١١١٨٢٤

وزارت علوم تحقیقات و فناوری

دانشگاه علوم و فنون مازندران

گروه مهندسی صنایع

پایان نامه کارشناسی ارشد

تعیین اندازه بهینه انباشته تولیدی در یک سیستم تک سطحی با فرض وجود دوباره کاری،خطاهای بازرسی و تولید ضایعات در حین دوباره کاری

۵- /۲/ ۱۳۸۸

استاد راهنما: دکتر علیرضا حجی
استاد مشاور: دکتر رسول حجی

رامین شمسی

زمستان ۱۳۸۵

۱۱۱۸۲۴

چکیده

تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید از دیرباز مورد توجه محققین و مدیران صنعتی بوده‌است. مدل های کلاسیک تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید یا سفارش با فرض سالم بودن تمامی محصولات تولیدی در فرایند تولید، برای این منظور توسعه داده شدند. این مدل‌ها به دلیل سادگی در کاربرد مورد استفاده بسیار واقع شده‌اند. لیکن این مدل ها ایده ال بوده و برخی از فرضیاتی که این مدل ها براساس آن ها طراحی شده‌اند در عمل به ندرت برقرار می باشند. یکی از فرضیاتی که در این مدل ها در نظر گرفته نمی‌شود ولی در عمل اتفاق می‌افتد فرض وجود درصد معیوب و ضایعات در فرایند تولید می‌باشد. با این حال تعیین یک اندازه بهینه انباشته در یک سیستم تولیدی که در آن، فرایند تولیدی، اقلام معیوب را نیز تولید می‌نماید اخیرا مورد توجه محققین قرار گرفته است. در صورتی که درصد معیوب و ضایعات در فرایند تولید وجود داشته باشد؛ آنگاه اندازه انباشته ای که از مدلهای کلاسیک مثل تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید یا سفارش، به دست می‌آید به دلیل در نظر نگرفتن درصد معیوب وضایعات، کمتر از اندازه بهینه انباشته تولیدی یا سفارش می‌باشد. در این تحقیق، بعد از تشریح برخی از مدلهای تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید یا سفارش- که هر یک در شرایط و فرضیات خاص می‌باشد- مدل‌های بررسی شده با توجه به امکان تولید قطعات ناسالم که قابلیت دوباره‌کاری دارند، ارائه شده‌اند. در مدل اول ارائه شده علاوه بر امکان دوباره‌کاری قطعات ناسالم حاصل از فرایند تولید، فرض وجود تولید ضایعات نیز مدنظر قرار گرفته‌است. در مدل بعدی هزینه و زمان راه‌اندازی فرایند دوباره‌کاری نیز مورد توجه قرار گرفته‌است. در مدل سوم تاثیر خطاهای بازرسی (خطای نوع اول و خطای نوع دوم) در یک سیستم تولیدی یک سطحی که طی فرایند تولید آن، امکان تولید قطعات ناسالم وجود دارد و این قطعات قابلیت دوباره‌کاری دارند، در نظر گرفته شده‌است. همچنین در حین فرایند دوباره‌کاری، تولید ضایعات نیز امکان پذیر است. پس از مدل‌سازی این سیستم، اندازه انباشته بهینه از طریق کمینه کردن هزینه‌های مرتبط به دست آمده‌است.

کلمات کلیدی: موجودی، اندازه انباشته، دوباره‌کاری، درصد معیوب، درصد ضایعات، خطاهای بازرسی

فهرست

فصل اول ۱

مقدمه ۱

هدف تحقیق ۲

ضرورت تحقیق ۲

فرضیات تحقیق ۳

فصل دوم: مروری بر ادبیات موضوع ۴

مقدمه ۴

۲-۱- مدل‌های اصلی ۴

۲-۱-۱-مدل تعیین اندازه اقتصادی سفارش (*EOQ*) ۵

۲-۱-۲-مدل تعیین اندازه سفارش اقتصادی در حالتی که سفارشات تاخیر شده وجود دارد (کمبودها قابل جبران می باشند) ۹

۲-۱-۳-مدل تعیین اندازه تولید اقتصادی(EPQ) [۲] ۱۵

۲-۱-۴-مدل تعیین اندازه سفارش اقتصادی در حالتی که تقاضا به صورت عدد صحیح می‌باشد. ۱۹

۲-۱-۵-مدل تعیین اندازه سفارش اقتصادی در حالتی که فروش از دست رفته وجود دارد (کمبودها قابل جبران نمی‌باشند) ۲۳

۲-۲-مدل‌های پیشرفته ۲۹

۲-۲-۱-برنامه ریزی ساخت مجدد برای مدل‌های Wagner-Whitin معکوس [۳] ۲۹

۲-۲-۲-مدل Wagner-Whitin معکوس با هزینه دوباره‌سازی و ساخت متغیر[۴] ۳۲

۲-۲-۳-دسته‌بندی کردن فرآیندهای کاری و دوباره کاری با وجود محدودیت خراب شدن اقلام قابل دوباره کاری ۳۴

۲-۲-۴-مقدار اقتصادی تولید و کیفیت فرآیند: یک رویکرد چند متغیره[۶] ۳۶

۲-۲-۵-مدل موجودی تعیین اندازه انباشته و سطح سفارش با سطح موجودی وابسته به تقاضا و خرابی[۷] ۳۷

۲-۲-۶-مقاله فنی : اثر کنترل کیفیت فرآیند دینامیکی بر روی اقتصادی بودن تولید[۸] ۳۸

۲-۲-۷-یک مدل جدید : یکپارچه‌سازی قیمت‌گذاری پایین‌تر، وضعیت دوباره کاری و بازگشتی[۹] ۳۸

۲-۲-۷-۱-فرضیات و علایم مدل ۴۰

۲-۲-۷-۲-مدل ریاضی ۴۲

۲-۲-۸-انجام آنالیز سیستم‌های تولیدی با حلقه‌های دوباره کاری[۱۰] ۴۸

۲-۲-۹-تعیین اندازه انباشته در یک سیستم تولیدی با دوباره کاری و خرابی محصول[۱۱] ۴۹

۲-۲-۱۰-تعیین اندازه تولیدی با انجام دوباره‌کاری برروی اقلام با کیفیت ناقص تولید شده[۱۲] ۴۹

۲-۲-۱۱-تعیین اندازه انباشته بهینه در یک سیستم تولید ناقص با فعالیت‌های دوباره‌کاری مشابه ... ۵۰

۲-۲-۱۲-یک اندازه انباشته بهینه برای یک سیستم تولیدی به‌هنگام[۱۴] ۵۱
۲-۲-۱۳-سرمایه‌گذاری و اندازه انباشته بهینه در یک سیستم تولیدی چندسطحی با ضایعات[۱۵] . ۵۳
۲-۲-۱۴-تعیین اندازه انباشته در یک سیستم تولیدی عملی[۱۶] ۵۴
۲-۲-۱۵-تعیین اندازه انباشته فازی ۵۵
۲-۲-۱۶-تعیین اندازه انباشته بهینه تولید با فرآیند دوباره‌کاری در یک سیستم تولیدی یک سطحی[۲۴] ۵۶
۲-۲-۱۶-۱-فرآیند ساخت یک سطحی[۲۴] ۵۸
۲-۲-۱۶-۲-سیاست۱: فرآیند دوباره‌کاری فوری[۲۴] ۵۹
۲-۲-۱۶-۳-سیاست ۲: مدل دوباره‌کاری Nسیکل[۲۴] ۶۲
۲-۲-۱۶-۴-سیاست ۱: مدل فرآیند دوباره‌کاری فوری[۲۴] ۶۳
۲-۲-۱۶-۴-۱-هزینه راه‌اندازی[۲۴] ۶۳
۲-۲-۱۶-۴-۲-هزینه نگهداری موجودی ۶۴
۲-۲-۱۶-۴-۳-هزینه‌های پروسه کردن[۲۴] ۶۵
۲-۲-۱۶-۴-۴-هزینه انجام دوباره‌کاری ۶۵
۲-۲-۱۶-۴-۵-مجموع هزینه فرآیند ساخت و دوباره‌کاری[۲۴] ۶۶
۲-۲-۱۶-۴-۶-حل بهینه[۲۴] ۶۶
۲-۲-۱۶-۵-سیاست ۲ : مدل دوباره‌کاری Nسیکل[۲۴] ۶۷
۲-۲-۱۶-۵-۱-هزینه راه‌اندازی[۲۴] ۶۷
۲-۲-۱۶-۵-۲-هزینه نگهداری موجودی در جریان ساخت مواد برگشت داده شده[۲۴] ۶۸
۲-۲-۱۶-۵-۳-هزینه نگهداری موجودی محصول نهایی[۲۴] ۶۹
۲-۲-۱۶-۵-۴-هزینه جریمه[۲۴] ۷۰
۲-۲-۱۶-۵-۵-مجموع هزینه سیستم[۲۴] ۷۲
۲-۲-۱۶-۵-۶-بهینه سازی[۲۴] ۷۲
۲-۲-۱۶-۶-تحلیل حساسیت : سیاست ۱ و سیاست ۲ ..... ۷۳
فصل سوم: مدل‌های پیشنهادی ۷۵
۳-۱- مقدمه ۷۵
۳-۲- ضرورت مسئله ۷۵
۳-۳- تعریف مسئله ۷۶
فصل چهارم: مدل‌سازی و حل بهینه ۷۹
۴-۱- مدل اول: مقدار بهینه انباشته تولید با در نظر گرفتن فرایند دوباره کاری قطعات ناسالم و وجود ضایعات در فرایند دوباره‌کاری ۷۹
۴-۱-۱-فرضیات‌مدل ۷۹
۴-۱-۲-نمادها ۷۹
۴-۱-۳-مدل ریاضی ۸۰

۴-۱-۳-۱-هزینه آماده سازی ۸٤
۴-۱-۳-۲-هزینه های تولید، دوباره کاری و بازرسی ۸٤
۴-۱-۳-۳-هزینه نگهداری موجودی ۸٥
۴-۱-۳-۴-مجموع هزینه های سیستم ۸٦
۴-۱-۴-حل بهینه ۸٦
۴-۲- مدل دوم: مقدار بهینه انباشته تولید با در نظر گرفتن فرایند دوباره کاری قطعات ناسالم، وجود ضایعات در فرایند دوباره‌کاری و زمان و هزینه راه‌اندازی برای دوباره‌کاری ۸۷
۴-۲-۱-فرضیات‌مدل ۸۷
۴-۲-۲-نمادها ۸۷
۴-۲-۳-مدل ریاضی ۸۸
۴-۲-۳-۱-هزینه آماده سازی ۹۲
۴-۲-۳-۲-هزینه های تولید، دوباره کاری و بازرسی ۹۲
۴-۲-۳-۳-هزینه نگهداری موجودی ۹۳
۴-۲-۳-۴-مجموع هزینه های سیستم ۹٤
۴-۲-۴-حل بهینه ۹٤
۴-۳- مدل سوم: اندازه انباشته بهینه تولید با در نظر گرفتن دوباره‌کاری، ضایعات در دوباره‌کاری، خطاهای بازرسی و هزینه محصول ناسالم ۹۶
۴-۳-۱-فرضیات‌مدل‌ونمادها ۹٦
نمادها ۹۷
۴-۳-۲-مدل ریاضی ۹۸
۴-۳-۲-۱- هزینه آماده سازی ۱۰٤
۴-۳-۲-۲- هزینه های تولید، دوباره کاری و بازرسی ۱۰٥
۴-۳-۲-۳- هزینه نگهداری موجودی ۱۰۶
۴-۳-۲-۴- هزینه های مرتبط با کیفیت ۱۰۷
۴-۳-۲-۵- مجموع هزینه های سیستم ۱۰۷
۴-۳-۳-حل بهینه ۱۰۸
۴-۳-۴-تحلیل حساسیت ۱۰۸
۴-۳-۴-۱- تحلیل حساسیت روی β ۱۱۰
۴-۳-۴-۲- تحلیل حساسیت روی α ۱۱۲
۴-۳-۴-۳- تحلیل حساسیت روی e_1 ..... ۱۱۳
۴-۳-۴-۴- تحلیل حساسیت روی e_2 ..... ۱۱٥
۴-۳-۴-۵- مقایسه نتایج برای اندازه انباشته و مجموع هزینه در مدل‌های بیان شده و مدل EPQ ۱۱۷
فصل پنجم: نتیجه گیری و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی ۱۲۰

۵-۱- نتایج ۱۲۰
۵-۲- پیشنهادها ۱۲۱
منابع و مراجع ۱۲۲

فهرست اشکال و جداول

شکل(۲-۱) سطح موجودی در دست بر حسب زمان [۱] ۷
شکل(۲-۲) انواع هزینه بر حسب میزان سفارش[۱] ۹
شکل(۲-۳) سطح موجودی در دست بر حسب زمان در حالتی که سفارشات تاخیر شده وجود دارد[۲] ۱۲
شکل(۲-۴): سطح موجودی بر حسب زمان در حالت محدود بودن نرخ تولید[۲] ۱۶
شکل(۲-۵): سطح موجودی بر حسب زمان در حالت محدود بودن نرخ تولید و با فرض وجود کمبود قابل جبران[۲] ۱۸
شکل(۲-۶): سطح موجودی بر حسب زمان در حالت تقاضا به صورت عدد صحیح[۲] ۲۰
شکل(۲-۷) سطح موجودی در دست بر حسب زمان در حالتی که فروش از دست رفته وجود دارد[۲] ۲۵
شکل(۲-۸) موجودی در دست بر حسب زمان در سیاست اول[۲۴] ۶۱
شکل(۲-۹) موجودی در دست بر حسب زمان در سیاست دوم[۲۴] ۶۲
شکل(۲-۱۰) موجودی در دست بر حسب زمان در یک دور از سیاست دوم[۲۴] ۶۹
شکل (۴-۱) نمودار موجودی در دست ۸۱
شکل (۴-۲) نمودار موجودی در دست ۸۹
شکل (۴-۳) منحنی موجودی در دست ۱۰۰
شکل (۴-۴) نمودار گردش محصول در فرایند تولید عادی ۱۰۲
شکل (۴-۵) نمودار گردش محصول در فرایند دوباره کاری ۱۰۳
جدول ۴-۱: تغییرات در β ۱۱۰
شکل(۴-۶): تاثیر β در اندازه انباشته اقتصادی ۱۱۱
جدول ۴-۲: تغییرات در α ۱۱۲
شکل(۴-۷): تاثیر α در اندازه انباشته اقتصادی ۱۱۲
جدول ۴-۳: تغییرات در e_1 ..... ۱۱۳
شکل(۴-۸): تاثیر e_1 در اندازه انباشته اقتصادی ۱۱۴
جدول ۴-۴: تغییرات در e_2 ..... ۱۱۵
شکل(۴ ۹): تاثیر e_2 در اندازه انباشته اقتصادی ۱۱۶
جدول ۴ -۵: مقادیر بهینه سفارش برای حالت های مختلف و مقایسه آنها ۱۱۷

فصل اول

مقدمه

در شرکت‌های تولیدی یا خدماتی موجودی ها نقش مهمی را در هزینه ها و به تبع آن در سود شرکت ایفا می‌کنند. لذا تعیین اندازه بهینه انباشته تولیدی که در نتیجه آن مجموع هزینه های سیستم کمینه می‌گردد، مورد توجه قرار گرفته است. در این زمینه تحقیقات زیادی تحت شرایط و فرضیات گوناگونی صورت گرفته و به دنبال آن الگوریتم ها و مدل های بسیاری برای حل مسئله تعیین اندازه بهینه انباشته تولیدی طراحی شده‌است. اولین تلاش در استفاده از مدل ریاضی برای کمک به موسسات در کمینه کردن هزینه های موجودی به چندین دهه گذشته بر می گردد، زمانی که مدل "مقدار اقتصادی سفارش" (EOQ) برای اولین بار ارائه شد. مدل های کلاسیک تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید یا سفارش با فرض سالم بودن تمامی محصولات تولیدی در فرایند تولید، برای این منظور توسعه داده شدند. این مدل‌ها به دلیل سادگی در کاربرد مورد استفاده بسیار واقع شده‌اند. لیکن این مدل ها ایده ال بوده و برخی از فرضیاتی که این مدل ها براساس آن ها طراحی شده‌اند در عمل به ندرت برقرار می باشند. یکی از فرضیاتی که در این مدل ها در نظر گرفته نمی‌شود ولی در عمل اتفاق می‌افتد فرض وجود درصد معیوب و ضایعات در فرایند تولید می‌باشد. با این حال تعیین یک اندازه بهینه انباشته در یک سیستم تولیدی که در آن، فرایند تولیدی، اقلام معیوب را نیز تولید می‌نماید اخیرا مورد توجه محققین قرار گرفته است. در صورتی که درصد معیوب و ضایعات در فرایند تولید وجود داشته باشد؛ آنگاه اندازه انباشته ای که از مدلهای کلاسیک مثل تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید یا سفارش، به دست می‌آید به دلیل در نظر نگرفتن درصد معیوب وضایعات، کمتر از اندازه بهینه انباشته تولیدی یا سفارش می‌باشد. در این تحقیق، بعد از تشریح برخی از مدلهای تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید یا سفارش- که هر یک در شرایط و فرضیات خاص می‌باشد- مدل‌های بررسی شده با توجه به امکان تولید

قطعات ناسالم که قابلیت دوباره‌کاری دارند، ارائـه شـده‌انـد. در مـدل اول ارائـه شـده عـلاوه بـر امکـان دوباره‌کاری قطعات ناسالم حاصل از فرایند تولید، فرض وجود تولید ضایعات نیز مدنظر قرار گرفته‌اسـت. در مدل بعدی هزینه و زمان راه‌اندازی فرایند دوباره‌کاری نیز مورد توجه قرار گرفته‌است. در مـدل سـوم تاثیر خطاهای بازرسی (خطای نوع اول و خطای نوع دوم) در یک سیستم تولیدی یک سطحی که طـی فرایند تولید آن، امکان تولید قطعات ناسالم وجود دارد و این قطعات قابلیت دوباره‌کاری دارنـد، در نظـر گرفته شده‌است. همچنین در حین فرایند دوباره‌کاری، تولید ضـایعات نیـز امکـان پـذیر اسـت. پـس از مدل‌سازی این سیستم، اندازه انباشته بهینه از طریق کمینه کردن هزینه‌های مرتبط به دست آمده‌است. در تحقیق حاضر در ادبیات موضوع که در ادامه بیان شده‌است، مدل‌ها به دو قـسمت اصـلی و پیـشرفته تشریح شده‌اند. در فصل سوم و چهارم مدل‌های طراحی شده مورد بررسی قرار گرفته‌است.

هدف تحقیق

هدف از تحقیق حاصر تعیین اندازه بهینه انباشته تولید از طریق حداقل کـردن هزینـه کـل سیـستم در موسساتی می‌باشد که خروجی فرایند تولید آنها دارای قطعات سالم و معیوب است و در ایـن موسـسات امکان دوباره‌کاری اقلام معیوب وجود دارد که اقلام معیوب دوباره‌کاری شده به قطعات سالم یا ضـایعات تبدیل می‌شوند.

در صورتیکه امکان دوباره‌کاری و تبدیل بخشی از اقلام معیوب به قطعات سـالم وجـود نداشـته باشـد از منابع موجود در موسسه حداکثر استفاده صورت نگرفته و همچنین مقـداری از سـود بـالقوه موسـسه از دست می‌رود.

ضرورت تحقیق

اغلب در یک سیستم تولیدی، تعدادی از اقلام تولید شده معیوب می‌باشند که ممکن است بر اثر عوامل مختلفی مثل کیفیت پایین تولید، مواد معیوب و ... باشد. باتوجه به نسبت اقلام معیوب ایجاد شده در فرایند تولید، مقدار اندازه انباشته بهینه نیز بسته به عواملی چون هزینه راه‌اندازی، هزینه تولید، هزینه نگهداری موجودی و ... ممکن است متفاوت باشد. از اینرو، در صورتی‌که در یک سیستم تولیدی، درصد معیوب و ضایعات در فرایند تولید وجود داشته باشد؛ آنگاه اندازه انباشته‌ای که از مدل‌های کلاسیکی مثل EPQ به دست می‌آید کوچکتر از اندازه بهینه انباشته تولیدی خواهد بود. بنابراین میزان انباشته تولیدی حاصل شده از مدل EPQ برای اینگونه سیستم‌ها بهینه نبوده و حداقل متوسط مجموع هزینه‌ها را برای آن‌ها ارائه نمی‌کند. بنابراین به منظور بررسی دقیق‌تر اینگونه سیستم‌ها و حصول میزان بهینه انباشته تولیدی، ضروری است که به نحوی اثر این درصد معیوب و ضایعات در فرایند تولیدی لحاظ شود و سپس با توجه به مدل اصلاح شده جواب بهینه‌ای برای آن ارائه گردد.

فرضیات تحقیق

با توجه به مدل‌های مورد مطالعه، اهم مفروضات مساله به شرح زیر می‌باشد:

- در حین فرایند تولید, اقلام معیوب با درصد معین تولید می‌شوند.
- دوباره‌کاری قطعات معیوب حاصل از فرایند تولید امکان پذیر می‌باشد.
- قطعات معیوب دوباره‌کاری شده به محصول سالم و یا ضایعات تبدیل می‌شوند.
- درصد قطعات سالم حاصله و ضایعات پس از فرایند دوباره‌کاری, معلوم و معین است.
- سرعت کار منابع برای هر دو فرایند تولید و دوباره‌کاری یکسان است.
- زمان آماده سازی برای هر بار تعمیر محصولات می‌تواند غیر صفر باشد.
- سایر فرضیات حاکم بر مدل کلاسیک EPQ نیز برقرار است.

فصل دوم: مروری بر ادبیات موضوع

مقدمه

اولین تلاش در استفاده از مدل ریاضی برای کمک به موسسات در کمینه کردن هزینه های موجودی به چندین دهه گذشته بر می گردد، زمانی که مدل "مقدار اقتصادی سفارش" (EOQ) برای اولین بار ارائه شد.

مدل‌های کلاسیک تعیین اندازه انباشته اقتصادی تولید یا سفارش با فرض سالم بودن تمامی محصولات تولیدی در فرایند تولید، برای این منظور توسعه داده شدند. این مدل‌ها به دلیل سادگی در کاربرد مورد استفاده بسیار واقع شده‌اند. لیکن این مدل‌ها ایده‌ال بوده و برخی از فرضیاتی که این مدل‌ها براساس آن‌ها طراحی شده‌اند در عمل به ندرت برقرار می‌باشند. در تحقیق حاضر در ادبیات موضوع که در ادامه بیان شده‌است، مدل‌ها به دو قسمت اصلی و پیشرفته تشریح شده‌اند.

۲-۱- مدل‌های اصلی

نماد های مورد استفاده در این قسمت به صورت زیر می‌باشد:

D: نرخ تقاضای سالیانه (سال/ واحد)

Q: اندازه انباشته تولیدی یا سفارش در هر سیکل

P: نرخ تولید سالیانه (سال/ واحد)

N: تعداد سیکل های تولیدی یا سفارش در هر سال

T: مدت زمان هریک از سیکل های تولیدی یا سفارش

C: هزینه خرید یا تولید کردن هر واحد کالا (واحد/ ریال)

S: هزینه هربار راه اندازی تولید یا سفارش

I: نرخ هزینه نگهداری در سال

π: هزینه ثابت هر واحد کمبود (واحد / ریال)

$\hat{\pi}$: هزینه متغیر هر واحد کمبود در سال (سال/ واحد/ ریال)

B: میزان کمبود (تقاضای پس افت) در هر سیکل

TC_S: متوسط هزینه راه اندازی تولید یا سفارش سالیانه

TC_H: متوسط هزینه نگهداری موجودی سالیانه

TC_C: متوسط هزینه خرید یا تولید سالیانه

TC_B: متوسط هزینه کمبود سالیانه

TC: متوسط مجموع هزینه‌های سالیانه

۲-۱-۱-مدل تعیین اندازه اقتصادی سفارش (EOQ[1])

این مدل در سال ۱۹۱۳ میلادی توسط Harris ارائه گردید[۱]. در این مدل هدف تعیین میزان سفارش بهینه می‌باشد که به ازای آن مجموع هزینه‌های سالیانه سیستم کمینه می‌شود.

فرضیات مدل عبارتند از

- ✓ نرخ تقاضا ثابت، پیوسته و یکنواخت است.
- ✓ اقلام سفارش داده شده همگی بطور یکجا دریافت می‌شوند.
- ✓ کمبود مجاز نیست.

[1] Economic Order Quantity

✓ قیمت اقلام ثابت می‌باشد (تخفیف در قیمت وجود ندارد).

متوسط مجموع هزینه‌ها در این سیستم شامل متوسط هزینه نگهداری موجودی سالیانه، متوسط هزینه خرید سالیانه کالا و متوسط هزینه سفارش دهی سالیانه می‌باشد. در این مدل نرخ تقاضا در سال D واحد می‌باشد که برای پاسخگوئی به تقاضاها انباشته ای به میزان Q واحد سفارش داده می‌شود که این میزان بطور یکجا دریافت می گردد. از شکل (۲-۱) مشخص می‌شود که مدت زمان مورد نیاز برای مصرف انباشته رسیده یا طول یک سیکل برابر Q/D خواهد بود. بنابراین میزان حداکثر و حداقل موجودی در این مدل به ترتیب عبارتند از: Q و صفر.

متوسط مجموع هزینه‌های سالیانه سیستم شامل هزینه نگهداری موجودی، هزینه سفارش دهی و هزینه خرید کالا می‌باشد که در ادامه تشریح می‌شوند.

متوسط هزینه نگهداری موجودی سالیانه برابر حاصلضرب هزینه نگهداری یک واحد کالا در یک سال (H) در متوسط موجودی سالیانه $(Q/2)$ می‌باشد. لذا رابطه متوسط هزینه نگهداری موجودی سالیانه به صورت زیر قابل دسترسی است:

$$TC_H = \frac{ICQ}{2} \qquad (۲-۱)$$

متوسط هزینه سفارش دهی سالیانه برابر حاصلضرب هزینه هر بار سفارش دهی (S) در تعداد دفعات سفارش دهی $(N=D/Q)$ در سال می‌باشد. بنابراین رابطه متوسط هزینه سفارش دهی سالیانه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$TC_S = S \times N = \frac{SD}{Q} \qquad (۲-۲)$$

متوسط هزینه خرید سالیانه کالاها برابر حاصلضرب هزینه خرید هر واحد کالا (C) در کلیه کالاهای خریداری شده که همان میزان تقاضای سالیانه (D) هست می‌باشد. بنابراین رابطه متوسط هزینه خرید سالیانه کالاها عبارت است از:

$$\mathrm{TC_C} = D \times C \qquad (۳-۲)$$

بنابراین متوسط مجموع هزینه‌های سالیانه سیستم از جمع کردن هزینه‌های بیان شده در روابط (۲-۱) و (۲-۲) و (۲-۳) به دست می‌آید که عبارت است از:

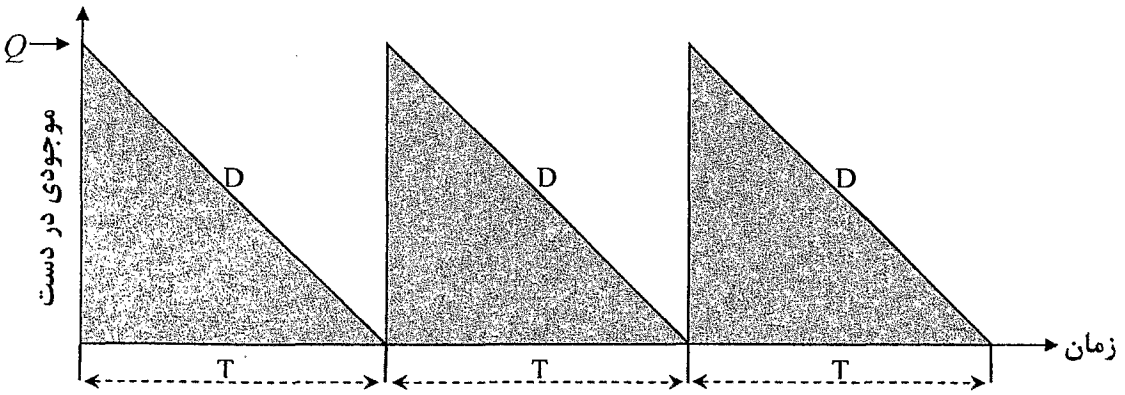
$$\mathrm{TC} = \mathrm{TC_H} + \mathrm{TC_S} + \mathrm{TC_C} = \frac{ICQ}{2} + \frac{SD}{Q} + DC \qquad (۴-۲)$$

از آنجایی که تابع متوسط مجموع هزینه‌های سالیانه سیستم نسبت به فاکتور Q محدب می‌باشد؛ می‌توان با مشتق گیری از تابع فوق نسبت به متغیر Q و مساوی صفر قرار دادن آن، اندازه بهینه سفارش را تعیین کرد. با توجه به شکل (۲-۲) واضح است که در نقطه بهینه تابع متوسط مجموع هزینه‌های سالیانه، دو منحنی متوسط هزینه نگهداری موجودی سالیانه و متوسط هزینه سفارش دهی سالیانه با هم تلاقی می کنند که این تلاقی به معنای برابر بودن دو هزینه یاد شده در نقطه بهینه است. پس از مشتق گیری از رابطه (۲-۴) نسبت به متغیر Q، میزان اندازه اقتصادی سفارش، Q^*، به صورت زیر به دست می‌آید:

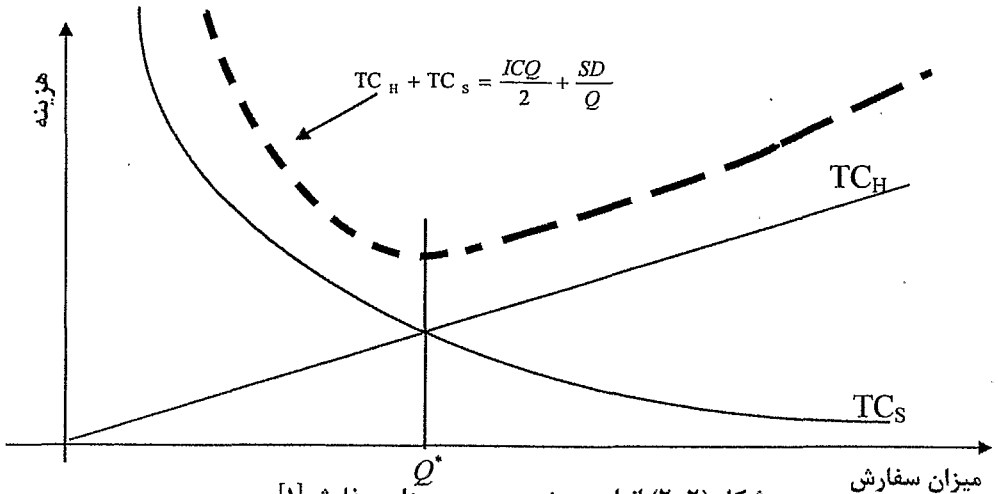
$$Q^* = \sqrt{\frac{2DS}{IC}} \qquad (۵-۲)$$

همچنین با جایگذاری از رابطه (۲-۵) در رابطه (۲-۴) میزان بهینه متوسط مجموع هزینه‌های سالیانه سیستم به صورت زیر حاصل می گردد:

$$TC^* = \sqrt{2DSIC} + DC \qquad (۶-۲)$$



شکل(۲-۱) سطح موجودی در دست بر حسب زمان [۱]



شکل (۲-۲) انواع هزینه بر حسب میزان سفارش[۱]

۲-۱-۲-مدل تعیین اندازه سفارش اقتصادی در حالتی که سفارشات تاخیر شده وجود دارد (کمبودها قابل جبران می باشند)

در این مدل هدف تعیین میزان سفارش بهینه می‌باشد که به ازای آن متوسط مجموع هزینه‌های سالیانه سیستم حداقل می‌شود.

فرضیات مدل عبارتند از:

- نرخ تقاضا ثابت، پیوسته و یکنواخت است.
- اقلام سفارش داده شده همگی بطور یکجا دریافت می‌شوند.
- تاخیر در ارضای تقاضا مجاز است.
- قیمت اقلام ثابت می‌باشد (تخفیف در قیمت وجود ندارد).

در این مدل نسبت به مدل EOQ حالت عمومی‌تری در نظر گرفته می‌شود. در این حالت تمامی تقاضا باید ارضا گردد ولی اینکه سیستم در هنگام بروز تقاضا خالی از موجودی باشد نیز مجاز است. در این صورت تقاضایی که در هنگام تهی بودن سیستم رخ می‌دهد تا هنگامی که یک سفارش جدید دریافت گردد به تاخیر می‌افتد. در این مدل فرض می‌شود که در هنگام دریافت سفارش جدید، ارضای تقاضاهای به تاخیر افتاده پیش از ارضای سایر تقاضاها صورت گیرد.

واضح است که اگر رخ دادن کمبود، هزینه‌ای در پی نداشته باشد؛ آنگاه سیاست بهینه آن است که میزان موجودی در دست برابر صفر در نظر گرفته شود. از طرف دیگر اگر هزینه رخ دادن کمبود بسیار بالا باشد؛ در این حالت سیاست بهینه آن است که میزان کمبود برابر با صفر در نظر گرفته شود. به هر حال برای یک بازه میانه هزینه بروز کمبود، این که مقداری کمبود در انتهای هر سیکل رخ دهد می‌تواند بهینه باشد. اگر طول زمان کمبود برابر با t در نظر گرفته شود؛ آنگاه هزینه کمبود برای یک واحد تقاضا برابر است با: $\pi + \hat{\pi} \times t$.

بنابراین هزینه کمبود شامل یک هزینه ثابت π و یک هزینه متغیر $\hat{\pi}$×t که متناسب با طول زمان وجود کمبود است می‌باشد.

در صورتی که تعداد کمبود در هر سیکل برابر با B باشد؛ آن گاه هنگام دریافت انباشته ای به تعداد Q بعد از ارضای تقاضای پس افت (B) میزان موجودی در دست برابر Q-B خواهد شد. مدت زمان موردنیاز برای اینکه Q-B واحد تقاضا شود برابر است با $T_1 = \frac{(Q-B)}{D}$. همچنین طول مدت زمانی که کمبود وجود دارد برابر با $T_2 = T - T_1 = \frac{B}{D}$ می‌باشد. این حالت در شکل(۲-۳) نشان داده شده‌است.

هزینه نگهداری موجودی در هر سیکل برابر است با:

$$IC\int_0^{T_1}(Q-B-Rt)dt = \frac{IC(Q-B)^2}{2D} \qquad (۲\ ۷)$$

این نتیجه از شکل(۲-۳) نیز کاملا بدیهی است زیرا $\frac{(Q-B)^2}{2D}$ برابر با مساحت مثلث (۱) می‌باشد.

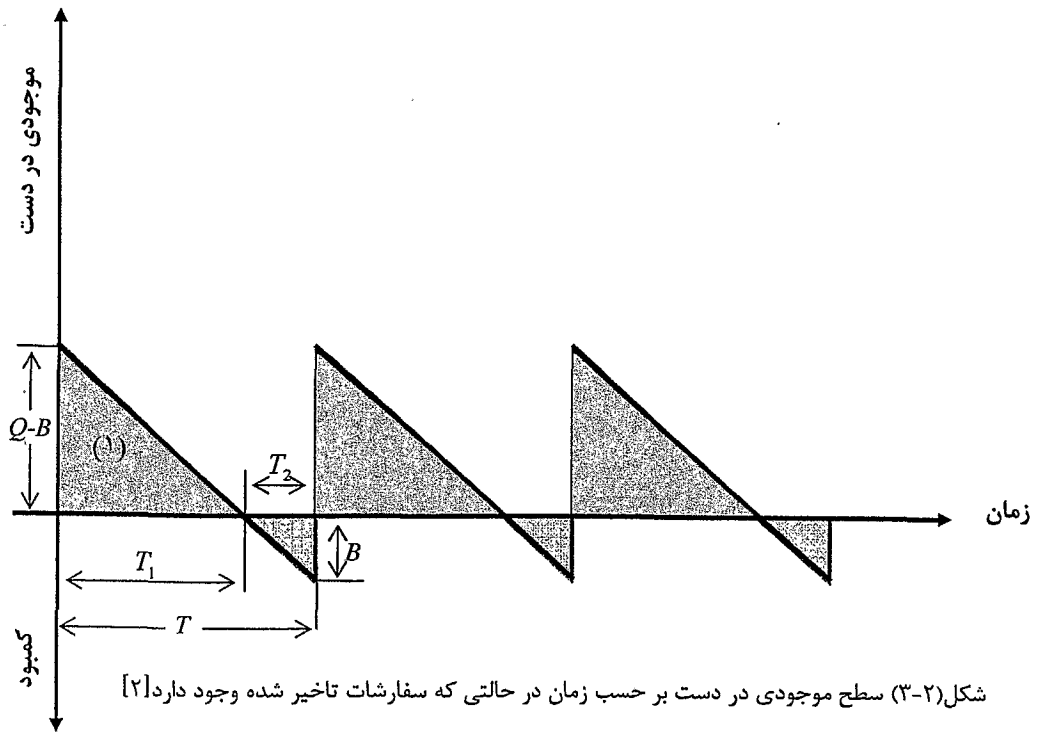
از آنجایی که متوسط تعداد سیکل ها در هر سال برابر D/Q می‌باشد، بنابراین متوسط هزینه سالیانه نگهداری موجودی مساوی $TC_H = \frac{IC(Q-B)^2}{2Q}$ می‌باشد.

هزینه کمبود در هر سیکل به صورت زیر محاسبه می‌شود که در آن از رابطه $T_2 = B/D$ استفاده شده‌است.

$$\pi B + \hat{\pi}\int_0^{T_2}(Dt)dt = \pi B + \frac{1}{2}\hat{\pi}DT_2^2 = \pi B + \frac{\hat{\pi}B^2}{2D} \qquad (۸-۲)$$

بنابراین متوسط هزینه کمبود سالیانه برابر خواهد بود با:

$$TC_B = \frac{D}{Q}(\pi B + \frac{\hat{\pi}B^2}{2D}) = \frac{1}{Q}(\pi DB + \frac{1}{2}\hat{\pi}B^2) \qquad (۹-۲)$$



شکل(۲-۳) سطح موجودی در دست بر حسب زمان در حالتی که سفارشات تاخیر شده وجود دارد[۲]

بنابراین متوسط هزینه متغیر سالیانه (TC) که شامل هزینه سفارش دهی، نگهداری موجودی و کمبود هست برابر خواهد بود با:

$$TC = TC_S + TC_H + TC_B = \frac{D}{Q}S + \frac{1}{2Q}IC(Q-B)^2 + \frac{1}{Q}(\pi DB + \frac{1}{2}\hat{\pi}B^2) \qquad (۱۰-۲)$$

بنابراین TC تابعی بر حسب متغیرهای B و Q می‌باشد. حال هدف یافتن مینیمم مطلق تابع TC در ناحیه $0<Q<\infty$ و $B\geq 0$ می‌باشد. واضح است که برای هر B محدود هنگامی که $Q=0$ یا $Q=\infty$ باشد، مقدار TC محدود خواهد شد. بنابراین Q بهینه بایستی رابطه $0 < Q^* < \infty$ را قانع کند. اگر برای B بهینه - B^* - رابطه $0 < B^* < \infty$ برقرار باشد آنگاه باید B^* و Q^* معادلات زیر را ارضا نماید: