بسم الله الرحمن الرحيم

تقدیم

" تقدیم به همسر گرامیم"

دانشگاه پیام نور تهران

گروه فیزیک

پایان نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد

در رشته‌ی فیزیک هسته‌ای

عنوان پایان نامه

کاربرد تشدید مغناطیسی هسته در محاسبات کوانتومی

استاد راهنما

دکتر مهدی رضایی کرامتی

استاد مشاور

دکتر پرویز پرورش

نگارش

ناصر سلیمانی

بهمن ۱۳۹۰

تشکر و سپاس‌گذاری

از تمامی عزیزانی که در تهیه و تنظیم این پایان‌نامه اینجانب را یاری نموده‌اند، استاد راهنما جناب آقای دکتر کرامتی رضایی و استاد مشاور جناب آقای دکتر پرورش که در این مدت با تمام مشکلات، زحمات و دردسرهایم را تحمل کردند. هم‌چنین از گروه فیزیک دانشکده‌ی پیام نور تهران و دانشکده‌ی محترم فیزیک دانشگاه تبریز که در مراحل مختلف این پایان‌نامه کمال همکاری را با اینجانب داشتند و از همسر گرامیم که در این مدت طولانی بنده را همراهی کردند کمال تشکر را دارم.

چکیده

در این پایان‌نامه، محاسبه‌های کوانتومی توسط پدیده‌ی تشدید مغناطیسی هسته (NMR) توضیح داده شده است. چون محاسبه‌ی کوانتومی در مقایسه با محاسبه‌ی کلاسیکی عملیات کمتری را لازم دارد، پس سرعت محاسباتی به مراتب بالاتری خواهد داشت.

در فصل اول، مفاهیم پایه‌ی فیزیک کوانتومی و هسته‌ای به همراه مفاهیم اولیه‌ی پدیده‌ی تشدید مغناطیسی هسته، ارایه گردیده است.

فصل دوم، مربوط به اصول و مبانی محاسبات کوانتومی است که در آن بیت‌ها، گیت‌ها و الگوریتم‌های کوانتومی معرفی می‌شوند.

فصل سوم، شامل مقدمه‌ای بر محاسبه‌های کوانتومی است که در آن به نحوه‌ی تولید گیت‌های کوانتومی توسط تپ‌های الکترومغناطیسی (فرکانس رادیویی) و حالت‌های شبه‌خالص پرداخته شده است.

مبحث فصل چهارم، نحوه‌ی به‌کارگیری الگوریتم‌های کوانتومی در دستگاه تشدید مغناطیسی هسته (NMR) را توضیح می‌دهد.

فصل پنجم مساله‌ی SAT که یک مساله‌ی NP کامل است را معرفی می‌کند و سپس حل یک مثال خاص برای مساله‌ی SAT که مربوط به دستگاه اسپینی سه کیوبیتی توسط (NMR) است را توضیح می‌دهد.

فهرست

فصل ۱

مفاهیم پایه، در تشدید مغناطیسی هسته

۱–۱ مقدمه..... ۱

۱–۲ اسپین هسته‌ها..... ۲

۱–۳ برهم‌کنش اسپین با میدان مغناطیسی ثابت..... ..... ٤

۱–٤ برهم‌کنش اسپین با بسامد رادیویی و پدیده‌ی تشدید..... ٦

۱–۵ پدیده‌ی واهلش..... ۹

۱–۵–۱ واهلش عرضی..... ۱۰

۱–۵–۲ واهلش طولی..... ۱۱

۱–٦ فرمول‌بندی ماتریس چگالی..... ۱۱

۱–۷ دستگاه NMR، برای اسپین‌های ۱/۲ غیر برهم‌کنشی..... ۱۵

۱–۸ دستگاه‌های برهم‌کنشی..... ۲۰

۱–۸–۱ جابجایی شیمیایی..... ۲۱

۱–۸–۲ جفت‌شدگی دوقطبی..... ۲۳

۱–۸–۳ جفت‌شدگی J ۲۳

۱–۸–٤ جفت‌شدگی چارقطبی الکتریکی..... ۲۵

۱–۹ NMR برای اسپیس‌های ۱/۲ جفت‌شده..... ۲۹

۱–۱۰ NMR هسته‌های گشتاور چارقطبی الکتریکی..... ۳۷

۱–۱۱ رابطه‌ی نزدیک ماتریس چگالی و پدیده واهلش اسپین هسته‌ای..... ٤٦

۱–۱۲ NMR حالت جامد..... ٤۸

۱–۱۲–۱ قطع جفت‌شدگی دوقطبی..... ٤۹

۱-۱۲-۲ زاویه‌ی جادویی اسپینی..... ۵۰

۱-۱۲-۳ پیوندقطبش ۵۲

۱-۱۲-٤ آزمایش پیوند پل‌یابی- زاویه‌ی جادویی اسپین..... ۵۲

فصل ۲

اصول محاسبات و اطلاعات کوانتومی

۲-۱ مقدمه..... ٥٤

۲-۲ اصول مکانیک کوانتومی..... ٥٤

۲-۳ بیت‌های کوانتومی..... ٥٦

۲-٤ گیت‌های منطقی کوانتومی..... ٥٨

۲-٥ مثال‌هایی از کاربرد اصول کوانتومی..... ٥٩

۲-٦ گیت C-NOT..... ٦١

۲-۷ گیت منطقی SWAP ٦٣

۲-۸ تبدیل فوریه‌ی کوانتومی QFT..... ٦٥

۲-۹ کار با ماتریس چگالی..... ٦٨

۲-۹-۱ ماتریس چگالی..... ٦٨

۲-۹-۲ روش تعیین ماتریس چگالی..... ٦٩

۲-۱۰ درهم‌تنیدگی..... ۷۰

۲-۱۰-۱ کاربرد درهم‌تنیدگی دذر کدبندی ابرچگال ۷۳

۲-۱۰-۲ کاربرد درهم‌تنیدگی در تلپورت..... ۷٤

۲-۱۱ الگوریتم‌های کوانتومی..... ۷۷
۲-۱۱-۱ الگوریتم دویچ..... ۷۸
۲-۱۱-۲ الگوریتم جستجوی کوانتومی..... ۸۰

فصل ۳

مقدمه‌ای بر محاسبات کوانتومی NMR

۳-۱ کیوبیت‌های NMR..... ۸٦
۳-۲ تولید گیت‌های کوانتومی به وسیله تپ‌های فرکانس رادیویی..... ۸۹
۳-۲-۱ گیت‌های مقدماتی کیوبیت منفرد و به‌کارگیری آن‌ها در تپ‌های بسامدرادیویی..... ۸۹
۳-۲-۲ گیت‌های دو کیوبیتی مقدماتی و کاربرد آن‌ها در NMR ۹۸
۳-۲-۳ گیت‌های بس‌کیوبیتی..... ۱۰۲
۳-۳ تولید حالت‌های شبه‌خالص..... ۱۰۳
۳-۳-۱ متوسط‌گیری (فضایی) مکانی..... ۱۰۵

فصل ٤

به‌کارگیری الگوریتم‌های کوانتومی در NMR

٤-۱ مقدمه..... ۱۰۸

٤-٢ شبیه‌سازی عددی در طیف NMR و محاسبات ماتریس چگالی در
جریان به‌کارگیری الگوریتم..... ١٠٨
٤-٣ به‌کارگیری الگوریتم‌های دویچ و دویچ – جوزا در NMR ١١٢
٤-٤ آزمایش الگوریتم جستجوی گرور به وسیله‌ی NMR ١١٥
٤-٥ به‌کارگیری تبدیل فوریه‌ی کوانتومی در NMR ١١٧

فصل ٥
حل مساله‌ی SAT سه کیوبیتی در NMR
٥-١ مساله‌ی SAT ١١٩
٥-٢ راه حل‌های ممکن برای مساله‌ی SAT ١٢٠
٥-٣ شبکه کوانتومی برای حل مساله‌ی SAT ١٢٠
٥-٤ الگوریتم کوانتومی برای حل مساله‌ی SAT ١٢٣
٥-٥ حل یک مثال برای مساله‌ی SAT در یک دستگاه سه کیوبیتی
توسط NMR (موضوع کار پایان‌نامه) ١٢٤
٥-٦ نتیجه‌گیری پایان‌نامه..... ١٣٣

مقدمه:

محاسبات کوانتمی عملیات محاسباتی را توسط گیت‌ها و الگوریتم‌های کوانتمی انجام می‌دهند. گیت‌ها و الگوریتم‌های کوانتمی با توجه به اصول کوانتمی بیش از دو حالت برای یک بیت کوانتمی (کیوبیت) در نظر می‌گیرند لذا این الگوریتم‌ها در مقایسه با الگوریتم‌های کلاسیکی تعداد محاسبات کمتر و سرعت محاسبات بیشتری دارند.

در پدیده‌ی تشدید مغناطیسی هسته، اسپین هسته در درون یک میدان مغناطیسی ثابت حرکت تقدیمی انجام داده و تعادل جمعیت حالت تعادل حرارتی به هم می‌خورد و باعث تولید بردار مغناطش در جهت میدان خارجی می‌شود. سپس توسط یک میدان الکترومغناطیسی وابسته به زمان عمود بر میدان ثابت می‌توان بردار مغناطش را چرخاند. پس از قطع این میدان تابع زمان، مغناطش به راستای اولیه برمی گردد و طی این انتقال در سیم پیچ گیرنده پالس الکترومغناطیسی تولید می‌کند. با بررسی انواع پالس‌ها می‌توان اولاً ساختار داخلی مواد را بررسی کرد ثانیاً" با توجه به متن پایان نامه محاسبات کوانتمی مورد نظر را انجام داد.

فصل ۱

مفاهیم پایه در تشدید مغناطیسی هسته

۱ - ۱ مقدمه

تشدید یک پدیده فیزیکی شناخته شده است. هرگاه دستگاهی توسط عامل آشفته ساز خارجی با بسامدی برابر با بسامد طبیعی دستگاه برانگیخته شود، به تدریج دامنه‌ی نوسان افزایش یافته و ارتعاش تولید می‌شود. چنانچه ذره‌ای گشتاور مغناطیسی داشته باشد و در یک میدان مغناطیسی ثابت قرار گرفته و توسط موج الکترومغناطیسی مناسبی برانگیخته شود، پدیده تشدید اتفاق افتاده و با بسامدی ویژه نوسان خواهد کرد؛ در این تشدید، به طور پیوسته جذب و نشر انرژی اتفاق می‌افتد. این پدیده در حالت کل تشدید، و در مورد هسته‌ها تشدید مغناطیسی هسته[۱] نامیده می‌شود. در NMR علاوه بر میدان مغناطیسی ثابت یک میدان الکترومغناطیسی به صورت تپ بسامد رادیویی[۲] (RF) برای برانگیزش هسته به‌کار گرفته می‌شود که پس از قطع تپ، هنگامی که هسته در وضعیت برگشت به حالت قبل از برانگیزش RF است یک تپ الکترومغناطیسی در سیم‌پیچ گیرنده تولید می‌کند که با تجزیه و تحلیل آن می‌توان به ساختار داخلی‌اتم و یا مولکول دست یافت.

در طی پنجاه سال گذشته، پدیده‌ی تشدید مغناطیسی هسته (NMR)، در زمینه‌های کاربردی وسیعی از جمله پزشکی، زیست‌شناختی، شیمی، فیزیک، فیزیک نفت و علم مواد مورد استفاده قرار گرفته است. در این فصل به صورت کلی مبانی NMR آن‌گونه که در مبحث مکانیک کوانتومی[۳] کاربرد دارد، ارایه می‌شود [۳].

[1] Nuclear magnetic resonance(NMR)

[2] Radio frequency

[3] Quantum computing

۱–۲ اسپین هسته‌ها

تکانه‌ی زاویه‌ای کل هسته به طور معمول اسپین هسته نامیده می‌شود که یک عملگر برداری است، در فرمول‌بندی مکانیک کوانتومی به طور معمول آن‌را با I نشان می‌دهیم که عملگر بدون جهت تکانه زاویه‌ای کل هسته است. اسپین هسته در حقیقت نقش عملگر تکانه‌ی زاویه‌ای را در مکانیک کوانتومی اسپین بازی می‌کند. برای مشخص کردن آن از عدد کوانتومی I استفاده می‌کنیم و آن‌را عدد کوانتومی اسپینی می‌نامیم. مشاهده می‌شود که اسپین هسته از لحاظ عددی با عدد اسپینی یک‌سان است، در ضمن عملگر اسپین و اسپین هسته با معناهای یک‌سانی به‌کارگرفته می‌شوند. اگر ویژه حالت بردارها را با $|I,m>$ نشان دهیم ویژه مقادیر آن به صورت زیرخواهد بود

$$I^2|I,m>=I(I+1)|I,m> \qquad (۱–۲–۱)$$

$$I_z|I,m>=m|I,m> \qquad (۲–۲–۱)$$

$$I_+|I,m>=\sqrt{I(I+1)-m(m+1)}|I,m+1> \qquad (۳–۲–۱)$$

$$I_-|I,m>=\sqrt{I(I+1)-m(m+1)}|I,m+1> \qquad (٤–۲–۱)$$

دراین روابط m عدد کوانتومی مغناطیسی می‌باشد. چون در بیشتر آزمایش‌های NMR انرژی مغناطیسی اعمال شده به دستگاه خیلی کوچک‌تر از اختلاف انرژی ترازهای هسته می‌باشد لذا در تحول‌ها، I ثابت می‌ماند و برای سادگی ویژه حالت‌ها را با حذف برچسب I، به صورت $|m>$ نشان می‌دهیم؛ یعنی انرژی هسته‌ها فقط به وسیله‌ی عدد کوانتومی m تعیین می‌شود که در دیدگاه نیمه‌کلاسیکی مربوط به زاویه‌ی تکانه‌زاویه‌ای کل هسته، نسبت به میدان خارجی می‌باشد. تکانه‌ی زاویه‌ای کل در هسته‌ی اتم‌ها از تمام گشتاورهای زاویه‌ای پروتون‌ها و نوترون‌های موجود در هسته‌ها، ناشی می‌شود. اگر تعداد پروتون‌ها و تعداد نوترون‌ها هر دو زوج باشند، اسپین هسته‌ها صفر است که می‌تواند جفت‌شدگی هسته را نشان دهد.

اگر حالت غیر جفت‌شده وجود داشته باشد، تکانه‌ی زاویه‌ای کل برابر تکانه زاویه‌ای تک هسته خواهد بود. مثال‌هایی در این مورد عبارتند از

$^{1}H(I=\frac{1}{2})$

$^{12}C(I=0)$

$^{13}C(I=\frac{1}{2})$

برای تمام هسته‌هایی که اسپین غیر صفر دارند، گشتاور دوقطبی مغناطیسی کل هسته (μ) را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد

$$\mu = \wp_n \hbar I \qquad (۵-۲-۱)$$

در این رابطه $\wp_n$ ضریب ژیرومغناطیسی هسته است. باید دانست که گشتاور دوقطبی مغناطیسی به طور کامل موازی بردار I نمی‌باشد، و به طور متوسط یک برآمدگی را نسبت به محور I ایجاد می‌کند.

در کنار گشتاور دو قطبی مغناطیسی، هسته‌هایی با اسپین بزرگ‌تر از ۱/۲ دارای گشتاور چارقطبی الکتریکی هستند. در تصویر نیمه کلاسیکی از عدم تقارن توزیع بار کروی یک گشتاور چارقطبی الکتریکی متوسط، توسط هسته تولید می‌شود. هسته‌هایی با اسپین ۰ یا ۱/۲ به علت داشتن تقارن کروی بار، گشتاور چارقطبی الکتریکی ندارند. در هسته‌هایی که گشتاور چارقطبی الکتریکی دارند و تقارن کروی ندارند می‌توان یک تقارن استوانه‌ای در نظر گرفت که حول محور اسپین وجود دارد. در زیر فضای $|I,m>$ عملگر گشتاور چارقطبی الکتریکی یک عملگر تانسوری بدون رد مرتبه دوم است که مؤلفه‌های آن در دستگاه مختصات دکارتی به صورت زیر هستند

$$Q_{\alpha\beta} = \frac{eQ}{I(2I-1)}[\frac{3}{2}(I_\alpha I_\beta + I_\beta I_\alpha - \delta_{\alpha\beta} I^2)] \qquad (٦-۲-۱)$$

که در آن α,β نشان دهنده‌ی مؤلفه‌های دستگاه دکارتی و $\delta_{\alpha\beta}$ تابع دلتای کرونکر است.

۱– ۳ برهم‌کنش اسپین با میدان مغناطیسی ثابت

وجود دوقطبی مغناطیسی باعث برهم‌کنش هسته، با میدان مغناطیسی خارجی می‌شود که برای هسته‌های با $(I > \frac{1}{2})$ گشتاور چارقطبی الکتریکی هسته هم در برهم‌کنش نقش خواهد داشت. در دستگاه NMR برهم‌کنش اساسی **زیمن**[1] نامیده می‌شود که مابین گشتاور مغناطیسی هسته و میدان مغناطیسی محلی موجود در مکان اسپین ظاهر می‌شود. پدیده‌ی برهم‌کنش زیمن بین دوقطبی مغناطیسی و میدان مغناطیسی ثابت خارجی باعث می‌شود که سطح انرژی به چندین بخش تقسیم بندی گردد که مربوط به زاویه‌های مختلف دو قطبی نسبت به میدان خارجی است. جذب و نشر انرژی وابسته به انتقال‌ها، بین این سطوح انرژی باعث ایجاد پدیده‌ی فیزیکی می‌شود که در آزمایش‌های تشدید مغناطیسی هسته، مشاهده می‌شود.

در مکانیک کلاسیک برهم‌کنش گشتاور دوقطبی مغناطیسی با میدان خارجی ثابت $\vec{B}_0$، از لحاظ انرژی پتانسیل، با رابطه‌ی $(-\vec{\mu}.\vec{B}_0)$ و از لحاظ گشتاور به صورت $(-\vec{\mu}\times\vec{B}_0)$ بیان می‌شود. برهم‌کنش گشتاور دوقطبی الکتریکی با میدان خارجی تولید حرکت تقدیمی حول محور $\vec{B}_0$ را می‌کند که بسامد زاویه‌ای چرخش آن بسامد لارمور[2] نامیده می‌شود و عبارت است از

$$\omega_L = -\wp_n B_0 \qquad (۱–۳–۱)$$

هامیلتونی این برهم‌کنش به صورت زیر است

$$H_Z = -\mu.B_0 = -\mu_Z B_0 = -\wp_n \hbar I_Z B_0 = -\hbar\omega\omega_L I_Z \qquad (۱–۳–۲)$$

در اثر اعمال این هامیلتونی، مقادیر چشمداشتی $< I_X >$ و $< I_Y >$ در صفحه عمود بر محور Z طبق رابطه‌ی (۱–۳–۱) نسبت به زمان، حرکت نوسانی خواهد کرد، ولی $< I_Z >$ مقدار ثابتی خواهد داشت. ویژه مقادیر هامیلتونی زیمن مربوط، با رابطه‌ی زیر داده می‌شود

---

[1] Zeeman interaction

[2] Larmor frequency

$$Em = -m\hbar\omega_L \ , \ m = -I, -I+1, ..., I-1, I \qquad (۳-۳-۱)$$

پس هسته‌ای با اسپین I ، تعداد (2I+1) سطح انرژی زیمن دارد و اختلاف دو سطح مجاور انرژی برابر $\hbar\omega_L$ است.

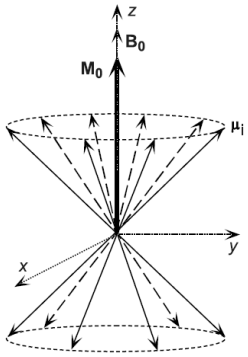
کمترین انرژی مطابق با حالتی است که m بیشترین عدد مثبت باشد (m=+I) و مفهوم نیمه‌کلاسیکی آن، این است که هسته‌ها تمایل دارند تا حد امکان، هم جهت با میدان مغناطیسی B_0 باشند.

برای یک آنسامبل در تعادل ترمودینامیکی مربوط به اسپین $(I = 1/2)$، دستگاه دو حالتی خواهیم داشت که اگر جمعیت متمایل به جهت میدان خارجی را با n_+ و جمعیت وارون را با n_- نشان دهیم، از رابطه‌ی بولتزمن[1] نسبت جمعیت‌ها به صورت زیر خواهد بود

$$\frac{n-}{n+} = \exp(-\frac{\hbar\omega_L}{K_B T}) \qquad (٤-۳-۱)$$

که در آن T دمای مطلق آنسامبل و K_B ثابت بولتزمن است. برای مثال در هسته‌ی اتم هیدروژن این نسبت حدود یک در $۱۰^۵$ بوده و لازم است در آزمایش‌های NMR حساسیت زیادی اعمال شود. این اختلاف بین n_-, n_+ $(n_+ > n_-)$ برای جمعیت $(m = +\frac{1}{2}), (m = -\frac{1}{2})$ باعث می‌شود بردار مغناطش در جهت محور z (جهت B_0) باشد و از دیدگاه نیمه‌کلاسیکی بردار مغناطش یک حرکت تقدیمی حول محور B_0 انجام داده و روی صفحه عمود بر محور Z مؤلفه‌ی آن صفراست.

[1] boltzmann



شکل ۱-۳-۱ در حضور میدان مغناطیسی ثابت دو قطبی‌های هم‌جهت با میدان خارجی، نسبت به دو قطبی‌های در جهت عکس میدان بیش‌ترند، لذا مغناطش در جهت میدان خارجی B_0 خواهد بود.

رابطه‌ی اندازه‌ی بردار مغناطش (در راستای B_0)، به صورت زیراست

$$M_0 = \frac{n_0 \wp_n^2 \hbar^2 B_0}{4K_B T} \qquad (۱-۳-۵)$$

در این رابطه n_0 تعداد هسته‌ها در واحد حجم است. این رابطه نشان دهنده‌ی خاصیت پارامغناطیسی هسته‌ها است [۱].

۱-۴ برهم‌کنش اسپین با بسامد رادیویی (RF) و پدیده‌ی تشدید

به وسیله‌ی هامیلتونی(۱-۳-۲)، انتقال‌ها بین سطوح انرژی توضیح داده می‌شود و بسامد لارمور چرخش آن، از رابطه‌ی (۱-۳-۱) به‌دست می‌آید و برای میدان مغناطیسی ثابت حدود چند تسلا، در محدوده‌ی MHZ است، در صورتی که موج الکترومغناطیسی بسامد رادیویی (RF) در محدوده‌ی (GHZ) عمل برانگیختن مغناطش هسته را انجام می‌دهد. میدان $B_1(t)$ توسط RF به صورت عمود بر B_0 (در راستای محور x ها) اعمال می‌شود و هامیلتونی مربوط به آن H_{RF} است. میدان مغناطیسی $B_1(t)$ به صورت نوسانی است

$$\vec{B}_1(t) = 2B_1 COS(\Omega t + \Phi)\,\hat{i} \qquad (۱-٤-۱)$$

در این رابطه، Φ,Ω به ترتیب بسامد و فاز میدان تپ RF، و $\hat{i}$ بردار یکه‌ی محور x ها می‌باشد.

$$H_{RF} = -\mu.B_1(t) \qquad (۲-٤-۱)$$

$$H_{RF} = -\wp_n \hbar I_x [2B_1 COS(\Omega t + \Phi)] \qquad (۳-٤-۱)$$

با توجه به اینکه هامیلتونی RF به طور معمول مربوط به میدان مغناطیسی، در محدوده‌ی $(10^{-4}T)$ است پس می‌توان هامیلتونی RF را به عنوان اختلال وابسته به زمان روی هامیلتونی مربوط به B_0 در نظر گرفت. در صورتی که بسامد RF خیلی نزدیک به بسامد لارمور باشد $(\Omega \approx \omega)$، حالت تشدید ظاهر می‌شود و انتقال‌های وابسته به پدیده زیمن (H_Z) مربوط به دو عدد کوانتومی m, n افزایش می‌یابد. نرخ این انتقال‌ها توسط قاعده طلایی فرمی، به صورت زیر قابل محاسبه است [۳]

$$P_{m\to n} = P_{n\to m} \propto \wp_n^2 \hbar^2 B_1^2 \left| < m | I_x | n > \right|^2 \qquad (٤-٤-۱)$$

مشاهده می‌شود که نرخ احتمال (احتمال در واحد زمان) با مجذور $\wp$ و مجذور $B_1(t)$ متناسب است لذا مولد انتقال‌ها، $B_1(t)$ می‌باشد و می‌توان گفت مؤلفه‌های غیر صفر ماتریس انتقال، بین حالت‌های n و m توسط $B_1(t)$ اعمال می‌شود که مربوط به راستای x است. در انتقال‌ها باید قاعده زیر برقرار باشد

$$\Delta m = \pm 1 \qquad (۵-٤-۱)$$

در یک توضیح نیمه‌کلاسیکی برای درک نحوه‌ی عمل $B_1(t)$، اسپین $B_1(t)$ را برایند دو میدان پلاریزه‌ی دایره‌ای شکل در نظر می‌گیرند که حول محور Z، با بسامد و دامنه یک‌سان، حرکت نوسانی (در صفحه‌ی x-y) انجام می‌دهند

$$B_1(t) = B_1^+(t) + B_1^-(t) \qquad (٦-٤-۱)$$

$$B_1^+(t) = B_1[COS(\Omega t + \Phi)i + \sin(\Omega t + \Phi)\,j] \qquad (۷-٤-۱)$$

$$B_1^-(t) = B_1[COS(\Omega t + \Phi)i - \sin(\Omega t + \Phi)\,j] \qquad (۸-٤-۱)$$

در حالت تشدید ($\Omega = \omega_L$)، چرخش مؤلفه‌ی $B_1^-(t)$ به‌صورت هم‌آهنگ با دوران لارمور خواهد بود، در صورتی که $B_1^+(t)$ در خلاف جهت می‌چرخد. در یک دستگاه مختصات چرخان که با بسامد $\Omega = \Omega k$ حول محور Z می‌چرخد، میدان $B_1^-(t)$ به صورت ساکن خواهد بود ولی $B_1^+(t)$ در این دستگاه چرخان با بسامد برابر لارمور می‌چرخد؛ پس فقط $B_1^-(t)$ اثر موثر روی اسپین خواهد داشت. اثر B_1^- گشتاور $\mu \times B_1$ را ایجاد کرده و باعث می‌شود گشتاور مغناطیسی μ که در دستگاه مختصات چرخان ساکن بود، حول میدان B_1^- حرکت رقص محوری انجام می‌دهد. این راستا در دستگاه چرخان ثابت است؛ این راستا را x' می‌گیریم. می‌توان گفت راستای X' نسبت به مختصات ساکن آزمایشگاهی، با بسامد لارمور (حول محور z) می‌چرخد. چنانچه بسامد RF یعنی Ω، دقیقاً برابر بسامد لارمور ω_L نباشد (یا در حالت قطع تشدید)، حرکت رقص محوری گشتاور مغناطیسی، در دستگاه مختصات چرخان حول محور میدان مغناطیسی موثر B_{eft} (که به صورت زیر تعریف می‌شود) خواهد بود

$$B_{eff} = (B_0 - \frac{\Omega}{\wp_n})K + B_1 i' \qquad (۹-٤-۱)$$

در این رابطه i' بردار یکه‌ی محور X' است و رابطه‌ی زیر را با j,i دارد

$$i' = \cos(\Omega t + \Phi)i - \sin(\Omega t + \Phi)j$$

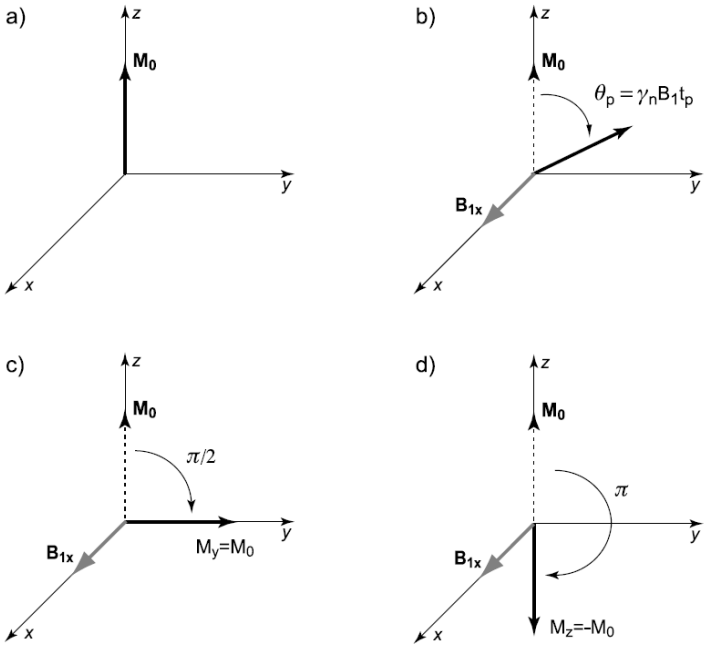
اعمال گشتاور $(\mu \times B_1)$ روی مجموعه‌ی اسپین‌ها باعث می‌شود که مغناطش از جهت محور z ها منحرف شود. در حالت تشدید، مغناطش M در دستگاه مختصات چرخان، حول محور x' تغییر زاویه می‌دهد که بسامد نوسان آن به صورت زیر نوشته می‌شود

$$\omega_1 = \wp_n B_1 \qquad (۱۰-٤-۱)$$

پس از قطع میدان RF، نوک بردار مغناطش به طرف محور z ها منحرف می‌شود. اگر مدت زمان اعمال تپ RF را t_p بگیریم مقدار زاویه‌ی انحراف بردار مغناطش نسبت به محور z ها به صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\theta_p = \wp_n B_1 t_p \qquad (۱۱-٤-۱)$$

برای تپ $\theta_p = \frac{\pi}{2}$، مغناطش به صفحه‌ی عمود بر محور z، و با اعمال تپ $\theta_p = \pi$ مغناطش به جهت z- ها منتقل می‌شود



شکل ۱-٤-۲ تأثیر میدان مغناطیسی B_1 مربوط به RF روی مغناطش هسته‌ای که بردار مغناطش را از محور z به صفحه عرضی انتقال می‌دهد. بسته به مدت زمان اعمال تپ، می‌توان انتقال‌های $\frac{\pi}{2}$ یا π و زاویه‌ی دلخواه θ_p را انجام داد.

۱-۵ پدیده‌ی واهلش

واهلش فرایندی است که در طی آن مغناطش از حالت غیر تعادلی، به حالت اولیه (راستای محور z) برمی‌گردد. پدیده‌ی واهلش به دو مبحث واهلش عرضی و طولی تقسیم بندی می‌شود؛ به طور مثال پس از به‌کارگیری یک تپ منفرد $\frac{\pi}{2}$ مجموعه‌ی اسپین‌های هسته‌ی در حالت تشدید، به صفحه عمود بر B_0 رسیده و از دیدگاه ناظر غیر آزمایشگاهی حول میدان، حرکت تقدیمی انجام می‌دهند. پس از پایان تپ $\frac{\pi}{2}$ مربوط