مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه شده در آبان

بسم الله الرحمن الرحیم

۳۲۶۶۲

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

گروه مهندسی برق وکامپیوتر

۱۳۸۱ /۶/ ۲۰

عنوان:

بررسی اثر تزویج متقابل بین عناصر آرایه بر روی سیستم آنتن های هوشمند

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مرکز

توسط:

مجتبی دهملائیان

استاد راهنما: **دکتر نسرین حجت**

استاد مشاور: **دکتر سید حمید رضا جمالی**

پایان نامه جهت دریافت کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی برق گرایش مخابرات

شهریور ۱۳۸۱

۳۲۶۶۲

به نام خدا

دانشگاه تهران

دانشکده فنی گروه مهندسی برق وکامپیوتر

موضوع:

بررسی اثر تزویج متقابل بین عناصر آرایه بر روی سیستم آنتن های هوشمند

توسط:

مجتبی دهملائیان

پایان نامه جهت دریافت کارشناسی ارشد

در رشته مهندسی برق گرایش مخابرات

از این پایان نامه در تاریخ ۸۱/۶/۱۲ در حضور هیات داوران دفاع به عمل آمد و مورد تصویب قرار گرفت.

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده فنی:	دکتر محمد علی بنی هاشمی
مدیر گروه آموزشی:	دکتر محمود کمره ای
سرپرست تحصیلات تکمیلی گروه:	دکتر جواد فیض
استاد راهنما:	دکتر نسرین حجت
استاد مشاور:	دکتر حمید رضا جمالی
عضو هیات داوران:	دکتر منوچهر کامیاب(استاد مدعو از دانشگاه خواجه نصیر طوسی)
عضو هیات داوران:	دکتر فرخ آرزم
عضو هیات داوران:	دکتر رضا فرجی دانا

چکیده :

کارایی مهم آرایه های هوشمند حذف تداخل می با شد[۱]. اما این قابلیت بصورت زیادی تحت تاثیر وجود تزویج متقابل بین عناصر آرایه است [٦]و[۷]و ... . اثر تزویج متقابل هم باعث کم شدن عمق صفر ها و هم جابجایی محل آنها در الگوی تابشی آرایه می شود[۷] . در نتیجه مثلاً در سیستم های تطبیقی سیگنال به نویز خروجی کاهش می یابد و یا اینکه الگوی فرستندگی ایده آل آرایه تغییر می کند . از آنجا که روشهای پردازش سیگنال در سیستم های آرایه هوشمند با فرض صفر بودن تزویج متقابل آرایه فرمول بندی می شوند، در تحقق بخشیدن عملی، اثر تزویج متقابل باعث کاهش قابلیت های سیستم می شود در این پایان نامه ، هدف ، بررسی اثر تزویج متقابل بین عناصر آرایه در عملکرد سیستم آنتن های هوشمند می باشد. در فصل اول به بررسی روش های وزن دهی عناصر آرایه های هوشمند به منظور شکل دهی بیم و الگوریتم های تطبیقی و همچنین چندین روش برای تخمین جهت سیگنال دریافتی ، خواهیم پرداخت .

در فصل دوم همراه با معرفی مدل سازی های مختلف تزویج متقا بل به بررسی تحلیلی روش ممنت و مدل سازی دقیق تزویج متقابل با استفاده از این روش خواهیم پرداخت. فصل سوم که نتایج شبیه سازی های مختلف انجام شده در مورد تاثیر تزو یج عناصر آرایه بر روی عملکرد سیستم را نشان می دهد به چهار بخش عمده تقسیم می شود. ابتدا اهمیت فاصله بین عناصر آرایه در شدت و ضعف تزویج متقابل در یک سیستم با پردازش بیم فضا بررسی خواهد شد . سپس عملکرد یک سیستم مخابراتی طیف گسترده را که از الگوریتم تطبیقی برای وزن دهی عناصر استفاده می کند شبیه سازی کرده و اثر تزویج متقابل بر روی آن را بررسی نموده ایم. در قسمت سوم با استفاده از روش تحلیل دقیق ممنت تاثیر پذیری الگوی تابشی آرایه مورد توجه قرار گرفته است و در قسمت آخر، به یک بررسی گسترده بر روی تاثیر پذیری الگوریتم MUSIC دو بعدی از تزویج متقابل و همچنین تغییر پذیری ماتریس تزویج متقابل عناصر دوقطبی آرایه نسبت به زاویه θ (مختصات کروی) خواهیم پرداخت که یک نو آوری در این مقوله است.

فهرست:

مقدمه

معرفی سیستم آنتن هوشمند ۱

الف) سیستم سویچ بیم ۲

ب) آنتن های تطبیقی ۳

تزویج متقابل ۵

فصل اول: روشهای وزن دهی به عناصر آرایه های هوشمند

۱-۱)مفاهیم پایه و مدل سیگنال ۷

۱-۲)تشکیل دهنده بیم سنتی ۱۱

۱-۳)تشکیل دهنده بیم با جهت دهی صفر ۱۴

۱-۴)تشکیل دهنده بیم بهینه ۱۶

۱-۵)بهینه سازی با استفاده از سیگنال مرجع ۱۹

۱-۶)پردازش بیم فضا ۲۱

۱-۷)سیستم جهت دهی صفر تطبیقی برای سیگنالهای باند باریک با محدودیت جهت دید ۲۴

۱-۸)متدهای تخمین جهت موجهای رسیده ۲۹

۱-۸-۱)روشهای سنتی ۲۹

۱-۸-۱-۱)متد تاخیر- جمع ۲۹

۱-۸-۱-۲)روش حداقل انحراف کاپن ۳۱

۱-۸-۲)تکنیکهای زیر فضایی ۳۲

۱-۸-۲-۱)الگوریتم MUSIC ۳۳

فصل دوم : معرفی تزویج و مدلسازی تزویج متقابل بین عناصر آرایه

۲-۱)استفاده از ماتریس امپدانس آنتن [٦] ۳۹

۲-۲)استفاده از تحلیل ممنت [۸] در بدست آوردن ماتریس تزویج متقابل MCM..... ۴۳

۲-۲-۱)بررسی اثر تزویج متقابل بر روی الگوی فرستندگی آرایه با استفاده از روش ممنت..... ۴۸

فصل سوم : بررسی اثر تزویج متقابل بر روی عملکرد چند نمونه سیستم آنتن هوشمند

۳-۱)اهمیت اثر تزویج متقابل نسبت به فاصله بین عناصر آرایه..... ۵۳

۳-۲)بررسی اثر تزویج متقابل بر روی سیستم تطبیقی LMS ۵۸

۳-۲-۱)عدم تاثیر تزویج متقابل بر روی عملکرد گیرنده آرایه تطبیقی وقتی سیگنال مرجع مفروض است [۹] ۵۸

۳-۲-۲)بررسی اثر تزویج متقابل بر روی سیستم طیف گسترده وقتی سیگنال مرجع را از روی سیگنال دریافتی استخراج کنیم..... ۶۰

۳-۲-۲-۱)نتایج شبیه سازی عملکرد سیستم در برابر اثر تزویج متقابل..... ۶۳

۳-۳)اثر تزویج متقابل بر روی الگوی تابشی آرایه..... ۶۵

۳-۴)اثر تزویج متقابل بر روی الگوریتم MUSIC ۶۷

فصل چهارم : نتیجه گیری و پیشنهادها..... ۷٦

منابع..... ۷۸

مقدمه

سیستم های آنتن هوشمند[1]

یک سیستم آنتن هوشمند شامل چندین آنتن است که با یک پردازشگر سیگنال مجتمع شده است تا بتواند از قابلیت هر دو دسته برای بدست آوردن یک الگوی گیرندگی و یا فرستندگی بهینه با توجه به‌سیگنال دریافتی استفاده نماید . برای درک مفهوم کارکرد سیستم آنتن تطبیقی به ذکر یک مثال‌تجربی می پردازیم . اگر چشمانمان را ببندیم و با یک نفر که در داخل یک اتاق در حال حرکت است‌صحبت کنیم مشاهده خواهیم کرد که بدون نگاه کردن به شخص می توان موقعیت مکانی او را تشخیص داد چرا که : اولا به وسیله دو گیرنده صوتی گوش ، سیگنالهای صحبت شخص مقابل را می توانیم دریافت کنیم . ثانیا: صدا به هر گوش در دو زمان مختلف می رسد و ثالثا: مغز ما که یک پردازشگر ویژه است محاسبات پیچیده ای را انجام می دهد تا اطلاعات مربوط به مکان شخص سخنگو را بدست آورد . مغز ما همچنین شدت سیگنالهای رسیده به هر گوش را با هم جمع می کند به قسمی که صدای رسیده در یک راستای مشخص را به اندازه دو برابر قویتر از هر صدای دیگر می‌شنود . سیستم های آنتن تطبیقی نیز به طور مشابه ای عمل می کنند که البته می توان از تعدادی بیش از ۲ آنتن استفاده نمود و لذا دقیق تر عمل کرد. چون آنتن ها هم می شنوند و هم صحبت می کنند یک سیستم آنتن هوشمند می تواند سیگنالها را همچنین در راستای مشخصی بفرستد (مثلا همان راستایی که دریافت کرده است). البته‌باید توجه داشت که چون فرکانس گیرندگی با فرکانس فرستندگی معمولا متفاوت است ، خواص الکتریکی‌آرایه آنتن ها عوض می شود [۵] .

بنابراین سیستم آنتن تطبیقی نه تنها می تواند ۱۰,۸ و یا ۱۲ بار قویتر بشنود بلکه به همان مقدار می تواند قویتر و در راستای مشخص صحبت بکند . یک گام جلوتر، اگر مثلا شخص دیگری نیز با ما مشغول صحبت شود پردازشگر سیگنال درونیمان ، می تواند نویز ناخواسته[2] را حذف کرده‌و به طور دلخواه روی یک شخص از دو شخص سخنگو تمرکز پیدا بکند و در هر لحظه با یک نفر صحبت کند .بنابراین سیستم های آرایه ای تطبیقی پیشرفته دارای قابلیت مشابه ای برای تمیز دادن‌سیگنال دلخواه یا مورد نظر از سیگنال های غیر دلخواه هستند . در حقیقت این آنتن ها نیستند که هوشمند اند بلکه سیستم های آنتنها هستند که هوشمندانه عمل می کنند . به طور کلی ، سیستم آنتن هوشمند واقع‌در ایستگاههای پایه مخابرات سیار[3] BS ، یک سیستم پردازشگر سیگنال دیجیتال را با یک آرایه ترکیب کرده و به طور تطبیقی در راستاهای مختلف فضایی دریافت و ارسال پیغام

---

[1] Smart Antenna Systems
[2] Interference
[3] Base Station

می‌کند . به عبارت‌دیگر با توجه به سیگنال دریافتی می تواند الگوی تشعشعی[1] خود را عوض کند . این پدیده‌باعث افزایش قابل ملاحظه ای در مشخصه های کارایی سیستم می شود مثلا ظرفیت در مخابرات سیار بالا می رود . پایه آنتن های هوشمند به دهه هفتاد بر می گردد اما نامهایی که امروزه به عنوان‌گستره وسیعی از مفاهیم تکنولوژی سیستم آنتن هوشمند شنیده می شوند عبارتند از :

آنتن های هوشمند[2] ، آرایه های فاز داده شده[3] ، دسترسی چندگانه با تقسیم بندی فضایی[4]، پردازش فضایی[5] ، شکل دهی بیم به طریق دیجیتال[6]، سیستم های آنتن تطبیقی[7] و لغات دیگر . از نقطه نظر دیگر سیستم های آنتن هوشمند به طور معمولی‌به دو دسته تقسیم بندی می شوند : ۱- بیم سوئیچ شده و۲- سیستم های آرایه تطبیقی .

در بیم سوئیچ شده یک تعداد مشخص و ثابت از الگوهای تشعشعی[8] در نظر گرفته می شود و یک استراتژی برای انتخاب آنها بررسی می شود، درحالیکه در آرایه تطبیقی یک تعداد نامتناهی از الگوهای تشعشعی که براساس اطلاعات دریافتی تغییر می کنند و درزمان حقیقی[9] ساخته می شوند، وجود دارد.

الف) سیستم سوئیچ بیم[10]

سیستم سوئیچ بیم سیستمی است که چند تا بیم ثابت را می سازد به قسمی که‌هریک در راستاهای مشخص جهت داده شده باشند (شکل الف).

این سیستم های آنتنی معمولا قدرت سیگنال را دریافت می کنند و براساس تغییرات قدرت‌سیگنال از یک بیم ثابت به بیم ثابت دیگری که قدرت بیشتری از سیگنال مورد نظر را نشان می دهد سوئیچ می کنند و این دقیقا با حرکت متحرک در داخل یک قطعه[11] از یک سلول‌صورت می پذیرد . در واقع به جای استفاده از یک آنتن خاص با خواص ساختاری و ماده‌ای مخصوص به منظور شکل دهی الگوی مناسب ، سیستم های سوئیچ بیم ، خروجی های چند آنتن را ترکیب می‌کنند به ترتیبی که یک بیم جهت داده شده را بسازند که این بیم دارای دیرکتیویتی بالاتری نسبت‌به روش قبلی نیز هست . لازم به ذکر است که روشی در سیستم های آرایه ای تطبیقی وجود دارد که‌از

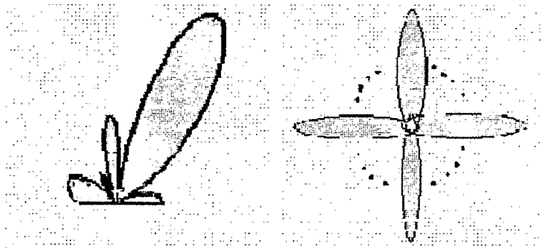
---

[1] Radiation Pattern
[2] Intelligent Antennas
[3] Phased Arrays
[4] Space Division Multiple Access, SDMA
[5] Spatial Processing
[6] Digital Beam-Forming
[7] Adaptive Antenna Systems
[8] Patterns
[9] Real Time
[10] Switched Beam
[11] Sector

بیم های ثابت استفاده کرده و با وزن دهی مناسب و تطبیقی آنها الگوی تشعشعی خاصی را ایجاد می کند و روش بیم- فضا[1] خوانده می شود ، در مقابل پردازش عنصر- فضا[2] که با وزن دهی تک تک آنتن ها و نه الگوها به یک الگوی دلخواه و مناسب می رسد . این روش با سوئیچ بیم متفاوت است و نباید با آن اشتباه کرد .

ب) آنتن های تطبیقی

تکنولوژی آنتن های تطبیقی پیشرفته‌ترین روش در سیستم آنتن های هوشمند بشمار می رود . با استفاده از جدیدترین الگوریتم های پردازش سیگنال ، سیستم تطبیقی می تواند قابلیت‌جهت یابی و دنبال کردن گونه های مختلفی از سیگنالها(از قبیل CDMA, FDMA, TDMA) را با قابلیت مینیمم سازی سیگنالهای تداخلی و ماکزیمم کردن سیگنال مورد علاقه داشته باشد [۲]. (شکل ب). در فصل اول مروری‌بر چندین روش مهم شکل دهی الگوی تشعشعی آرایه و همچنین چندین روش تخمین جهت سیگنال دریافتی[3] خواهیم داشت .



(ب)

(الف)

هر دو نوع سیستم معرفی شده در بالا باعث افزایش بهره[4] در راستای زاویه فضایی کاربر می‌شوند اما فقط سیستم تطبیقی است که یک بهره بهینه را تولید می کند به طوری که همزمان سیگنالهای‌تداخلی را شناخته یا به عبارت بهتر مکان یابی کرده ، دنبال می کند ، همچنین توان آنها را در گیرنده مینیمم می سازد . عناصر آنتنی می‌توانند به صورت خطی، دایروی و یا روی یک صفحه قرار بگیرند . کاربرد اصلی این آنتن ها در ایستگاههای پایه مخابرات سیار می باشد ، اگر چه که روی

---

[1] Beam-Space Processing
[2] Element-Space Processing
[3] Direction of Arrival Estimation
[4] Gain

تلفن های همراه و یا کامپیوترهایLaptop نیز نصب می شوند. چندین مزیت استفاده از سیستم های‌آنتن هوشمند را در زیر بیان می کنیم .

۱- افزایش بهره سیگنال : ورودی آنتن های مختلف به نحوی جمع می شوند که توان مورد نیاز برای تشخیص سیگنال فراهم گردد . این مطلب باعث بهبود محدوده پوشش [1] سیستم می شود . یعنی با تمرکز انتشار انرژی در یک راستای خاص ازBS به‌سمت سلول ، محدوده پوششBS افزایش می یابد .

۲- حذف تداخل : الگوی آنتن می تواند طوری ساخته شود که به سمت تداخلهای هم کانال یا هم فرکانس با سیگنال موردنظر صفر یا مینیمم ایجاد کند وبا این کار نسبت سیگنال به نویز خروجی آرایه را ترمیم دهد . این کار یعنی کنترل دقیق صفرهای الگوی آرایه ، باعث افزایش ظرفیت در سیستم خواهد شد . برای حذف تداخل و همچنین استفاده از فرکانس تکراری ، تکنولوژی های تطبیقی خاصی از قبیل SDMA ، کاربرد دارند .SDMA که غایی ترین هدف استفاده از سیستم های آنتن هوشمند می باشد بیانگر این مفهوم است که دو کاربر درزمان‌یکسان و با فرکانس یکسان و تنها در مکان های مختلف در یک سلول بتوانند با هم ارتباط برقرارکنند .

۳- دایورسیتی فضایی : ترکیب مناسب سیگنالها از آرایه برای حداقل کردن فیدینگ و سایر اثرات نامطلوب‌انتشارهای چند مسیره بسیار مفید می باشد . چراکه اثر پراکندگی تاخیرات را جبران کرده به ما این‌اجازه‌را می دهد که نرخ ارسال اطلاعات را افزایش دهیم بدون اینکه از متعادل‌کننده [2] استفاده شود .

٤- کارآمدی توان : سیستم با ترکیب ورودی های آنتن‌های مختلف باعث بهینه سازی در بهره آنتن خواهد شد . همچنین باعث میشود که توان کمتری از باتری برای ارسال‌پیغام در تلفن همراه مورد استفاده قرار گیرد . چراکه الگوی گیرندگی BS نیز مانند الگوی فرستندگی آن جهت دار [3] خواهد بود . توان کمتر در باتری باعث کوچکتر شدن و همچنین سبکتر شدن گوشی همراه خواهد شد. این مطلب هزینه ساخت را کاهش خواهد داد . کاهش هزینه تقویت کننده ، کاهش‌مصرف توان و افزایش قابلیت اطمینان از نتایج خوب این مطلب هستند .

به طور خلاصه تکنولوژی آنتن هوشمند به طور فوق العاده ای می تواند کارآیی سیستم های‌مخابرات سیار را بالا ببرد و هزینه ساخت را برای کاربران آینده به طور قابل توجه ای بهبود

---

[1] Coverage
[2] Equalizer
[3] Directive

بخشد[۱۳] و برای اپراتورهای PC ، مخابرات سلولی و مناطق محلی بی سیم WLL[1] ، یک افزایش بسیار عالی در کیفیت سیگنال ، ظرفیت سیستم و محدوده پوشش ایجاد نماید . سیستم های آنتن هوشمند می توانند در سیستم های آنالوگ مثلا FDMA و یا دیجیتال مثلاCDMA(IS-195) و (GSM, IS-136) TDMA مورد استفاده قرار گیرند[٤] . مفاهیم سیستمی این تکنولوژی در سیستم های مخابرات سیار سلولی رامی‌توان در [۳] مطالعه کرد .

تزویج متقابل بین آنتن های آرایه

همانطور که گفته شد کارآیی مهم آرایه های تطبیقی حذف تداخل می باشد که با تنظیم‌صفرهای الگوی آرایه به سمت تداخلها بدست می آید . اما این قابلیت به طور زیادی تحت‌تاثیر وجود تزویج متقابل بین عناصر آرایه است . همانطور که عدم دقت ساخت، مواد مورد استفاده و بسیاری از موارد عملی باعث عدم دقت در الگوی آرایه می شود . اما آنچه که صرفنظر از قسمت عملی همیشه‌باید مورد توجه قرار گیرد و قرارگرفته است وجود تزویج متقابل است . اثر تزویج متقابل هم باعث‌کم شدن عمق صفرها و هم باعث جابجایی محل آنها می شود [۷]. این دو عیب باعث‌می شود که مثلا در سیستم های آرایه ای تطبیقی سیگنال به نویز خروجی کاهش یابد و یا اینکه الگوی فرستندگی ایده ال نداشته باشیم . از آنجا که متدهای پردازش سیگنال در سیستم های آنتن هوشمند براساس سیگنال دست نخورده[2] فرمولبندی می شوند ، در تحقق بخشیدن عملی، اثر تزویج متقابل بین آنتن ها باعث کاهش قابلیت های سیستم می شود . درفرمولبندیها همیشه فرض براین‌است که موج صفحه ای در یک راستای مشخص به آرایه برخورد می کند و ولتاژهای معینی را در دهانه[3] آنتن ها القا می نماید که فقط با یک شیفت زمانی به هم مربوطند و یا از نظر فازوری در یک $e^{j\alpha}$ یعنی شیفت فازی α با هم متفاوتند درصورتیکه در عمل چنین نیست . یعنی‌وجود باز تابشهای آنتنها باعث ایجاد ولتاژهای دیگری در پورت های آنتن های مجاور خواهد کرد و ولتاژ پورت ها بصورت ترکیبی از ولتاژ متاثر از موج صفحه ای ورودی و باز تابشهای حاصل از آنتن های آرایه می باشد . درفصل دوم مروری بر مدلسازی های مختلف تزویج متقابل از مطالعات ابتدایی تا تحقیقات اخیر خواهیم داشت . از آنجا که مفهوم تزویج متقابل به شکل آنتن ها بستگی‌ندارد و تنها در فرمولبندی و ساده سازی اهمیت پیدا می کند آنچه که معمولا به صورت تحلیلی‌انجام گرفته است به علت سادگی

---

[1] Wireless Local Loop
[2] Perfect
[3] Port

روی دوقطبیها[1] بوده است. اگر چه که مطالعات وسیعی روی آنتن های پچ [۲۵] و آنتن های شیپوری[۱۵] و ....نیز انجام شده است . در فصل سوم به مساله تاثیر تزویج متقابل برروی روش تعیین ضرایب دو سیستم مختلف آنتن هوشمند از آرایه های دوقطبی و تجزیه و تحلیل آنها خواهیم پرداخت . در ادامه از روش دقیق مدلسازی تزویج متقابل با روش ممنت استفاده کرده و به بررسی اثر تزویج متقابل بر روی الگوی تشعشعی آرایه و همچنین روش تشخیص جهت سیگنال دریافتی MUSIC می پردازیم . از این نمونه می توان به [۱۰] ،[۱۸] و[۱۹] اشاره کرد.

در این پایان نامه هدف ء بررسی اثر تزویج متقابل بر عملکرد آنتن های هوشمند است و از آنجا که گستره موارد قابل بررسی در رابطه با آن بسیار وسیع می باشد چند مورد خاص در رابطه با اثر تزویج متقابل در نحوه تعیین ضرایب آرایه و همچنین اثر آن در تعیین DOA بررسی می گردد.

[1] Dipoles

فصل اول :

روشهای وزن دهی به عناصر آرایه های

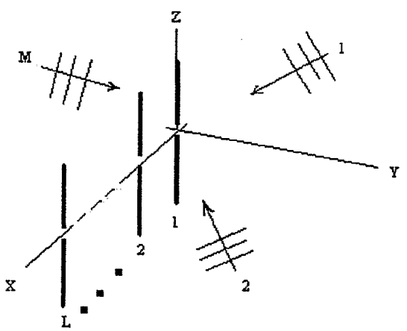
هوشمند

فصل اول – روشهای وزن دهی به عناصر آرایه های هوشمند

در این فصل به یک بررسی دقیق از متدهای مختلف شکل دهی بیم و الگوریتم‌های تطبیقی برای تنظیم وزن های آنتن‌ها و همچنین چندین روش برای تخمین جهت سیگنال‌دریافتی خواهیم پرداخت .

۱–۱) مفاهیم پایه و مدل سیگنال

یک آرایه خطی شامل L عنصر با الگوی تشعشعی یکنواخت[1] را که در یک محیط همگن قرار گرفته‌اند در نظر بگیرید . در این محیط M تا موج صفحه ای که در فرکانس مرکزی f_0 منتشر می شوند در جهت های مختلف نسبت به مرکز مختصات به آرایه برخورد می کنند .(شکل (۱–۱) مثالی از L آنتن دو قطبی است.)



شکل (۱–۱) یک نمونه از آرایه خطی

بنابراین تفاوت زمانیی که یک موج صفحه ای از منبع i ام میدان دور در جهت (θ_i,φ_i) به عنصر ℓ ام از آرایه می رسد نسبت به زمانی که به مرکز دستگاه مختصات می‌رسد برابر است با:

$$\tau_\ell = \frac{r_\ell . v_\ell(\theta_i,\varphi_i)}{c} \qquad (۱–۱)$$

در این رابطه r_ℓ بردار مکان عنصر ℓام آرایه می باشد و v_ℓ یک بردار یکه در را ستای (θ_i,φ_i) می باشد . c نشاندهنده سرعت انتشار موج صفحه ای در فضای آزاد است. برای یک آرایه خطی با فواصل یکسان بین عناصر آرایهd در راستای محور x با فرض اینکه اولین عنصر در مرکز مختصات واقع شده است، (شکل ۱–۱)، τ_ℓ برابر خواهد بود با :

---

[1] Omnidirectional

$$\tau_\ell = \frac{d}{c}(\ell-1)\sin\theta_i\cos\varphi_i \qquad (۲-۱)$$

سیگنالی که از طرف منبع i ام برروی عنصر مرجع (آنتن روی مرکز مختصات) القا می شود را می توان به صورت ساده زیر بیان کرد :

$$m_i(t)\ e^{j2\pi f_o t} \qquad (۳-۱)$$

$m_i(t)$ نمایانگر تابع مدولاسیون مختلط می باشد . ساختار تابع مدولاسیون نشانگر نوع مدولاسیونی است که در سیستم مخابراتی استفاده می شود . مثلا برای یک سیستمFDMA که یک‌سیستم مدولاسیون فرکانسی می باشد به صورت $A_i e^{j\xi_i(t)}$ است. A_i دامنه حقیقی و $\xi_i(t)$ پیغام می باشد . برای سیستم TDMA به صورت $\sum_n d_i(n)p(t-n\Delta)$ است.p(t) پالس نمونه‌گیری و $d_i(n)$سمبل پیغام می باشد وΔ فاصله زمانی نمونه برداری است و برای سیستم CDMA با عبارت $d_i(t)g(t)$ بیان می شود که $d_i(t)$ رشته اطلاعات است و$g(t)$ یک رشته باینری نویز شبه تصادفی است که مقادیر۱ و ۱- دارد و وظیفه کد کردن را بر عهده دارد. در حالت کلی تابع مدولاسیون را به شکل یک سیگنال پایین گذر مختلط مدل می کنند که میانگین صفرو واریانسی مساوی با توان منبع p_i دارد . با فرض اینکه صفحه موج iام به عنصر ℓ ام به اندازه τ_ℓثانیه زودتر نسبت به عنصر مرجع برخورد می کند سیگنال القا شده در عنصر ℓام از جهت‌منبع i ام را می توان چنین نوشت :

$$m_i(t)\ e^{j2\pi f_o(t+\tau_l)} \qquad (۴-۱)$$

عبارت بالا بر فرض باند باریک بودن سیگنال استوار است یعنی فرض شده‌است که پهنای باند سیگنال آنقدر باریک است و ابعاد آرایه آنقدر کوچک است که تابع مدولاسیون را می توان تقریبا درزمان τ_ℓثابت فرض کرد .-اگر x_ℓ نمایانگر کل سیگنال القا شده در عنصر ℓ ام ناشی از M منبع موج صفحه‌ای باشد ، می‌توان نوشت:

$$x_\ell = \sum_{i=1}^{M} m_i(t)\ e^{j2\pi f_o(t+\tau_l(\theta_i,\varphi_i))} + n_\ell(t) \qquad (۵-۱)$$

$n_\ell(t)$ یک نویز تصادفی است.که در عنصر ℓ ام تخمین زده شده است و شامل نویز زمینه[1] و نویز الکترونیکی تولید شده در کانال ℓام می باشد . فرض می شود که این‌نویز بصورت گذرا[2] سفید ، با میانگین صفر و واریانس σ_n^2 باشد . واضح است‌که اگر عناصر آرایه ، الگوی تابشی یکنواخت

---

[1] Background
[2] Temporally