی Higgsino

۱.۰ مقدمه

مدل استاندارد حداقل ابر تقارنی (MSSM)، توسعه ای از مدل استاندارد با حداقل ابر تقارن ممکن است. این مدل دارای ویژگی های پدیده شناسی بسیار جالب و مهمی است. در این مدل می توان یکی از مهم ترین مشکلات مدل استاندارد، یعنی مسئله ی سلسله مراتب را به سادگی حل کرد. همچنین وحدت بزرگ نیروها یا همان GUT در این مدل امکان پذیر می باشد. از طرف دیگر MSSM پیش بینی می کند که سبک ترین ذرات ابر تقارنی یا همان LSP^1 به عنوان یکی از مهم ترین نامزدهای ماده ی تاریک مطرح هستند. اما در کنار تمامی این موارد، این نظریه ذرات موجود در عالم را محدود به ذرات مدل استاندارد نمی داند. این نظریه ادعا دارد که به هر ذره ی بوزونی و فرمیونی موجود در مدل استاندارد می توان یک ابر شریک فرمیونی و بوزونی نسبت داد. بنا بر این نظریه، اعداد کوانتومی و جرم این ذرات جدید با ذره ی مربوط در مدل استاندارد برابر است و تنها در یک اسپین $1/2$ با هم اختلاف دارند. با نگاهی به ذرات موجود در مدل استاندارد می توان فهمید که هیچ دو ذره ی فرمیونی و بوزونی با جرم و اعداد کوانتومی یکسان وجود ندارد. همین امر منجر به گسترش ذرات موجود در مدل استاندارد می شود و این یعنی محدود نبودن ذرات عالم به آن چه مدل استاندارد می گوید. فیزیک دانان علت عدم کشف این ذرات جدید را شکست در ابر تقارن می دانند. بسیار واضح است که شناختن ویژگی های فیزیکی این ذرات از قبیل جرم، اسپین، اعداد کوانتومی، مدهای واپاشی و هر مطلب فیزیکی دیگری به عنوان ذراتی که تا کنون کشف نشده اند، بسیار حائز اهمیت می باشد.

همان طور که در بالا ذکر شد، ابر تقارن بیان مشخصی در مورد اعداد کوانتومی و اسپین این ذرات دارد اما به دلیل شکست موجود در ابر تقارن در مورد جرم و مدهای واپاشی این ذرات،

¹Light Supersymmetric Particles

چیزی نمی دانیم. البته واضح است که شناخت فیزیک واپاشی این ذرات نیز به طور کامل به جرم این ذرات وابسته است. آنچه که در این پایان نامه انجام شده است، محاسبه ی جرم ذرات ابرتقارنی در MSSM بوده است. چگونگی جزئیات محاسبه و نتایج در فصل ۲ آمده است. این پایان نامه در ۳ فصل تدوین گشته است.

در فصل اول با مدل استاندارد، مشکلات مدل استاندارد، چستی ابرتقارن، پتانسیل های نظری ابرتقارن و مدل استاندارد حداقل ابرتقارنی آشنا می شویم.

فصل دوم فصل اصلی این پایان نامه است. در ابتدای این فصل به تحلیل عمده کارهای محاسباتی انجام گرفته، پرداخته شده است. در ادامه به روش پیدا کردن جرم ذرات اشاره کرده ایم. در پایان نیز نتایج محاسبات خود و دیگران را در جدول های آخر این فصل آورده ایم.

در فصل سوم با نگاهی دقیق تر به نتایج به دست آمده، به تحلیل این نتایج پرداخته و نقش تصحیحات تابشی و توابع بتا را در تاثیر گذاری بر روی جرم ها بررسی کرده ایم.

فصل ۱

بیان مفاهیم

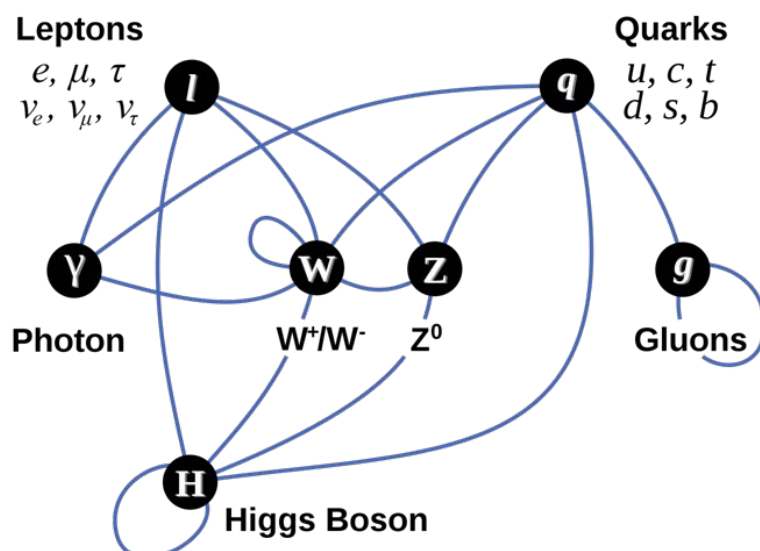
۱.۱ مدل استاندارد

مدل استاندارد در طول چند دهه به صورت نظری و تجربی مورد مطالعه و گسترش قرار گرفته است و توانسته نتایج تجربی را با دقت قابل قبولی توصیف کند. به طور نظری این مدل بر اساس اصل پیمانه ای بنا نهاده شده است.

سه برهم کنش قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی از طریق تبادل ذرات میدانی با اسپین ۱ (بوزون های پیمانه ای) توصیف می شوند. گروه تقارنی مدل استاندارد $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ می باشد. ۳ نوع مختلف از میدان در این مدل وجود دارد. اولین نوع، میدان های پیمانه ای هستند که مسوولیت انجام برهم کنش ها در نظریه را به عهده دارند. این ذرات میدانی دارای اسپین ۱ و شامل گلوئون ها بوزون های پیمانه ای ضعیف Z, W^\pm و فوتون می باشند و به ترتیب مسوولیت برهم کنش های قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی را به عهده دارند.

می توان به صورت طرح وار برهم کنش بین میدان (ذرات) مختلف را به صورت زیر نشان

داد.



شکل ۱.۱: برهم کنش بین ذرات مختلف در مدل استاندارد

دومین نوع، میدان های فرمیونی هستند. این میدان ها به دو دسته لپتون ها و کوارک ها تقسیم بندی می شوند. لپتون های چپ گرد^۱ تحت گروه تقارنی $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ قرار دارند در حالی که لپتون های راست گرد تنها با بوزون های پیمانته ای که تحت گروه تقارنی $U(1)_Y$ قرار دارند برهم کنش می کند. الگوی مشابهی نیز برای کوارک ها وجود دارد. علاوه بر این کوارک ها تحت گروه تقارنی $SU(3)_c$ قرار دارند و برهم کنش شان در این حالت توسط کرومودینامیک کوانتومی (QCD)^۲ توصیف می گردد. در نهایت یک دوگانه^۳ از میدان اسکالر هیگز داریم که به منظور جرم دار کردن لپتون ها و کوارک ها و همچنین جرم دار کردن بوزون های پیمانته ای ضعیف از طریق شکست خود به خودی تقارن بکار می رود. جدول زیر بیانگر مفاد میدان ها در مدل استاندارد می باشد.

Field	Bosons	Fermions	SU(3)	$SU_L(2)$	$U_Y(1)$
G^k	<i>gluon</i> g		۸	۱	۰
V^k	<i>Weak</i> $W(W^+, W^-), Z$		۱	۳	۰
V'	<i>Hypercharge</i> $B(\gamma)$		۱	۱	۰
L_i		<i>Lepton doublet</i> $L_i = (\nu, e)_L$	۱	۲	-۱
E_i		<i>Lepton singlet</i> $E_i^c = e_R^\dagger$	۱	۱	۲
Q_i		<i>Quark doublet</i> $Q_i = (u, d)_L$	۳	۲	۱/۳
U_i		<i>Quark singlet</i> $U_i^c = u_R^\dagger$	۳*	۱	-۴/۳
D_i		<i>Lepton singlet</i> $D_i^c = d_R^\dagger$	۱	۱	۲/۳
H	<i>Higgs doublet</i> (h^+, h^-)		۱	۲	-۱

جدول ۱.۱: مشخصات میدان ها در مدل استاندارد

left handed^۱

Quantum Chromodynamics^۲

doublet^۳

در نظریه میدان کوانتومی لاگرانژی مدل استاندارد به صورت زیر بیان می شود:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{Yukawa} + \mathcal{L}_{Higgs} \quad (۱.۱)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gauge} = & \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_{\mu\nu}^i - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B_{\mu\nu} \\ & + i\bar{L}_\alpha \gamma^\mu D_\mu L_\alpha + i\bar{Q}_\alpha \gamma^\mu D_\mu Q_\alpha + i\bar{E}_\alpha \gamma^\mu E_\mu L_\alpha \\ & + i\bar{U}_\alpha \gamma^\mu D_\mu U_\alpha + i\bar{D}_\alpha \gamma^\mu D_\mu D_\alpha + (D_\mu H)^\dagger (D_\mu H) \end{aligned} \quad (۲.۱)$$

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = Y_{ij}^L \bar{L}_i E_j H + Y_{ij}^D \bar{Q}_i D_j H + Y_{ij}^U \bar{Q}_i U_j \tilde{H} \quad (۳.۱)$$

$$\mathcal{L}_{Higgs} = -V = m^2 H^\dagger H - \frac{\lambda}{4} (H^\dagger H)^2 \quad (۴.۱)$$

که $\tilde{H} = i\tau_2 H^\dagger$ و $i, j = 1, 2, 3$ اندیس های نسل و D_μ مشتق هم وردا می باشد. در مدل استاندارد میدان هیگز می تواند دارای یک مقدار چشمداشتی مخالف صفر شود و در نتیجه ی این مقدار مخالف صفر، گروه تقارنی مدل استاندارد به گروه برهم کنش الکتروضعیف می شکند. این شکست، به شکست خود به خودی تقارن^۴ معروف است. در نتیجه این شکست بوزون های پیمانه ای ضعیف جرم دار می شوند. در این حالت فوتون به صورت ترکیبی از گروه $U(1)$ و $SU(2)$ نوشته می شود. بدین ترتیب کوارک و لپتون های باردار به طور طبیعی جرم دار می شوند. می توان شکست خود به خودی گروه های پیمانه ای مدل استاندارد را به صورت زیر نمایش داد:

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow SU(2)_L \otimes U_{EM}(1) \quad (۵.۱)$$

بوزون های ضعیف پیمانه ای و میدان فوتونی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$W_{\mu}^{\mp} = \frac{W_{\mu}^1 \mp iW_{\mu}^2}{\sqrt{2}}, \quad Z_{\mu} = -\sin \theta_W B_{\mu} + \cos \theta_W W_{\mu}^3 \quad (6.1)$$

$$\gamma_{\mu} = \cos \theta_W B_{\mu} + \sin \theta_W W_{\mu}^3$$

این میدان های فیزیکی دارای جرم های زیر هستند:

$$m_W = \frac{1}{\sqrt{2}} g v, m_Z = \frac{m_W}{\cos \theta_W}, \quad (7.1)$$

میدان فوتونی (γ_{μ}) نیز فاقد جرم باقی می ماند. در اینجا $\tan \theta_W = \frac{g'}{g}$ ، $v = \frac{m}{\lambda}$ ، جفت شدگی مربوط به گروه $U(1)$ و g جفت شدگی مربوط به $SU(2)$ می باشد.

موفقیت های مدل استاندارد شایان توجه است. پیش بینی های مدل استاندارد در بسیاری از آزمایش ها آزموده شده اند و نتایج دقیقی به دست آمده است. تمام ذرات موجود در مدل استاندارد بجز بوزون هیگز، همه به صورت تجربی پیدا شده اند. با این وجود در این مدل با چند مشکل برای توضیح فیزیک در انرژی های بالا مواجه هستیم. اولین مشکل زیاد بودن درجات آزادی موجود در نظریه است. مشکل بعدی وجود مسئله ی سلسله مراتب می باشد. این مسئله از تصحیح تابشی جرم هیگز، با بدست آوردن تصحیحی از مرتبه M_{GUT} به وجود می آید. مشکلات دیگری نیز وجود دارد که در قسمت ابرتقارن به آن ها اشاره می کنیم. جواب این سوال ها و مشکلات در فیزیک فراسوی مدل استاندارد قرار دارد و ابرتقارن یکی از نظریه هایی است که می تواند پاسخ گوی مناسبی برای حل این مشکلات باشد.

۱.۱.۱ نوردایی پیمانہ ای

زمانی که به طبیعت نگاه می‌کنیم، تقارن‌های مشخصی را می‌بینیم یا به طور دقیق تر، می‌بینیم که فیزیک تحت یک سری از تبدیلات ناوردا باقی می‌ماند. این تبدیلات توسط نظریه گروه توصیف می‌شود. با این بیان، مدل استاندارد فیزیک ذرات توسط گروه $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ توصیف می‌شود. این مدل توسط الزام نوردایی تحت این گروه تقارنی بدست می‌آید [۳۲]. در این بخش با لاگرانژین ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ بحث را شروع و سپس اصول تقارن موضعی را معرفی می‌کنیم.

تقارن پیمانہ ای آبلی

ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ متداول‌ترین ذرات مشاهده شده هستند. این ذرات توسط یک اسپینور ψ که دارای ۴ درجه آزادی است، توصیف می‌گردد. برای ذرات فاقد جرم، ۲ درجه آزادی برای خود ذره و ۲ درجه آزادی دیگر برای توصیف پاد ذره بکار برده می‌شود. با این حال می‌توانیم ψ را به دو بخش چپ گرد ψ_L و راست گرد ψ_R توسط عملگر هلیسیتیته تقسیم کنیم. ذرات جرم دار همیشه به صورت ترکیب خطی از ψ_R و ψ_L بیان می‌شوند زیرا می‌توانند به وسیله یک تبدیل لورنتس مشخص، به هم تبدیل شوند. فرمیون‌های فاقد جرم که با سرعت نور حرکت می‌کنند، ویژه تابع‌های عملگر هلیسیتیته هستند. بنابراین عملگرهایی که این ذرات را توصیف می‌کنند، دارای ۲ درجه آزادی می‌باشند.

جمله انرژی جنبشی برای فرمیون‌های فاقد جرم در لاگرانژی نسبیتی دیراک به صورت

زیراست:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \quad (۸.۱)$$

γ^μ همان ماتریس های گامای دیراک است. می خواهیم تقارن های موجود در این لاگرانژین را پیدا کنیم. بر اساس قضیه نئودر^۵، یک گروه تقارن پیوسته به یک بار پایسته و یک جریان پایسته اشاره دارد و بالعکس. از این رو کمیت های پایسته ما را به تقارنی که دارای این کمیت ها هستند، راهنمایی می کنند. ساده ترین مثال بار الکتریکی ذره است. این پایستگی بار، توسط تقارن $U(1)$ در لاگرانژی ۸.۱ تحت تبدیل فاز ثابت زیر توصیف می شود:

$$\psi \rightarrow e^{i\phi}\psi \quad (9.1)$$

این نوع از تقارن سراسری نامیده می شود. یعنی این که تقارن برای هر نقطه از فضا-زمان یکسان است. آنچه که درصدد بررسی آن هستیم این است که این تقارن بجای سراسری، موضعی باشد. بنا بر این پارامتر فاز ϕ دیگر ثابت نیست و فرض می کنیم که به فضا-زمان بستگی داشته باشد. این تقارن قابل حس و قابل فهم تر است. به عنوان مثال می توان به گرانش که به طور ذاتی موضعی است و همه جا یکسان عمل نمی کند، اشاره داشت. با این وجود دلیل مهمی که ما را به معرفی تقارن موضعی و کارکردن تحت این تقارن اشاره می دارد این است که این نوع تقارن در فیزیک کاراست و نتایج بسیار خوب و موثری را به ارمغان می آورد. می خواهیم لاگرانژیمان تحت تبدیل ۹.۱ ناوردا بماند. (حتی در صورتی که ϕ به فضا-زمان بستگی داشته باشد) از این رو مشتق ∂_μ را با یک مشتق هموردای

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 A_\mu \quad (10.1)$$

جایگزین می کنیم، A_μ یک میدان برداری (میدان پیمانه ای) و g_1 ثابت جفت شدگی است. در مورد تقارن $U(1)$ ، ناوردایی مشتق هموردا تحت تبدیلات پیمانه ای موضعی، این الزام رادربی

^۵Noethe's Theorem

دارد که A_μ به صورت زیر تبدیل شود:

$$A_\mu \longrightarrow A_\mu + \frac{1}{g} \partial_\mu \phi \quad (11.1)$$

معادله ۱۱.۱ را به عنوان آزادی پیمانه ای در نظریه الکترومغناطیس می شناسیم. در ادامه لاگرنژی را با اضافه کردن جمله انرژی جنبشی میدان A_μ ، کامل می کنیم. ساده ترین کاری که می توانیم انجام دهیم، این است که از جابجایی ۲ مشتق هم وردا استفاده کنیم. در مورد تقارن $U(1)$ ، این مورد تانسور میدان الکترومغناطیسی را نتیجه می دهد.

$$[D_\mu, D_\nu] = -ig \gamma (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) = -ig \gamma F_{\mu\nu}$$

جمله انرژی جنبشی برای یک بوزون توسط $-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$ توصیف می شود. میدان A_μ ، میدان پیمانه ای ذره ای فاقد جرم با اسپین ۱ یعنی فوتون را توصیف می کند. بنابراین نظریه الکترو دینامیک را می توان توسط چند ملاحظه ساده‌ی تقارنی به دست آورد.

تقارن پیمانه ای غیر آبلی

در این بخش قصد داریم این خط مشی را تعمیم دهیم. بار الکتریکی تنها کمیت پایسته ما نیست. مثالی دیگر از کمیت های پایسته عدد الکترونی است. یک الکترون می تواند به یک بوزون W و یک نوترینوی الکترون تبدیل شود. اما نه به یک نوترینوی میوان^۶. می توان به صورت ریاضی الکترون و نوترینو الکترون را توسط یک دوگانه که توسط یک تبدیل یکانی به هم متصل شده اند، توصیف کرد. گروه تقارنی مربوط $SU(2)$ می باشد. یک مثال دیگر نظریه ی

^۶Muon

کرومودینامیک کوانتومی است. کوارک ها دارای ۳ عدد کوانتومی پایسته (رنگ) هستند. گروه تقارنی مربوط به این نظریه $SU(3)$ است. به دلیل این که ذرات با باررنگ آزاد هرگز یافت نشده اند نمی توانیم این تقارن را به صورت مستقیم ببینیم. اما می توانیم از ساختار چندگانه ای که در هادرون مشاهده می کنیم به این موضوع پی ببریم [۱].

تقارن ناشی از یک نظریه ی پیمانه ای غیر آبلی، مربوط به درجات آزادی بیشتر می باشد. اگر این درجات آزادی را با اندیس مشخص کنیم، لاگرنژی تحت تبدیل یکانی زیر ناورد باقی می ماند:

$$\psi^j \longrightarrow U^{jk} \psi^k \quad (12.1)$$

می دانیم هر ماتریس یکانی را می توان بر حسب یک تابع نمایشی از یک ماتریس هرمیتی نوشت که خود این ماتریس هرمیتی را می توان بر حسب یک ترکیب خطی از مولدهای تقارنی گروه لی بیان کرد. بنابراین معادله ۱۲.۱ را می توان به صورت زیر باز نویسی کرد:

$$\psi \longrightarrow U\psi = e^{i\theta^\alpha T^\alpha} \Psi \quad (13.1)$$

در مورد $SU(2)$ اندیس α می تواند ۱، ۲ و ۳ باشد در حالی که در مورد $SU(3)$ اندیس α از ۱ تا ۸ تغییر می کند. مولدهای T^α با هم دیگر جابجا نمی شوند. بنابراین معادله ۱۳.۱ تعمیمی از معادله ۹.۱ به یک تبدیل پیمانه ای غیر آبلی است. مشتق هموردایی که ناوردایی پیمانه ای $SU(2)$ را ملزم می کند به صورت زیر تعریف می شود:

$$D_\mu = \phi_\mu - ig_\tau T^\alpha A_\mu^\alpha \quad (14.1)$$

T^α همان مولدهای $SU(2)$ ، A_μ^α میدان های پیمانه ای و g_2 ثابت جفت شدگی است. جمله انرژی جنبشی به روشی مشابه در تقارن $U(1)$ نوشته می شود. در این قسمت مولد های T^α جابجاپذیر نیستند و این متضمن یک خود برهمکنشی بین میدان های پیمانه ای می باشد.

۲.۱ مکانیسم هیگز

به دست آوردن میدان های پیمانه ای مدل استاندارد با در نظر گرفتن ملاحظات تقارنی بسیار جالب است. اما یک مشکل نیز وجود دارد. این روش هیچ توضیحی برای جرم ذره های موجود در این مدل را نمی دهد. در حقیقت جرم تمام ذرات را صفر در نظر می گیرد. این فاقد جرم بودن ممکن است برای فوتون و گلوئون و شاید نوترینو خوب باشد، اما ذرات دیگر را بدون جرم رها می کند. جملات جرمی برای فرمیون ها تقارن دست گردی^۶ را می شکنند و این بدین معنی است که فرمیون های چپ گرد و راست گرد به صورت مستقل تبدیل شوند. جمله ی جرمی برای فرمیون ها به صورت زیر است:

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L)$$

این جمله یک فرمیون چپ گرد را که توسط یک دوگانه ی $SU(2)$ توصیف می شود، به یک فرمیون راست گرد جفت کند. این جمله ناوردای پیمانه ای نیست و لذا غیر قابل پذیرش است. همچنین اضافه کردن جمله ی جرمی برای میدان های بوزونی به صورت $\frac{1}{2}m^2 A^\mu A_\mu$ ناوردایی پیمانه ای موجود در نظریه را نقض می کند. لذا باید به دنبال یک راه حل دیگر برای جرم دار کردن ذرات موجود در نظریه باشیم.