دانشگاه تبریز

دانشکده‌ی مهندسی عمران

گروه مکانیک خاک و پی

پایان‌نامه

برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد در رشته‌ی مهندسی عمران – مکانیک خاک و پی

عنوان

روش اجزای محدود سه‌بعدی با استفاده از سری‌های فوریه

در تحلیل گروه‌های شمع

استاد راهنما

دکتر هوشنگ کاتبی

استاد مشاور

دکتر مسعود حاجی‌علیلوی بناب

پژوهشگر

یاسین الوندی تبریزی

شهریور ۱۳۸۹

نام خانوادگی دانشجو: الوندی تبریزی **نام:** یاسین

عنوان پایان‌نامه:

روش اجزای محدود سه‌بعدی با استفاده از سری‌های فوریه در تحایل گروه‌های شمع

استاد راهنما:

دکتر هوشنگ کاتبی

استاد مشاور:

دکتر مسعود حاجی‌علیلوی بناب

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد **رشته:** مهندسی عمران **گرایش:** مکانیک خاک و پی

دانشگاه: دانشگاه تبریز **دانشکده:** عمران **تاریخ فارغ‌التحصیلی:** ۸۹/۶/۳۱

تعداد صفحه: ۲۴۰ صفحه

کلید واژه‌ها: مدل‌سازی، تحلیل عددی، روش اجزای محدود سه‌بعدی، سری‌های فوریه، روش‌های تکرار شونده، برهم‌کنش خاک‌سازه.

چکیده: هرچند نمونه‌های عملی فراوانی از مسائل در ژئوتکنیک وجود دارد که می‌توان آن‌ها را به تقریب در حالت اجزای محدود دوبعدی مورد تحلیل قرار داد، مسائل چندی نیز وجود دارد که گریزی جز تحلیل عددی سه‌بعدی آن‌ها نیست. در این میان، وجود پیچیدگی‌های ذاتی مسائل ژئوتکنیکی مانند رفتار غیرخطی خاک‌ها و یا رفتار دوسویه‌ی میان خاک و آب حفره‌ای، همراه با افزایش مقدار داده‌ها و ابعاد بردارها و ماتریس‌های مختلف در معادلات کلی ماتریس سختی در حالت سه‌بعدی، سبب می‌گردد که میزان منابع محاسباتی لازم جهت انجام تحلیل‌ها چه در قالب حافظه‌ی موقت (RAM) و چه زمان انجام محاسبات در پردازش‌گر (CPU)، به طور قابل توجهی افزایش یابد، به طوری که انجام محاسبات جز در حالات موردی و تحقیقاتی، در عمل غیر اقتصادی می‌گردد. بنابر این، توسعه‌ی روش‌هایی به منظور افزایش میزان کارایی تحلیل‌های رایانه‌ای ضروری می‌نماید.

استفاده از شیوه‌های حل تکرار شونده از جمله روش‌هایی است که در ادبیات فنی مورد توصیه قرار گرفته است. اما، با وجود این که روش مذکور در دیگر شاخه‌های مهندسی به صورت موفقیت‌آمیزی مورد استفاده قرار می‌گیرد، نتایج حاصل از پژوهش حاضر با استفاده از کدهای اجزای محدود Fortran بر روی مسائل الاستیک خطی و غیر خطی، بیان‌گر این حقیقت است که، استفاده از آن در ژئوتکنیک فقط در حالات تحلیل الاستیک خطی با درجات آزادی قابل توجه و قابلیت فشردگی بالا، اقتصادی است. با وجود این، نویسنده تحقیقات بیشتر را به منظور بهره‌گیری از قابلیت محاسبات متوازی خوشه‌های تشکیل شده از چندین رایانه‌ی اسقاطی در بهره‌گیری از ویژگی‌های خاص الگوریتم‌های روش‌های تکرار شونده، توصیه می‌نماید.

با بررسی اجمالی روش‌های پیش‌نهادی موجود در ادبیات فنی، به نظر می‌رسد که عمده‌ی تلاش‌های اخیر در جهت بهره‌گیری از روش‌های حل اجزای محدود دوبعدی در توسعه‌ی روش‌های حل تقریبی سه بعدی، صورت گرفته است (روش‌های شبه سه‌بعدی). یک نمونه‌ی مطرح از این روش‌ها «روش اجزای محدود با

ادامه‌ی چکیده‌ی پایان‌نامه:

استفاده از سری‌های فوریه» و یا به اختصار FSAFEM می‌باشد. FSAFEM در تحلیل آن دسته از مسائل ویژه‌ی سه‌بعدی کاربرد دارد که دارای هندسه‌ی متقارن محوری بوده ولی نیروها، خصوصیات مصالح، شرایط اولیه و یا شرایط مرزی آن‌ها به صورت سه‌بعدی متغیر باشد. نتایج تحلیل‌های غیرخطی انجام شده با استفاده از کدهای Fortran توسعه داده شده بر روی شمع‌های تحت بار جانبی، حاکی از این مسأله می‌باشد که روش FSAFEM می‌تواند تا حد بسیار زیادی در کاهش منابع رایانه‌ای مورد نیاز جهت انجام تحلیل‌های سه‌بعدی و با دقت قابل قبول مؤثر واقع شود.

عالم چو حبابی است.

ولیکن چه حباب؟!

حضرت مولانا

فهرست مطالب

فهرست اشکال.....i
فهرست جداول.....l
۱ـ مدل ساختاری خاک‌ها و روش اجزای محدود.....2
۱,۱ ـ مقدمه.....2
۱,۲ ـ مدل‌سازی ریاضی مسائل مقدار مرزی.....3
۱,۲,۱ ـ حل مسائل مقدار مرزی.....4
۱,۲,۲ ـ معادلات بنیادین.....5
۱,۲,۲,۱ ـ تئوری‌های عام.....5
۱,۲,۲,۱,۱ ـ معادله‌ی پیوستگی.....5
۱,۲,۲,۱,۲ ـ معادلات حرکت و معادلات تعادل.....6
۱,۲,۲,۱,۳ ـ معادله‌ی انرژی.....6
۱,۲,۲,۲ ـ معادلات هندسی.....7
۱,۲,۲,۲,۱ ـ تانسور کرنش کوچک.....7
۱,۲,۲,۲,۲ ـ تانسور آهنگ تغییر شکل.....8
۱,۲,۲,۲,۳ ـ تانسور نمو کرنش طبیعی.....8
۱,۲,۲,۲,۴ ـ تانسور کرنش محدود.....9
۱,۲,۲,۲,۵ ـ معادلات سازگاری.....10
۱,۲,۳ ـ معادلات ساختاری.....11
۱,۲,۳,۱ ـ الاستیسیته‌ی خطی (جامد ایده‌آلِ هوکی).....11
۱,۲,۳,۲ ـ ویسکوزیته‌ی خطی (سیال ایده‌آلِ نیوتنی).....14
۱,۲,۳,۳ ـ پاسخ ویسکوالاستیک خطی.....15
۱,۲,۳,۴ ـ پلاستیسیته.....17
۱,۲,۳,۴,۱ ـ معادلات پلاستیک لِوی – مایزس.....19
۱,۲,۳,۴,۲ ـ معادلات الاستیک، پلاستیک پرَندْت ـ رئوس.....21
۱,۲,۳,۵ ـ ویسکوپلاستیسیته.....22
۱,۲,۳,۶ ـ معادلات ساختاری گوناگون دیگر.....23
۱,۲,۳,۶,۱ ـ معادله‌ی حالت کینتیک.....23
۱,۲,۳,۶,۲ ـ قانون شارش حرارت فوریه.....24
۱,۲,۳,۶,۳ ـ معادله‌ی حالت کالریک.....24
۱,۲,۳,۶,۴ ـ قانون تراوش سیال در محیط متخلخل، دارسی.....24

۱,۲,۴ ـ روش اجزای محدود.....25
۱,۲,۵ ـ جمع‌بندی.....28
۱,۳ ـ رفتار پلاستیک مواد.....28
۱,۳,۱ ـ رویه‌ی تسلیم.....29
۱,۳,۲ ـ تغییر شکل‌های پلاستیک (تابع پتانسیل پلاستیک).....34
۱,۳,۳ ـ مدل پلاستیک سخت‌شونده.....37
۱,۳,۳,۱ ـ سخت‌شوندگی همسان‌گرد.....38
۱,۳,۴ ـ جمع‌بندی.....39
۱,۴ ـ مدل الاستیک پلاستیک خاک‌ها.....39
۱,۴,۱ ـ پارامترهای معادل تنش و نمو کرنش.....40
۱,۴,۱,۱ ـ کرنش‌های صفحه‌ای.....41
۱,۴,۱,۲ ـ بارگذاری متقارن محوری.....42
۱,۴,۲ ـ الاستیسیته در خاک.....44
۱,۴,۲,۱ ـ خاک الاستیک همسان‌گرد.....46
۱,۴,۲,۲ ـ خاک الاستیک غیر همسان‌گرد.....47
۱,۴,۲,۳ ـ الاستیسیته و صفحات تنش و تراکم.....48
۱,۴,۳ ـ پلاستیسیته در خاک.....50
۱,۴,۳,۱ ـ مدل الاستیک، پلاستیک برای خاک‌ها ـ(حالت عام).....55
۱,۴,۴ ـ جمع‌بندی.....57
۱,۵ ـ یک مدل سخت‌شونده‌ی حجمی برای خاک‌ها.....57
۱,۵,۱ ـ مدل پلاستیک کم‌کلِی.....58
۱,۵,۲ ـ پیشگویی‌های کم‌کلِی.....61
۱,۵,۲,۱ ـ حالت بحرانی.....62
۱,۵,۲,۲ ـ آزمایش‌های قراردادی سه‌محوری.....63
۱,۵,۳ ـ مقاومت خاک: شکست مور ـ کولمب.....67
۱,۵,۴ ـ مسیرهای کلی تنش.....73
۱,۵,۵ ـ جمع‌بندی.....77
۲ ـ روش اجزای محدود در ژئوتکنیک.....78
۲,۱ ـ مقدمه.....78
۲,۲ ـ طراحی در ژئوتکنیک.....78

۲,۳ـ تحلیل در ژئوتکنیک.....79
۲,۴ـ روش اجزای محدود.....81
۲,۴,۱ـ روش اجزای محدود غیر خطی.....82
۲,۴,۱,۱ـ روش سختی مماسی.....83
۲,۴,۱,۲ـ روش ویسکو ـ پلاستیک.....85
۲,۴,۱,۳ـ روش نیوتن ـ رافسون اصلاح شده.....86
۲,۵ـ جمع‌بندی.....88
۳ـ روش اجزای محدود سه‌بعدی.....89
۳,۱ـ مقدمه.....89
۳,۲ـ شرایط کرنش صفحه‌ای، متقارن محوری و سه‌بعدی کامل.....89
۳,۳ـ روش اجزای محدود سه‌بعدی مرسوم.....90
۳,۴ـ ساده‌سازی‌های معمول در تحلیل‌های سه‌بعدی به روش اجزای محدود.....92
۳,۵ـ روش‌های حل تکرار شونده.....93
۳,۵,۱ـ حالت کلی روش‌های حل تکرار شونده.....93
۳,۵,۲ـ روش گرادیان.....97
۳,۵,۳ـ روش گرادیان مزدوج.....99
۳,۵,۴ـ مقایسه‌ی روش گرادیان مزدوج، CG و روش حل نواری، BD.....102
۳,۶ـ روش‌های حل شبه سه‌بعدی.....102
۳,۶,۱ـ روش قاش‌های قائم.....103
۳,۶,۲ـ روش اجزای محدود با استفاده از سری‌های فوریه.....105
۳,۶,۲,۱ـ فرمول‌بندی برای رفتار خطی.....105
۳,۶,۲,۲ـ فرمول‌بندی‌های موجود برای رفتار غیر خطی.....114
۳,۶,۲,۳ـ فرمول‌بندی جدید برای رفتار غیر خطی.....115
۳,۷ـ تحلیل شمع‌های گروهی.....118
۳,۷,۱ـ برهم‌نهی ساده.....120
۳,۸ـ جمع‌بندی.....123
۴ـ مواد و روش‌ها.....125
۴,۱ـ مقدمه.....125
۴,۲ـ مواد.....125
۴,۳ـ شیوه‌ی سنجش.....126

۴,۳,۱ـ پدیده‌ی مبادله.....127
۴,۴ـ کدهای اجزای محدود توسعه داده شده.....128
۴,۴,۱ـ مقایسه‌ی بین اجزای محدود دوبعدی و سه‌بعدی.....128
۴,۴,۲ـ استفاده از المان‌های سه‌بعدی خطی.....130
۴,۴,۳ـ مقایسه‌ی بین روش حل حذفی گاوس و روش حل گرادیان توأمان.....133
۴,۴,۴ـ مقایسه‌ی بین روش اجزای محدود با استفاده از سری‌های فوریه و روش حل سه‌بعدی مرسوم...
133
۵ـ نتایج و بحث.....137
۵,۱ـ مقدمه.....137
۵,۲ـ مقایسه‌ی بین اجزای محدود دوبعدی و سه‌بعدی.....137
۵,۳ـ استفاده از المان‌های سه‌بعدی خطی در تحلیل.....142
۵,۴ـ مقایسه‌ی بین روش حل حذفی گاوس و روش حل گرادیان توأمان.....143
۵,۴,۱ـ پردازش‌گرهای برداری و پردازش‌گرهای متوازی.....147
۵,۵ـ مقایسه‌ی بین روش اجزای محدود با استفاده از سری‌های فوریه و روش حل سه‌بعدی مرسوم....149
۶ـ نتیجه‌گیری و پیشنهادها.....152
۶,۱ـ نتیجه‌گیری.....152
۶,۲ـ پیشنهادها.....153
منابع.....154
آـ کدهای اجزای محدود.....158
بـ زیرروال‌های فراخوانی شده در کدهای اجزای محدود.....174

فهرست اشکال

شکل ۱ - ۱: المان کلوین- وُیت.....16
شکل ۱ - ۲: المان ماکسول.....16
شکل ۱ - ۳: نمودار تنش- کرنش پلاستیک تحت بارگذاری کشش تک محوری.....17
شکل ۱ - ۴: المان الاستیک، ویسکوپلاستیک تک محوری.....23
شکل ۱ - ۵: نمودار نیرو- جابجایی آزمایش کشش بر روی سیم مسی.....30
شکل ۱ - ۶: لوله‌ی جدار نازک مسی و مسیر بارگذاری.....31
شکل ۱ - ۷: نقاط تسلیم لوله‌ی مسی جدار نازک تحت بار ترکیبی.....32
شکل ۱ - ۸: رویه‌ی تسلیم مایزِس و ترِسکا در فضای تنش‌های اصلی.....33
شکل ۱ - ۹: یک رویه‌ی تسلیم برای خاک‌ها، رس دست نخورده‌ی ماستمیر.....34
شکل ۱ - ۱۰: بردار نمو کرنش پلاستیک در نقاط تسلیم.....35
شکل ۱ - ۱۱: بردار نمو کرنش پلاستیک در فضای تنش‌های اصلی.....36
شکل ۱ - ۱۲: حالت کرنش صفحه‌ای.....41
شکل ۱ - ۱۳: حالت بارگذاری متقارن محوری.....42
شکل ۱ - ۱۴: دستگاه فشار تک محوری محدود شده و کشش تک محوری محدود نشده.....45
شکل ۱ - ۱۵: مسیرهای الاستیک بر روی صفحات و تراکم.....49
شکل ۱ - ۱۶: تغییر شکل الاستیک و پلاستیک بر روی صفحات تنش و تراکم.....51
شکل ۱ - ۱۷: دسته منحنی پتانسیل پلاستیک (ـ ـ) و دسته منحنی تسلیم (–) در خاک‌ها.....53
شکل ۱ - ۱۸: بردارهای نمو کرنش پلاستیک در نقاط تسلیم، رس وینیپگ و ماسه‌ی اُتاوا.....54
شکل ۱ - ۱۹: منحنی تسلیم و بردار نمو کرنش پلاستیک در مدل کَم‌کلِی اصلاح‌شده.....58
شکل ۱ - ۲۰: منحنی تراکم نُرمال همسان‌گرد و منحنی الاستیک در مقیاس نیمه‌لگاریتمی.....60
شکل ۱ - ۲۱: بردار نمو کرنش پلاستیک بر روی منحنی حالت بحرانی.....62
شکل ۱ - ۲۲: پیشگویی‌های کَم‌کلِی؛ مسیر زهکشی شده، خاک کمی پیش‌تحکیم یافته.....64
شکل ۱ - ۲۳: پیشگویی‌های کَم‌کلِی؛ مسیر زهکشی شده، خاک بشدت پیش‌تحکیم یافته.....65
شکل ۱ - ۲۴: پیشگویی‌های کَم‌کلِی؛ مسیر زهکشی نشده، خاک کمی پیش‌تحکیم یافته.....66
شکل ۱ - ۲۵: پیشگویی‌های کَم‌کلِی؛ مسیر زهکشی نشده، خاک بشدت پیش‌تحکیم یافت.....67
شکل ۱ - ۲۶: پیشگویی‌های کَم‌کلِی؛ رویه‌های حدی.....68
شکل ۱ - ۲۷: خطوط گسیختگی مور- کولمب و دوایر مور.....68
شکل ۱ - ۲۸: خطوط گسیختگی مور- کولمب در صفحه‌ی تنش.....70
شکل ۱ - ۲۹: نقاط گسیختگی نمونه‌های رس ویلد در صفحه‌ی بدون بعد گشته‌ی تنش.....71
شکل ۱ - ۳۰: رویه‌های حدی خاک.....73

شکل ۱-۳۱: مسیر تنش بارگذاری و باربرداری در دستگاه سه محوری.....73
شکل ۱-۳۲: فضای تنش‌های اصلی مؤثر و پارامترهای تنش سه محوری.....74
شکل ۱-۳۳: منحنی تسلیم کَم‌کلِی در فضای سه بعدی تنش‌های اصلی.....75
شکل ۱-۳۴: ترتیب تنش‌های اصلی حداکثر، میانی و حداقل در صفحه‌ی انحرافی.....75
شکل ۱-۳۵: رویه‌های حالت بحرانی خاک بر اساس مور-کولمب در فضای کلی تنش.....76
شکل ۱-۳۶: رویه‌های بیضوی تسلیم کَم‌کلِی و گسیختگی مور-کولمب.....76
شکل ۱-۳۷: رویه‌های بیضوی تسلیم کَم‌کلِی و وُرشلِوْ.....77
شکل ۲-۱: دو فاز اصلی مدل‌سازی.....79
شکل ۲-۲: کاربرد روش حل سختی مماسی در بارگذاری محوری عضو میله‌ای.....84
شکل ۲-۳: مدل رفتاری مصالح ویسکو-پلاستیک.....85
شکل ۲-۴: کاربرد روش حل ویسکو-پلاستیک در بارگذاری محوری عضو میله‌ای.....86
شکل ۲-۵: کاربرد روش حل نیوتن-رافسون اصلاح شده در بارگذاری محوری عضو میله‌ای.....87
شکل ۳-۱: انواع المان‌های معمول در اجزای محدود سه‌بعدی.....90
شکل ۳-۲: بسته‌های ۸ تایی از اجزای ۸ گرهی و ۲۰ گرهی.....91
شکل ۳-۳: ساختار نوار قطری (چپ) و ساختار ستونی (راست) ماتریس سختی.....94
شکل ۳-۴: فلوچارت برای الگوریتم گرادیان مزدوج.....101
شکل ۳-۵: مدل‌سازی سیستم خاک-سازه با روش قاش‌های قائم: (آ) قاش‌بندی خاک- سازه، (ب) سه قاش پیاپی تحت نیروهای خارجی و نیروهای کالبدی مجازی.....103
شکل ۳-۶: دستگاه مختصات استوانه‌ای.....105
شکل ۳-۷: بهره‌گیری از محورهای تقارن در تحلیل مسائل گروه‌های شمع.....119
شکل ۳-۸: گروه مشع و دستگاه مختصات استوانه‌ای بومی و کارتزین کلی.....121
شکل ۳-۹: روش برهم‌نهی ساده در تحلیل جابجایی رئوس شمع‌ها در گروه‌های شمع.....122
شکل ۴-۱: مش اجزای محدود دوبعدی برای شالوده‌ی نواری.....131
شکل ۴-۲: مش اجزای محدود دوبعدی برای شالوده‌ی دایره‌ای.....131
شکل ۴-۳: مش اجزای محدود سه‌بعدی شالوده‌ی مربعی (نمای فوقانی).....132
شکل ۴-۴: مش اجزای محدود سه‌بعدی شالوده‌ی مربعی (نمای جانبی).....132
شکل ۴-۵: مش اجزای محدود سه‌بعدی شمع (تحلیل سنتی، نمای فوقانی).....134
شکل ۴-۶: مش اجزای محدود سه‌بعدی شمع (تحلیل سنتی، نمای جانبی).....135
شکل ۴-۷: مش اجزای محدود دوبعدی شمع (تحلیل FSAFEM).....135
شکل ۵-۱: منحنی نیرو-جابجایی برای شالوده‌های نواری، دایره‌ای و مربعی.....138

شکل ۵-۲: مش دوبعدی شالوده‌ی نواری، حالات تغییر شکل نیافته و تغییر شکل یافته.....139
شکل ۵-۳: مش دوبعدی شالوده‌ی دایره‌ای، حالات تغییر شکل نیافته و تغییر شکل یافته.....140
شکل ۵-۴: بردارهای جابجایی در مرکز المان‌های شالوده‌ی نواری و تشکیل مکانیزم گسیختگی.....141
شکل ۵-۵: بردارهای جابجایی در مرکز المان‌های شالوده‌ی دایره‌ای و تشکیل مکانیزم گسیختگی.....141
شکل ۵-۶: نمودار نیرو جابجایی تحلیل سه‌بعدی شالوده‌ی مربعی با المان‌های خطی و مرتبه‌ی دوم.....142
شکل ۵-۷: مقدار حافظه‌ی مورد نیاز جهت انجام تحلیل سه‌بعدی بر روی بلوک‌های سه‌بعدی از المان‌ها (مقیاس لگاریتمی).....144
شکل ۵-۸: زمان انجام تحلیل‌های سه‌بعدی به روش BD و CG زهکشی شده و زهکشی نشده به ازای درجات آزادی مختلف (مقیاس نیمه لگاریتمی).....145
شکل ۵-۹: تعداد مراحل تکرار در روش حل CG مقید و غیر مقید (مقیاس نیمه‌لگاریتمی).....146
شکل ۵-۱۰: زمان انجام محاسبات سه‌بعدی به ازای نسبت‌های پواسون مختلف (روش BD و CG مقید و غیر مقید).....147
شکل ۵-۱۱: منحنی نیرو جابجایی برای شمع‌های تحت بار جانبی.....150

فهرست جداول

جدول ۲-۱: خلاصه‌ای از روش‌های تحلیل معمول در ژئوتکنیک.....81
جدول ۴-۱: مشخصات زیرروال CPU_TIME.....127
جدول ۴-۲: مشخصات پارامتری خاک (مدل الاستو_پلاستیک، ترِسکا).....130
جدول ۴-۳: مشخصات پارامتری خاک (مدل الاستو_پلاستیک، ترِسکا).....134
جدول ۵-۱: منابع رایانه‌ای مورد نیاز جهت انجام تحلیل‌های غیرخطی بر روی شالوده‌های دوبعدی و سه‌بعدی.....138
جدول ۵-۲: منابع رایانه‌ای مورد نیاز جهت انجام تحلیل‌های غیرخطی بر روی شالوده‌های مربعی با المان‌های خطی و مرتبه‌ی دوم.....142
جدول ۵-۳: منابع رایانه‌ای مورد نیاز جهت انجام تحلیل‌های غیرخطی بر روی شمع به روش سه‌بعدی مرسوم و شبه سه‌بعدی FSAFEM.....150

بخش اول

بررسی منابع (پایه‌های نظری و پیشینه‌ی پژوهش)

فصل اول مدل ساختاری خاک‌ها و روش اجزای محدود

فصل دوم روش اجزای محدود در ژئوتکنیک

فصل سوم روش اجزای محدود سه‌بعدی

۱ - مدل ساختاری خاک‌ها و روش اجزای محدود

۱.۱ - مقدمه

«درک علمی پدیده‌ها از طریق ساخت مدل‌هایی که بخش‌ها و یا نمودهای مختلفی از واقعیت مورد مطالعه را تحلیل می‌کنند، ممکن می‌گردد. هدف این مدل‌ها ارائه‌ی تصویری آیینه‌وار از واقعیت، گنجاندن همه‌ی اجزای آن با اندازه‌ها و نسبت‌های دقیق نیست، بلکه بیرون کشیدن و متعاقباً تحقیق متمرکز روی اجزایی است که نقشی قاطع در وقوع آن پدیده دارند. ما از غیر محسوسات جوهره می‌گیریم، ما غیر ضروریات را می‌زداییم تا به تصویری غیر انتزاعی از ضروریات برسیم، ما برای بهبود حدود و صحت مشاهداتمان درشت‌نمایی می‌کنیم. یک مدل، غیر واقع‌بینانه است، غیر واقع‌بینانه باید باشد، درست به همان معنا که کلمه [غیر واقع‌بینانه] بیشتر مواقع به کار می‌رود. با این وجود، و در یک بیان مغایر، اگر یک مدلِ خوب است، کلیدی برای درک واقعیت خواهد بود.»

– Baran & Sweezy, 1968

در طی سالیان متمادی انسان برای مطالعه‌ی پدیده‌های مختلفی که در مقابل چشمانش به وقوع می‌پیوسته است، از مدل‌سازی مکانیکی آن پدیده‌ها بهره جسته است. مدل‌سازی در درجه‌ی اول، و قبل از آن‌که برای پیش‌بینی پدیده‌های احتمالی انجام پذیرد، در جهت درک صحیح دلایل وقوع آن پدیده‌ها به کار می‌رفته است. بنابراین یکی از مهمترین ملزومات مدل‌سازی که کمک شایانی بر درک صحیح آن پدیده خواهد بود، سادگی و پرهیز از پیچیدگی‌های ذاتی پدیده‌های طبیعی است. چنین مدل‌هایی اصطلاحا *مدل‌های مفهومی*[۱] (در مقابل *مدل‌های فیزیکی*[۲]) نامیده می‌شوند.

در واقع ما در مواجهه با *مسائل مقدار مرزی*[۳] مختلف با دو گونه‌ی متمایز از مدل‌های مکانیکی سروکار

---

۱ Conceptual models

۲ Physical models

۳ Boundary value problems

داریم: *مدل‌های روشنگر*[۱] یا ساده و *مدل‌های پیش‌بینی کننده*[۲] یا عملی. گونه‌ی اول تا جای ممکن ساده بوده و فاقد هر گونه اجزای غیر ملزوم است که اثر چندانی بر مشاهدات ندارند. این‌گونه مدل‌ها راه را بر درک صحیح علت وقوع پدیده‌ها گشوده و امکان ارائه‌ی دلایل علمی بر مشاهداتمان از پدیده‌ها را فراهم می‌آورند. در مقابل، مدل‌های پیش‌بینی کننده برای تخمین خروجی‌های مورد انتظار از پدیده‌ها توسط مهندسین تحلیل‌گر مورد استفاده قرار می‌گیرند و بخاطر جنبه‌ی عملی آن‌ها بسته به نوع مسأله‌ی مقدار مرزی و اهمیت آن از لحاظ اقتصادی، می‌توانند مقادیر متفاوتی از اجزای مؤثر در وقوع پدیده را در خود بگنجانند. هر چقدر به تعداد این اجزا افزوده می‌گردد، مدل پیچیده‌تر گشته و استفاده از آن نیازمند پارامترهای بیشتر و متقابلا صرف هزینه‌های بیشتر می گردد.

خاک یک محیط پیوسته است. مدل‌سازی خاک‌ها در بُعد ذرات صلب منفردی که به هم تکیه داده‌اند و بر اساس برهم‌کنش متقابل این ذرات بر یکدیگر، نه کاری است چندان عملی – چون نیازمند صرف هزینه‌های فراوان برای بدست آوردن پارامترهای مورد نیاز برای مدل و همچنین تلاش رایانه‌ای[۳] بسیار برای حل مسأله‌ی مقدار مرزی است – و نه کاری است که چندان مورد علاقه‌ی دانشمندان باشد. پیچیدگی غیر قابل انکار این‌گونه مدل‌ها که همه‌ی اجزای مؤثر در بُعد ذره‌بینی (میکروسکوپی) را شامل می‌گردد، درک صحیح رفتار خاک‌ها را با دشواری همراه می‌کند. هر چند بدست آوردن چنین مدل‌هایی کاری است ممکن (همچون Oda, Konishi و همکاران، 1980)، با وجود این و با توجه به اینکه معمولاً استحکامات خاکی که در عمل مهندسین با آن مواجه می‌شوند دارای ابعاد بسیار بزرگتری نسبت به ذرات خاک می‌باشند، می‌توان خاک را به عنوان یک محیط پیوسته فرض کرد و به تحلیل مشاهدات در بعد ماکروسکوپی پرداخت. چنین فرضی یک فرض ساده کننده می‌باشد که برای راحتی مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲.۱ - مدل‌سازی ریاضی مسائل مقدار مرزی

با فرض خاک به عنوان یک محیط پیوسته امکان ارائه‌ی مدل‌های مکانیکی موفق بر اساس کالبد آشنای مکانیک سازه فراهم می‌آید. با وجود این، استحکامات خاکی با سازه‌های مصنوع دارای تفاوت‌های آشکاری نیز می‌باشند. مهمترین این تفاوت‌ها طبیعت تصادفی خاک‌ها می‌باشد، که سبب می‌گردد ویژگی‌های مکانیکی خاک (مثلا سختی آن) از نقطه‌ای به نقطه‌ی دیگر متغیر باشد. این در حالی است که سازه‌های مصنوع به خاطر کنترل دقیقی که در مرحله‌ی ساخت آن‌ها وجود دارد، دارای ویژگی‌های تقریبا یکنواخت و همگن در تمامی نقاط می‌باشند. این امر سبب می‌گردد که در ژئوتکنیک اساسا شاهد مدل‌های مکانیکی پیچیده‌تری نسبت به مدل‌های مکانیک سازه باشیم و امکان معرفی بسیاری از فرض‌های ساده کننده که به خصوص در مکانیک فلزات مرسوم است، در این حوزه از مکانیک مقدور نباشد.

---

۱ Illustrative models

۲ Predictive models

۳ Computational effort

در این بخش از فصل اول نگاهی اجمالی به معادلات معمول مورد استفاده در مکانیک سازه و مدل‌های رفتاری ابتدایی خواهیم داشت. بسیاری از این معادلات از جمله معادلات مربوط به اصول بنیادی در همه‌ی انواع محیط‌هایی که پیوسته فرض می‌شوند، صادق می‌باشند. در انتهای فصل یک نمونه از فرمول‌بندی مرسوم در تحلیلِ تنش به *روش اجزای محدود*[۱] ارائه خواهد شد[۲]، با وجود این به خود روش اجزای محدود پرداخته نمی‌شود. منابع فراوانی به تبیین این روش پرداخته‌اند که به عنوان نمونه می‌توان به Bhatti, 2003، Bhatti, 2005 و یا ZienKiewicz, Taylor و همکاران، 2005 اشاره کرد.

در فصل‌های بعدی و تا انتهای این نوشتار خواهیم دید که چگونه با افزودن ویژگی‌های مصالح ژئوتکنیکی به این مدل‌ها، می‌توان مدل‌هایی بر اساس همان چهارچوب کلی مکانیک فلزات برای خاک‌ها ارائه کرد.

۱.۲.۱ - حل مسائل مقدار مرزی

بر اساس تعریفی که Zienkiewicz, 1977 ارائه می‌دهد، روش اجزای محدود «یک رَویه‌ی جامع گسستن مسائل پیوسته‌ای است که بصورت عباراتی با تعاریف ریاضی طرح گشته‌اند». همان‌گونه که از تعریف فوق پیداست، در مواجهه با هر مسأله‌ی مقدار مرزی مشخص دو گام اساسی در پیش روی مهندس تحلیل‌گر وجود دارد: گام اول طرح مسأله‌ی مقدار مرزی بصورت عباراتی با تعاریف ریاضی است (دستگاه معادلات دیفرانسیل معمول یا پاره‌ای)، و گام دوم حل آن مسأله‌ی مقدار مرزی است که حال بصورت عبارات ریاضی طرح گشته است. گام دوم موضوع اصلی علوم رایانه‌ای[۴] یا محاسبات علمی است، که روش‌های عددی مختلف (مانند روش اجزای محدود) در این حوزه از علم توسعه داده شده‌اند. گام اول اما، موضوع اصلی علمی است که ریاضیات کاربردی[۵] نام گرفته است و هدف اصلی آن بدست آوردن معادلات حاکم[۶] بر مشهوداتمان از پدیده‌های مختلف است.

در حالت کلی معادلات حاکم یا به تعبیری همان عبارات ریاضی که مسأله‌ی مقدار مرزی را طرح می‌کنند، به دو دسته‌ی معادلات بنیادین[۷]، معادلاتی که مستقل از خصوصیات محیط پیوسته‌ای است که بر آن حاکم می‌باشند، و معادلات ساختاری[۸]، که همان‌طور که از نامش پیداست، بسته به خوصیات مختلف مواد از محیطی به محیط دیگر متفاوت می‌باشند، تقسیم می‌گردند.

---

۱ Finite element method

۲ سایر انواع روش‌های عددی مشابه مانند روش تفاضل محدود نیز از فرمول‌بندی مشابهی برای حل مسائل مقدار مرزی بهره می‌برند.

۳ عبارتِ «رَویه‌ی جامعی که بر اساس آن هر مسأله‌ی پیوسته‌ای به اجزای گسسته‌ی معادل تبدیل می‌گردد،» می‌تواند تعریفی از هر روش تحلیل عددی دیگر (مانند روش تفاضل محدود) نیز باشد.

۴ Computational science

۵ Applied math

۶ Governing equations

۷ Principal equations

۸ Constitutive equations

در ادامه‌ی فصل حاضر به تعدادی از معادلات حاکم از هر دو گروه اشاره خواهد شد. معادلات بنیادین همان‌گونه که مورد انتظار است در همه‌ی زمینه‌های مربوط به علوم مکانیک (از جمله ژئوتکنیک) حاکم می‌باشند، معادلات ساختاری اما، بسته به رفتار متفاوت مواد مختلف توسعه داده می‌شوند و از مکانیک جامدات، سیالات و پولیمرها گرفته تا مکانیک محیط‌های متخلخل (چون خاک)، اشکال متفاوتی به خود می‌گیرند. معادلات ساختاری مربوط به مواد مصنوع در این بخش مورد اشاره قرار می‌گیرد و معادلات مربوط به *مصالح ژئوتکنیکی*[۱] موضوع اصلی بخش‌های آتی است.

۱.۲.۱ - معادلات بنیادین

معادلات بنیادین در دو گروه اصلی *تئوری‌های عام*[۲] و *معادلات هندسی*[۳] دسته‌بندی می‌شوند. به برخی از مشهورترین این معادلات که در بسیاری از مسائل مقدار مرزی به کار می‌روند به طور خلاصه اشاره می‌گردد.

۱.۱.۲.۱ - تئوری‌های عام

تئوری‌های عام سابقه‌ی طویلی در علوم مکانیک دارند و در انواع شاخه‌های مختلف مکانیک برای توصیف رفتار پدیده‌ها در محیط پیوسته بکار می‌روند. معادلاتی که در ادامه می‌آید در حالت کلی و برای حالت سه بعدی نوشته شده‌اند (در آن‌ها از تعاریف تانسور تنش، تانسور کرنش معادل و حجم استفاده شده است)، صورت این معادلات در دستگاه مختصات مستطیلی (کارتزین) نیز آورده شده است. بدیهی است اشکال متفاوتی از این معادلات می‌تواند در مسائل مقدار مرزی متفاوت بکار رود. به عنوان نمونه در مهندسی سازه با اشکال متفاوتی از معادلات حرکت (یا معادلات تعادل) برای خرپا، قاب، صفحه، پوسته و یا در تحلیل تنش مقاطع سازه‌ای سروکار خواهیم داشت. مثلاً در مورد تحلیل قاب، تنش‌ها بصورت لنگر، کرنش‌های معادل بصورت انحنا و حجم بصورت خط ظاهر می‌گردد.

۱.۱.۱.۲.۱ - معادله‌ی پیوستگی

معادله‌ی پیوستگی[۴] با علامت‌گذاری ماتریسی بصورت

$$\frac{d\rho}{dt}+\rho\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0 \qquad (۱-۱)$$

نوشته می‌شود. معادله‌ی پیوستگی در دستگاه مختصات کارتزین بصورت

۱ Geomaterials
۲ General theorems
۳ Geometric equations
۴ Continuity equation

$$\frac{d\rho}{dt}+\rho\frac{\partial v_i}{\partial x_i}=0 \qquad (۲-۱)$$

نمایش داده می‌شود، که در آن ρ چگالی و v بردار سرعت می‌باشد.

۱.۲.۲.۱.۲- معادلات حرکت و معادلات تعادل

معادلات حرکت[۱] شامل سه معادله می‌باشد که با علامت‌گذاری ماتریسی بصورت

$$\nabla\cdot\boldsymbol{T}+\rho\boldsymbol{b}=\rho\frac{d\boldsymbol{v}}{dt} \qquad (۳-۱)$$

نوشته می‌شوند. معادلات حرکت در دستگاه مختصات کارتزین بصورت

$$\frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j}+\rho b_i=\rho\frac{dv_i}{dt} \qquad (۴-۱)$$

نمایش داده می‌شوند، که در آن $\boldsymbol{T}$ تانسور تنش و $\boldsymbol{b}$ نیروی کالبدی در واحد جرم ماده می‌باشد.
در حالت سکون یا حرکت با $\boldsymbol{v}$ ثابت، معادلات فوق *معادلات تعادل*[۲] نامیده می‌شوند:

$$\nabla\cdot\boldsymbol{T}+\rho\boldsymbol{b}=0 \qquad (۵-۱)$$

از معادلات تعادل می‌توان در حالت حرکت با شتاب ثابت نیز استفاده کرد. در این صورت سمت راست معادله‌ی حرکت که برابر با $\rho\boldsymbol{a}$ می‌گردد ($\boldsymbol{a}$ شتاب ثابت حرکت) با یک علامت منفی به عنوان نیروی کالبدی در واحد حجم ماده به سمت چپ معادله افزوده می‌شود.

۱.۲.۲.۱.۳- معادله‌ی انرژی

معادله‌ی انرژی[۳] با علامت‌گذاری ماتریسی بصورت

$$\rho\frac{du}{dt}=\boldsymbol{T}:\boldsymbol{D}+\rho r-\nabla\cdot\boldsymbol{q} \qquad (۶-۱)$$

۱ Equation of motion
۲ Equilibrium equations
۳ Energy equation

نوشته می‌شود. معادله‌ی انرژی در دستگاه مختصات کارتزین بصورت

$$\rho \frac{du}{dt} = T_{ij} D_{ij} + \rho r - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \qquad (۷-۱)$$

نمایش داده می‌شود، که در آن u انرژی داخلی، r انرژی تولیدی در واحد زمان و در واحد جرم از یک منبع داخلی انرژی (مثلا رادیواکتیو)، $\boldsymbol{q}$ بردار شارش حرارت به خارج و $\boldsymbol{D}$ تانسور آهنگ تغییر شکل (بخش ۲.۱ .۲.۲.۲) می‌باشد.

۲.۲.۲.۱- معادلات هندسی

معادلات هندسی شامل فرمول‌بندی‌های مربوط به تعاریف مختلف از کرنش و معادلات سازگاری می‌باشند. همان‌گونه که در بخش مربوط به معادلات ساختاری خواهیم دید، مواد مختلف با خصوصیات ساختاری متفاوت (فلزات، سیالات، پلیمرها ...) با اشکال متفاوتی از معادلات ساختاری توصیف می‌گردند. درواقع این رفتار متمایز بین مواد مختلف است که سبب توسعه‌ی انواع متفاوتی از فرمول‌بندی کرنش شده است. برخی از فرمول‌بندی‌های معمول از کرنش در توصیف پاسخ متفاوت مواد در مقابل اعمال تنش در پی می‌آید و به برخی از کاربردهای آن در توصیف رفتار مصالح مختلف اشاره می‌گردد.

۱.۲.۲.۲.۱- تانسور کرنش کوچک

تانسور کرنش کوچک[۱] همان صورت آشنای روابط کرنش است که در فرمول‌بندی رفتار الاستیکی که در آن بردارهای جابجایی و دوران در مقایسه با اندازه‌ی واحد کوچک باشد (مثلاً رفتار فلزات در محدوده‌ی الاستیک)، به کار می‌رود. این تانسور با علامت‌گذاری ماتریسی بصورت

$$\boldsymbol{E} = 1/2(\boldsymbol{u}\nabla_X + \nabla_X \boldsymbol{u}) \qquad (۸-۱)$$

نوشته می‌شود. تانسور تنش کوچک در دستگاه مختصات کارتزین بصورت

$$\epsilon_{ij} = 1/2(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i}) \qquad (۹-۱)$$

نمایش داده می‌شود، که در آن $\boldsymbol{u}$ بردار جابجایی است و گرادیان آن نسبت به مختصات مادّی (X_iها) محاسبه می‌گردد.

۱ Small strain tensor

۱.۲.۲.۲.۱- تانسور آهنگ تغییر شکل

تانسور آهنگ تغییر شکل[۱] در فرمول‌بندی رفتار ویسکوز که در آن تنش نه به تغییر شکل که به آهنگ تغییر شکل وابسته می‌باشد، به کار می‌رود. همچنین در برخی از روابط مربوط به فرمول‌بندی رفتار پلاستیک نیز ظاهر می‌گردد[۲]. تانسور آهنگ تغییر شکل بصورت

$$\boldsymbol{D}=1/2(\boldsymbol{L}+\boldsymbol{L}^{T}) \qquad (۱۰-۱)$$

نوشته می‌شود، که در آن تانسور $\boldsymbol{L}$

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{v}\nabla_{x} \qquad (۱۱-۱)$$

می‌باشد و گرادیان نسبت به مختصات فضایی (x_iها) محاسبه می‌گردد. تانسور آهنگ تغییر شکل در دستگاه مختصات کارتزین بصورت

$$D_{km}=1/2(\frac{\partial v_k}{\partial x_m}+\frac{\partial v_m}{\partial x_k}) \qquad (۱۲-۱)$$

نمایش داده می‌شود.

۲.۲.۲.۲.۱- تانسور نمو کرنش طبیعی

تانسور نمو کرنش طبیعی[۳] در فرمول‌بندی رفتار پلاستیک به کار می‌رود. در مواد پلاستیک تغییر شکل‌ها بقدری بزرگ است که نه تنها تانسور کرنش کوچک به کار نمی‌آید، بلکه اطلاعی از پیکربندی ماده در حالت تغییر شکل نیافته نیز در دست نیست که بتوان کرنش‌ها را نسبت به ابعاد تغییر شکل نیافته محاسبه کرد و نه چنین کرنش‌هایی اساسا نتایج دقیقی از رفتار مصالح بدست می‌دهند. بسیاری از فرمول‌بندی‌های مربوط به مصالح ژئوتکنیکی بر اساس همین روابط کرنش توسعه داده شده‌اند. این روابط در پلاستیک فلزات نیز مورد استفاده قرار می‌گیرند. تانسور نمو کرنش طبیعی با علامت‌گذاری ماتریسی بصورت

$$d\boldsymbol{\epsilon}=\boldsymbol{D}\,dt \qquad (۱۳-۱)$$

---

۱ Rate-of-deformation tensor

۲ تنش پلاستیک به آهنگ تغییر شکل ماده بستگی ندارد، با این وجود کاربرد تانسور $\boldsymbol{D}$ در روابط مربوط به رفتار پلاستیک به گونه‌ای است که تنش‌ها را به تغییر شکل ماده مربوط می‌کند و نه آهنگ تغییر شکل آن. به رابطه‌ی (۱-۱۳) رجوع شود.

۳ Natural-strain increment tensor