دانشگاه صنعتی شیراز

دانشکده مکانیک و هوافضا گروه مهندسی مکانیک

عنوان پایان نامه:

آنالیز ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی به روش نوار محدود اسپلاین

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی مکانیک گرایش طراحی کاربردی

پژوهش و نگارش:

حسام حسنی

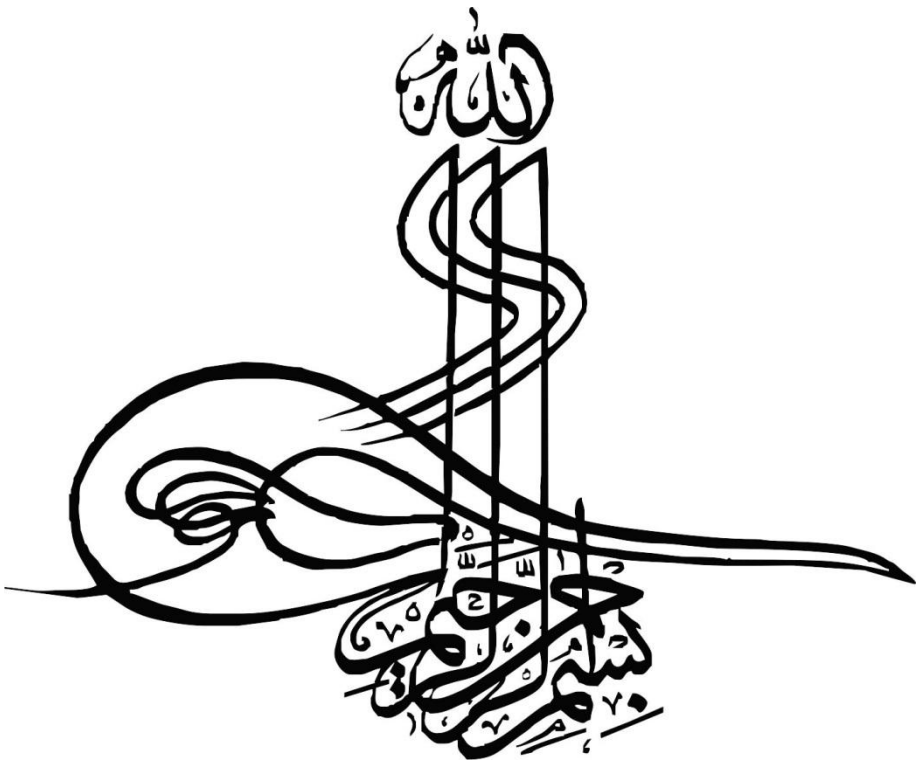
استاد راهنما:

دکتر سید حسن عصایی

استاد مشاور:

دکتر علیرضا توکل‌پور صالح

بهمن ماه ۱۳۹۲


بسم الله الرحمن الرحيم

بسمه تعالی

آنالیز ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی به روش نوار محدود اسپلاین

پایان نامه ارائه‌شده به عنوان بخشی از فعالیتهای تحصیلی

توسط:

حسام حسنی

برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

گروه طراحی کاربردی دانشکده مکانیک و هوافضا دانشگاه صنعتی شیراز

ارزیابی پایان‌نامه توسط هیات داوران با درجه:

دکتر سید حسن عصایی، استادیار مهندسی مکانیک (استاد راهنما)

دکتر علیرضا توکل‌پور صالح، استادیار مهندسی مکانیک (استاد مشاور)

دکتر سید جعفر روزگار، استادیار مهندسی مکانیک (استاد داور)

مدیر امور آموزشی و تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه صنعتی شیراز است.

بهمن ماه ۱۳۹۲

تأییدیه‌ی صحت و اصالت نتایج

اینجانب حسام حسنی دانشجوی رشته مکانیک گرایش طراحی کاربردی به شماره دانشجویی ۹۰۱۴۴۰۰۵ تأیید می‌نماید کلیه نتایج این پایان نامه/رساله، بدون هیچگونه دخل و تصرف ، حاصل مستقیم پژوهش صورت گرفته توسط اینجانب است. در مورد اقتباس مستقیم و غیر مستقیم از سایر آثار علمی، اعم از کتاب، مقاله، پایان نامه با رعایت امانت و اخلاق علمی، مشخصات کامل منبع مذکور درج شده است.

در صورت اثبات خلاف مندرجات فوق، به تشخیص مقامات ذی صلاح دانشگاه صنعتی شیراز، مطابق قوانین و مقررات مربوط و آئین نامه های آموزشی، پژوهشی و انضباطی عمل خواهد شد و اینجانب حق هرگونه اعتراض و تجدیدنظر را، نسبت به رأی صادره، از خود ساقط می کند. همچنین، هرگونه مسئولیت ناشی از تخلف نسبت به صحت و اصالت نتایج مندرج در پایان نامه/رساله در برابر اشخاص ذی نفع (اعم از حقیقی و حقوقی) و مراجع ذی صلاح (اعم از اداری و قضایی) متوجه اینجانب خواهد بود و دانشگاه صنعتی شیراز هیچ گونه مسئولیتی دراین زمینه نخواهند داشت.

تبصره ۱- کلیه حقوق مادی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شیراز است.

تبصره ۲- اینجانب تعهد می نماید بدون اخذ مجوز از دانشگاه صنعتی شیراز دستاوردهای این پایان نامه/ رساله را منتشر نکند و یا در اختیار دیگران قرار ندهد.

نام و نام خانوادگی دانشجو:

تاریخ و امضاء

مجوز بهره‌برداری از پایان‌نامه

کلیه حقوق مادی و معنوی مترتب بر نتایج پایان نامه متعلق به دانشگاه و انتشار نتایج نیز تابع مقرارت دانشگاهی است و با موافقت استاد راهنما به شرح زیر، بلامانع است:

☐ بهره‌برداری از این پایان‌نامه/ رساله برای همگان بلامانع است.

☐ بهره‌برداری از این پایان‌نامه/ رساله با اخذ مجوز از استاد راهنما، بلامانع است.

☐ بهره‌برداری از این پایان‌نامه/ رساله تا تاریخ ..... ممنوع است.

نام استاد یا اساتید راهنما:

تاریخ:

امضا:

صاحب دلی، به <<مدرسه>> آمد، ز <<خانقاه!>>

بشکست عهد صحبت <<اهل طریق>> را

گفتم: میان <<عالم>> و <<عابد>> چه فرق بود؟

تا اختیار کردی از آن، این فریق را؟

گفت: آن، گلیم خویش، بدر می برد ز <<موج>>

وین، جهد می کند که رهاند <<غریق>> را

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

تقدیم به پدر و مادر عزیزم که همواره سختی‌های زندگی را برای من آسان کردند که بدون دغدغه و با خیال آسوده به کارهایم بپردازم.

تقدیم به پدر و مادر عزیزم که بدون هیچ چشمداشتی به من مهربانی و لطف کردند.

تقدیم به پدر و مادر عزیزم که همیشه برای من دل گرمی بودند.

تقدیم به پدر و مادر عزیزم که سختی‌های من، مویشان را سفید و صورتشان را چروک کرد.

سپاسگزاری:

زندگی فرصت کوتاهی است که بایستی از لحظه لحظه های آن به نحو احسن استفاده شود. امیدوارم همواره در زندگی توان تلاش و کوشش را داشته باشم تا خدمتی هر چند کوچک برای ارتقا و اعتلای جامعه داشته باشم و دین خود را ادا کنم.

سپاس از استاد گرانقدرم که همواره در این راه مرا یاری نمود و استقامت و ایستادگی در برابر سختی ها و مشکلات را به من آموخت. تشکر می کنم از او که همواره پشتوانه ای گرم برای من بود و بدون او، این پایان نامه شکل نمی گرفت.

سپاس از پدر عزیزم که به من نشان داد همواره مصائب و مشکلات و شکست در زندگی وجود دارد اما پختگی شدن و تجربه و پیروزی از مقاومت و ایستادگی در برابر آن ها به وجود می آید.

سپاس از مادر عزیزم که بردباری و صبر را به من آموخت تا با ذهنی آسوده و بدون تشویش و اضطراب به جنگ سختی ها و مشکلات بروم.

سپاس از دوست و یار مهربانم که با تشویق هایش باعث بالا رفتن سرعت عمل کارهای من شد و همیشه مشوق و یاری کننده من بود.

و در نهایت با سپاس از تمام افرادی که همواره پیگیر کارهای بنده بودند و در این راه به من لطف کردند.

چکیده:

در این پایان نامه به کمک روش نوار محدود اسپلاین به بررسی خمش، کمانش، ارتعاشات آزاد و اجباری پوسته‌های استوانه‌ای پرداخته شده است. ابتدا معادلات تعادل برای تحلیل هر قسمت با روش مینیمم سازی انرژی پتانسیل، بدست آورده شده است. ماتریس‌های سختی الاستیک و هندسی، ماتریس جرم و ماتریس نیروی هر نوار، جهت بررسی هر قسمت، بدست آورده شده است و بدلیل استفاده از روش نوار محدود اسپلاین، این ماتریس‌ها با توابع اسپلاین، اصلاح شده‌اند. سپس با روی هم گذاری ماتریس‌های هر نوار، ماتریس سختی، جرم و نیروی کل سازه بدست آمده است. پس از بررسی همگرایی روش نوار محدود اسپلاین که به زبان متلب[1] نوشته شده است، تحلیل‌های گفته شده برای شکل‌های مختلف پوسته استوانه‌ای انجام شده است. تحلیل‌ها برای جنس‌های مختلف و شرایط مرزی‌های گوناگون انجام شده است. در تحلیل ارتعاشات اجباری، نیروهای مختلف نیز بررسی شده است. در انتها نیز به بررسی تبدیل فوری فوریه[2](FFT) پاسخ‌های ارتعاشات اجباری پرداخته شده است. جهت بررسی دقت روش نوار محدود اسپلاین، پاسخ‌های بدست آمده، با پاسخ‌های حاصل از روش المان محدود برگرفته از نرم‌افزار انسیس[3]، مقایسه شده است که دارای دقت خوبی می‌باشند.

گفتنی است که هدف از این پایان نامه، بررسی ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای بوده است که پیش از این با روش نوار محدود اسپلاین انجام نشده است. همچنین تبدیل فوری فوریه پاسخ‌های حاصل از ارتعاشات اجباری انجام شده است که نشان دهنده فرکانس‌های طبیعی و فرکانس‌های نیروهای تحریک وارده به سازه می‌باشد.

کلید واژه‌ها: روش نوار محدود اسپلاین، پوسته‌های استوانه‌ای، ارتعاشات اجباری، ارتعاشات آزاد، کمانش، خمش

[1] Matlab
[2] Fast Fourier Transform
[3] Ansys

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه ۱

۱-۱. پیشگفتار ۲

۱-۲. روش نوار محدود و روش نوار محدود اسپلاین ۳

۱-۳. پوسته ۴

۱-۴. ارتعاشات ۶

۱-۵. دسته بندی ارتعاشات ۷

۱-۶. تبدیل فوریه و ویژگیهای آن ۸

فصل دوم: مروری بر تحقیقات انجام‌شده ۱۰

۲-۱. پیشگفتار ۱۱

۲-۲. مطالعات انجام شده با روش نوار محدود اسپلاین ۱۱

۲-۳. نوآوری انجام شده در این پایان نامه ۱۶

فصل سوم: معرفی توابع اسپلاین و کاربرد آن در تحلیل سازه‌ها ۱۷

۳-۱. پیشگفتار ۱۸

۳-۲. تاریخچه ۱۸

۳-۳. تعریف تابع B-spline با فواصل گره‌ای مساوی و سری مربوطه ۱۹

۳-۴. تعریف تابع B-spline با فواصل گره‌ای نامساوی (جنرال اسپلاین) ۲۵

۳-۵. اعمال شرایط مرزی ۲۶

فصل چهارم: فرمولاسیون روش نوار محدود اسپلاین ۳۲

۴-۱. پیشگفتار ۳۳

۴-۲. معرفی مشخصه‌های یک نوار ۳۳

۴-۳. توابع تخمین تغییر مکان ۳۴

۴-۴. بسط فرمولاسیون روش نوار محدود اسپلاین با استفاده از روش انرژی ۳۵

۴-۵. آنالیز دینامیکی با انتگرال‌گیری عددی ۴۰

۴-۶. تحلیل یک سیستم خطی ۴۰

۴-۷. میرایی نوع ریلی ۴۱

۴-۸. روش نیومارک ۴۴

۴-۹. پایداری روش نیومارک ۴۶

فصل پنجم: مطالعه خمش، کمانش، ارتعاشات آزاد و اجباری پوسته‌های استوانه‌ای ۴۸
۵-۱. پیشگفتار ۴۹
۵-۲. خمش پوسته تحت بار متمرکز ۴۹
۵-۲-۱. خمش یک پانل ایزوتروپ و بررسی همگرایی ۴۹
۵-۲-۲. خمش پانل کامپوزیتی تحت اثر بار متمرکز ۵۱
۵-۲-۳. خمش یک استوانه کامل تحت بار متمرکز متقارن ۵۲
۵-۲-۴. خمش صفحه ایزوتروپ تحت بار متمرکز ۵۴
۵-۳. ارتعاشات آزاد پوسته‌ها ۵۵
۵-۳-۱. بررسی فرکانس طبیعی یک پانل ایزوتروپ ۵۵
۵-۳-۲. فرکانس طبیعی یک صفحه ۵۷
۵-۳-۳. فرکانس طبیعی یک پانل کامپوزیتی ۵۷
۵-۳-۴. ارتعاشات آزاد یک سیلندر کامپوزیتی ۵۹
۵-۴. کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت بار محوری ۶۱
۵-۴-۱. کمانش سیلندر کامپوزیتی ۶۱
۵-۵. ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای بدون اثر میرایی ۶۲
۵-۵-۱. ارتعاش اجباری تیر یک سر گیردار ۶۲
۵-۵-۲. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت اثر نیروی ثابت ۶۳
۵-۵-۳. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت نیروی دندانه اره‌ای یا مثلثی ۶۴
۵-۵-۴. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت نیروی هارمونیک ۶۶
۵-۵-۵. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت نیروی ضربه ۶۷
۵-۵-۶. بررسی پاسخ زمانی صفحه ایزوتروپ تحت بار سینوسی ۶۸
۵-۵-۷. بررسی پاسخ زمانی صفحه ایزوتروپ تحت بار ثابت ۷۱
۵-۵-۸. بررسی پاسخ زمانی پانل ایزوتروپ ۷۳
۵-۵-۹. بررسی پاسخ زمانی پانل کامپوزیتی تحت بار هارمونیک ۷۵
۵-۶. ارتعاشات اجباری پوسته‌های استوانه‌ای با اثرات میرایی ۷۶
۵-۶-۱. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت بار ثابت ۷۶
۵-۶-۲. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت بار مثلثی ۷۷
۵-۶-۳. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت بار ضربه ۷۸

۵-۶-۴. بررسی پاسخ زمانی تیر تحت بار هارمونیک ۷۹
۵-۶-۵. پانل تحت بارهای مختلف ۸۰
فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۸۹
۶-۱. پیشگفتار ۹۰
۶-۲. نتایج ۹۰
۶-۳. پیشنهادات ۹۱
پیوست الف ۹۶
۷-۱. تحلیل خمش یک تیر با استفاده از سری توابع اسپلاین ۹۷

فهرست شکل‌ها

شکل۱-۱. مش‌بندی نوار محدود در مقایسه با المان محدود..... ۳

شکل۱-۲. نمونه‌هایی از کاربرد پوسته‌ها..... ۵

شکل۱-۳. شکلی از پوسته..... ۵

شکل۱-۴. نمایش تبدیل فوریه..... ۸

شکل۳-۱. قسمت‌بندی اسپلاین و گره‌ها..... ۱۹

شکل۳-۲. توابع اسپلاین: (a) خطی؛ (b): درجه دو؛ (c): درجه سه؛ (d): درجه چهار؛ (e): درجه پنج..... ۲۰

شکل۳-۳. تابع اسپلاین درجه سه..... ۲۱

شکل۳-۴. مشتق اول تابع اسپلاین درجه سه..... ۲۱

شکل۳-۵. مشتق دوم تابع اسپلاین درجه سه..... ۲۲

شکل۳-۶. سری تابع اسپلاین جهت درون یابی $f(x)$؛ (a): خطی؛ (b): درجه دو؛ (c): درجه سه؛ (d): درجه چهار؛ (e): درجه پنج..... ۲۳

شکل۳-۷. وابستگی مقدار تابع در هر بخش به چهار تابع اسپلاین..... ۲۴

شکل۳-۸. نوار محدود اسپلاین..... ۲۵

شکل۳-۹. تابع اسپلاین با فواصل نامساوی..... ۲۶

شکل۳-۱۰. سری اسپلاین با فواصل نامساوی..... ۲۶

شکل۳-۱۱. سری اسپلاین با شرایط دو سر آزاد..... ۲۸

شکل۳-۱۲. سری اسپلاین با شرایط دو سر تکیه‌گاه لولایی..... ۲۸

شکل۳-۱۳. سری اسپلاین با شرایط دو سر درگیر..... ۲۹

شکل۴-۱. دستگاه مختصات یک نوار محدود..... ۳۳

شکل۴-۲.a) میرایی متناسب جرم، b) میرایی متناسب سفتی..... ۴۲

شکل۴-۳. تغییرات ضریب میرایی با فرکانس طبیعی: a) میرایی متناسب جرم، b) میرایی متناسب سفتی..... ۴۳

شکل۴-۴. میرایی نوع ریلی..... ۴۴

شکل۵-۱. پانل ایزوتروپ تحت بار متمرکز..... ۴۹

شکل۵-۲. شکل پانل پس از خمش..... ۵۰

شکل۵-۳. پانل کامپوزیتی تحت بار متمرکز..... ۵۱

شکل۵-۴. شکل پانل کامپوزیت پس از خمش ۵۲
شکل۵-۵. استوانه دو سر تکیه‌گاه ساده تحت بار متمرکز متقارن..... ۵۳
شکل۵-۶. پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی پس از خمش..... ۵۳
شکل۵-۷. صفحه ایزوتروپ تحت بار متمرکز..... ۵۴
شکل۵-۸. چهار شکل مود اول یک پانل ایزوتروپ..... ۵۶
شکل۵-۹. چهار شکل مود اول پانل کامپوزیتی..... ۵۸
شکل۵-۱۰. چهار شکل مود اول ارتعاشات آزاد سیلندر..... ۶۰
شکل۵-۱۱. دو شکل مود اول کمانش محوری سیلندر کامپوزیتی..... ۶۲
شکل۵-۱۲. بیم کامپوزیتی تحت بار دینامیکی..... ۶۳
شکل۵-۱۳. پاسخ زمانی تیر کامپوزیتی تحت بار ثابت با دو روش المان محدود و نوار محدود اسپلاین..... ۶۳
شکل۵-۱۴. تبدیل فوری فوریه تیر کامپوزیتی تحت بار ثابت با روش نوار محدود اسپلاین..... ۶۴
شکل۵-۱۵. نمودار تغییرات نیرو بر حسب زمان..... ۶۵
شکل۵-۱۶. پاسخ زمانی تیر یک سر گیردار به نیروی دندانه اره‌ای..... ۶۵
شکل۵-۱۷. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی دندانه اره‌ای..... ۶۶
شکل۵-۱۸. پاسخ زمانی انتهای تیر به نیروی هارمونیک..... ۶۶
شکل۵-۱۹. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی هارمونیک..... ۶۷
شکل۵-۲۰. نمودار نیروی ضربه بر حسب زمان..... ۶۷
شکل۵-۲۱. پاسخ زمانی تیر به نیروی ضربه..... ۶۸
شکل۵-۲۲. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی ضربه..... ۶۸
شکل۵-۲۳. پاسخ زمانی صفحه ایزوتروپ به نیروی هارمونیک..... ۶۹
شکل۵-۲۴. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی هارمونیک..... ۶۹
شکل۵-۲۵. پاسخ زمانی صفحه ایزوتروپ به نیروی هارمونیک..... ۷۰
شکل۵-۲۶. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی هارمونیک..... ۷۰
شکل۵-۲۷. پاسخ زمانی صفحه ایزوتروپ به نیروی ثابت در صفحه با چهار ضلع تکیه‌گاه ساده. ۷۱
شکل۵-۲۸. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی ثابت در صفحه با چهار ضلع تکیه‌گاه ساده ۷۲
شکل۵-۲۹. پاسخ زمانی صفحه ایزوتروپ به نیروی ثابت در حالت دوم تکیه‌گاهی..... ۷۲
شکل۵-۳۰. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی ثابت در حالت دوم تکیه‌گاهی..... ۷۳

شکل۵-۳۱. پاسخ زمانی پانل به نیروی ثابت در حالت اول تکیه‌گاهی ۷۳
شکل۵-۳۲. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی ثابت در حالت اول..... ۷۴
شکل۵-۳۳. پاسخ زمانی پانل به نیروی ثابت در حالت چهار طرف درگیر..... ۷۴
شکل۵-۳۴. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی ثابت در حالت چهار طرف گیردار ۷۵
شکل۵-۳۵. پاسخ زمانی پانل کامپوزیتی به نیروی هارمونیک..... ۷۶
شکل۵-۳۶. تبدیل فوری فوریه در اعمال نیروی سینوسی ۷۶
شکل۵-۳۷. پاسخ زمانی تیر به نیروی ثابت با ضریب میرایی ۰/۰۵..... ۷۷
شکل۵-۳۸. تاثیر ضریب میرایی در پاسخ زمانی تیر تحت بار ثابت ۷۷
شکل۵-۳۹. پاسخ زمانی تیر به اعمال نیروی مثلثی تحت ضریب میرایی ۰/۰۵..... ۷۸
شکل۵-۴۰. تاثیر ضریب میرایی در پاسخ زمانی تیر به نیروی مثلثی..... ۷۸
شکل۵-۴۱. پاسخ زمانی تیر به نیروی ضربه تحت ضریب میرایی ۰/۰۵..... ۷۹
شکل۵-۴۲. تاثیر ضریب میرایی در پاسخ زمانی..... ۷۹
شکل۵-۴۳. پاسخ زمانی تیر تحت اعمال نیروی سینوسی با ضریب میرایی ۰/۰۵ ..... ۸۰
شکل۵-۴۴. پاسخ زمانی پانل به نیروی ثابت..... ۸۱
شکل۵-۴۵. پاسخ زمانی به نیروی مثلثی..... ۸۲
شکل۵-۴۶. پاسخ زمانی لبه پانل به تحریک نیروی ضربه..... ۸۲
شکل۵-۴۷. پاسخ زمانی مرکز پانل به تحریک نیروی ضربه ۸۳
شکل۵-۴۸. پاسخ زمانی لبه پانل به نیروی سینوسی..... ۸۴
شکل۵-۴۹. پاسخ زمانی مرکز پانل به نیروی سینوسی..... ۸۴
شکل۵-۵۰. پاسخ گذرای سیستم در پاسخ زمانی نیروی سینوسی..... ۸۵
شکل۵-۵۱. پانل تحت بارگذاری‌های مختلف..... ۸۵
شکل۵-۵۲. پاسخ زمانی نقطه اول..... ۸۶
شکل۵-۵۳. پاسخ زمانی نقطه مرکز..... ۸۶
شکل۵-۵۴. پاسخ زمانی نقطه دوم..... ۸۶
شکل۵-۵۵. تبدیل فوری فوریه نقطه اول..... ۸۷
شکل۵-۵۶. تبدیل فوری فوریه نقطه مرکز ۸۷
شکل۵-۵۷. تبدیل فوری فوریه نقطه دوم..... ۸۸
شکل۷-۱. تیر با شرایط تکیه‌گاهی لولایی ۹۷

فهرست جدول‌ها

جدول۳-۱. مقادیر تابع اسپلاین درجه سه و مشتقات آن در گره‌ها..... ۲۲
جدول۳-۲. اعمال شرایط مرزی در $x = x_0$ ۲۹
جدول۵-۱. مقایسه نتایج روش نوار محدود اسپلاین و روش اجزا محدود و بررسی همگرایی ۵۰
جدول۵-۲. مقایسه نتایج روش نوار محدود اسپلاین و روش اجزا محدود برای پانل کامپوزیتی ۵۲
جدول۵-۳. مقایسه نتایج روش نوار محدود اسپلاین و روش اجزا محدود برای استوانه کامپوزیتی..... ۵۴
جدول۵-۴. مقایسه نتایج روش نوار محدود اسپلاین و روش ناویر با حل دقیق برای یک صفحه ایزوتروپ مربعی..... ۵۵
جدول۵-۵. مقایسه نتایج روش نوار محدود اسپلاین و دیگر محققان برای یک پانل ایزوتروپ مربعی..... ۵۵
جدول۵-۶. فرکانس‌های طبیعی یک صفحه مربعی ایزوتروپ..... ۵۷
جدول۵-۷. چهار فرکانس طبیعی پانل کامپوزیتی..... ۵۸
جدول۵-۸. چهار فرکانس طبیعی سیلندر کامپوزیتی..... ۵۹
جدول۵-۹. ضریب بی بعد کمانش برای سیلندر..... ۶۱
جدول۷-۱. خمش تیر با روش نوار محدود اسپلاین..... ۹۹

فصل اول

مقدمه

۱-۱. پیشگفتار

از زمان‌های قدیم دغدغه‌ی بیشتر دانشمندان، کشف پدیده‌ها و چگونگی رخ دادن آنها بوده است. پس از گذشت قرن‌ها و با پیشرفت علوم مختلف، دانشمندان متوجه شدند که تمام این پدیده‌ها را می توان با کمک قوانین فیزیک بیان کرد. به وسیله‌ی این قوانین پی برده شد که در هر مساله‌ای روابط و معادلاتی حاکم است که این روابط به صورت جبری، دیفرانسیلی یا انتگرالی می‌باشند. امروزه، غالباً یافتن این معادلات برای مسائل مختلف با شرایط متفاوت کار مشکل و پیچیده‌ای نمی‌باشد. در حقیقت، اخیرا یافتن راه حلی برای بدست آوردن پاسخ این مسائل که اغلب از مراتب بالا هستند، چالشی است که در مقابل محققان قرار گرفته است. از اینرو، محققان با کمک دانش ریاضی و ابتکارات خلاقانه توانستند روش‌هایی را برای حل این گونه مسائل بدست آورند.

برخی از این روش‌ها که به صورت تقریبی هستند، روش‌های عددی می‌باشند که مشکل آنها محاسبات طولانی و زمان‌بر بودن آنها می‌باشد که با پیدایش کامپیوتر، سرعت حل مسائل بالاتر رفت و به همین دلیل دانشمندان تکیه بیشتری به این نوع روش‌ها برای حل مسائل مختلف کردند.

امروزه این روش‌ها تنوع زیادی پیدا کرده‌اند. از جمله این روش‌ها می‌توان به روش‌های تفاضل محدود[۴]، المان محدود[۵]، حجم محدود[۶] و ... اشاره کرد. روش المان محدود یک روش عددی تقریبی است که مشکلات روش‌های عددی قدیمی و سنتی را از بین برد. این روش، هندسه مورد نظر را به نواحی کوچک تقسیم‌بندی می‌کند و با یک روند سیستماتیک، توابع تخمینی را برای نواحی کوچک کل هندسه استخراج می‌کند که به این نواحی ریز، المان محدود می‌گویند.

روش المان محدود در ابتدا برای مطالعه‌ی تنش‌ها در قاب‌های وسایل هوانوردی در سال ۱۹۶۰ معرفی شد، اما در سال ۱۹۶۵ در زمینه‌های مختلف شاخه مکانیک محیط‌های پیوسته گسترش یافت [۱]. این روش بدلیل اینکه هندسه تمام مسائل را به المان‌های ریز تقسیم‌بندی می‌کند و روشی منظم و راحتی است، مورد استقبال قرار گرفته است. این روش مقدار جابجایی در نقاط مشخصی به نام گره[۷] را محاسبه می‌کند و سپس با درون‌یابی مقادیر تمام نقاط شکل بدست می‌آید و در نهایت با کمک روابط متشکله تنش و کرنش محاسبه می‌گردد.

همانطور که می‌دانیم موضوع ارزیابی بازدهی روش‌های تحلیل در مسائل مهندسی، امری مهم و ضروری است. روش المان محدود به دلیل گستردگی که دارد، بعضی از مسائل که شرایط مرزی

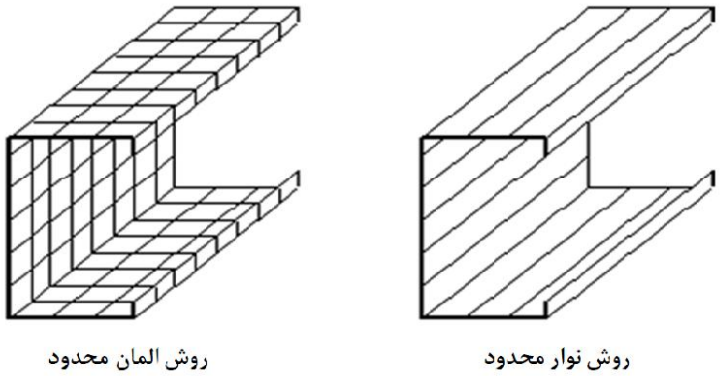
[4] Finite difference
[5] Finite element
[6] Finite volume
[7] Knot

و شکل ساده‌ای دارند را، با زمان بالا حل می‌کند و این دلیلی بود که روش المان محدود بسط پیدا کند و روش‌های جدیدی مانند روش نوار محدود[8] و روش نوار محدود اسپلاین[9] ایجاد گردد.

۱-۲. روش نوار محدود و روش نوار محدود اسپلاین

روش نوار محدود، همان روش المان محدود می‌باشد با این تفاوت که در آن از المان‌های نواری استفاده شده است و در این روش به جای نقاط گرهی، خطوط گرهی در یک راستا معرفی می-شود. این روش در سال ۱۹۶۹ توسط چونگ[10] و همکارانش برای تحلیل استاتیک خطی یک صفحه مستطیلی با شرایط مرزی تکیه گاه ساده به کار رفت [۲]. اساس این روش بر جداسازی متغیرها بنا شده است. در حقیقت این روش زمانی به وجود آمد که کانتروویچ[11] در سال ۱۹۵۸ برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، از روش جداسازی متغیرها استفاده کرد [۳].

این روش معمولا برای سازه‌های منشوری[12] کاربرد دارد. سازه های منشوری به سازه‌هایی گفته می‌شود که سطح مقطع آنها در امتداد طول تغییر نمی‌کند مانند؛ صفحات و مقاطع جدار بسته تقویت شده یا کانال‌ها که مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکته مهم این است که مساله از سه بعد به دو بعد تبدیل می‌شود و حجم محاسبات پایین می‌آید. نمونه‌ای از آن در شکل (۱-۱) قابل مشاهده است. در این نوع سازه‌ها، استفاده از این روش بهتر از روش المان محدود است، چون دقت و سرعت حل بیشتر است و وارد کردن داده‌های ورودی راحت‌تر است. همچنین در مسائلی که بدست آوردن مقادیر ویژه مد نظر باشد، مثلا؛ فرکانس طبیعی و تنش‌های کمانشی، این روش کارآمدتر می‌باشد.



شکل ۱-۱. مش بندی نوار محدود در مقایسه با المان محدود

[8] Finite strip method
[9] Spline finite strip method
[10] Cheung
[11] Kantorovich
[12] Prismatic

روش نوار محدود به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شود. روش نوار محـدود نیمـه تحلیلـی[۱۳] و روش نوار محدود اسپلاین که از لحاظ نوع توابع تخمینی با یکدیگر تفاوت دارند. هر دو روش از روش انرژی بهره می‌برند. در روش نیمه تحلیلی از توابع مثلثاتی در جهت طول و توابع چند جمله‌ای در جهت عرض استفاده می‌شود.

به دلیل محدودیت‌هایی که در روش نوار محـدود نیمـه تحلیلـی وجـود داشـت، روش نـوار محدود اسپلاین ابداع شد. از جمله محدودیت‌های روش نیمه تحلیلی می‌توان به مواردی اشاره کرد، مثلا؛ اعمال هر گونه شرایط مرزی در روش نیمه تحلیلی امکان پذیر نمی‌باشد و یا اینکـه اگر سازه دارای یک ناپیوستگی باشد، مثل؛ سوراخ یا حفره، روش نیمه تحلیلـی قابـل اسـتفاده نمی‌باشد.

در روش نوار محدود اسپلاین در جهت طول، از توابع چند جملـه‌ای تکـه‌ای اسـپلاین و در جهت عرض از توابع چند جمله‌ای استفاده می‌شود. روش نوار محدود اسپلاین در ابتـدا توسـط چونگ و همکارانش در سال ۱۹۸۲ معرفی شد [۳]. ایـن روش بـر روی خطـوط گـره‌ی توابـع اسپلاین را تخمین می زند که این خطوط را به فاصله‌های مشخصی تقسیم‌بندی می‌کند و این تکه‌ها با یک سری نقاط از یکدیگر جدا می‌شوند. در نهایت مقادیر جابجایی در هر نقطه بدست می‌آید.

۱-۳. پوسته[۱۴]

پوسته‌های نازک کاربرد زیادی در طبیعت و مهندسی دارند. در انسان‌ها، مثلا؛ کاسـه‌ی سـر یـا چشم و همچنین در گیاهان و جـانوران میتـوان چنـین سـاختاری را مشـاهده کـرد. در علـوم مختلف مانند؛ عمران، مکانیک، معماری، هوافضا، علوم دریایی و نظامی نیـز، پوسـته‌هـا کـاربرد فراوان دارند.نمونه‌هایی از این کاربردها، عبارتند از؛ مخازن تحت فشار، سطح خارجی موشک‌هـا و هواپیماها، گلوله‌ها، لاستیک‌های اتومبیل، لامپ‌ها، سقف‌های دهانـه بـزرگ، مخـازن نیروگـاه هسته‌ای، سدهای بتنی و مثال‌های دیگر که در شکل (۱-۲)، نمونه‌هایی از آن آورده شده است.

[13] Semi-analytical finite strip
[14] Shell