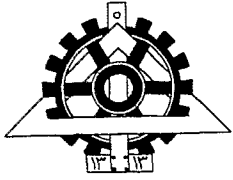


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه تهران  
گروه عمران دانشکده فنی



## تحلیل ترک خوردگی سه بعدی مواد کامپوزیت

۲۰ / ۱۱ / ۱۳۸۱

نگارش:

سید مهدی حق شناس

استاد راهنما:

دکتر سهیل محمدی

وزارتخانه استادن علوم ایران  
توسعه منابع انسانی

۴۷۵۴۲

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در

مهندسی عمران - سازه

دی ماه ۱۳۸۱

۴۷-۲

موضوع:

## تحلیل ترک خوردگی سه بعدی مواد کامپوزیت

نگارش:

سید مهدی حق شناس

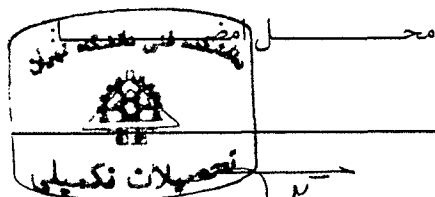
پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته:

مهندسی عمران - سازه

از این پایان نامه در تاریخ ۱۳۸۱/۱۰/۲۲ در برابر

هیأت داوران دفاع بعمل آمده، مورد تصویب قرار گرفت.



سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده:

مدیر گروه آموزشی:

استاد راهنم:

داور مدعو (عضو هیأت داوران ۱):

عضو هیأت داوران ۲:

عضو هیأت داوران ۳:

سید محمدحسین  
لیلیج طهرانی

رضا عطاری

به یاد پدر؛

تقدیم به مادر

## چکیده

امروزه، پوسته های کامپوزیت بدلیل سبکی و مقاومت زیاد از جمله پرکاربردترین مواد در صنایع مختلف و بویژه صنعت هواپیماسازی می باشند. در اینگونه سازه ها به دلیل قرارگیری تحت بارگذاری ضربه ای و ارتعاشی، ترک خوردگی پیشرونده می تواند یک عامل مهم در گسیختگی سازه باشد.

آنالیزهای معمول اجزاء محدود در تحلیل گسترش ترک دچار کاستی هستند، چرا که فرض اولیه در آنها پیوسته بودن محیط است و حتی نرم افزارهایی که قادر به مدل کردن گسیختگی هستند، با استفاده از تئوری مکانیک شکست کار می کنند و توانایی مدل کردن یک محیط با گسستگی های نسبتاً پیچیده را ندارند. این نرم افزارها به عنوان مثال یک ترک موجود در اتصال سازه ای را تحلیل کرده، چگونگی پیشرفت آن را بررسی می کنند و نمی توانند تعداد بیشتری ترک خوردگی را مورد تحلیل قرار دهند.

در این بررسی، پیدایی و گسترش ترک در یک پوسته کامپوزیت سه بعدی بصورت عمومی مورد تحلیل قرار می گیرد. این ترک خوردگی ها انواع گسیختگی درون لایه ای و برون لایه ای را در بر می گیرند. برای اینکار، مدلی بصورت ترکیبی از اجزاء محدود و اجزاء گسسته در نظر گرفته می شود تا بتوان سازه ترک خورده را آنالیز و چگونگی گسترش شکستگی ها را پیش بینی کرد. در روش المان های گسسته المان ها بصورت جدا از هم فرض می شوند و اندرکنش بین آنها با استفاده از مبانی مکانیک تماس محاسباتی بدست می آید. بدین ترتیب مدل دیگر وابسته به مکانیک محیطهای پیوسته نخواهد بود و در هر نقطه از محیط که دچار گسستگی شود، المان ها از هم بصورت مجزا در نظر گرفته می شوند. به عبارت دیگر ترک خوردگی بصورت جدایی المان ها از یکدیگر مدل می شود.

با استفاده از این روش، تحلیل گر قادر است یک محیط کاملاً ترک خورده را مورد بررسی و تحلیل قرار دهد. در این رویکرد، ابتدا یک المان سه بعدی برای محیط نا همسان مورد نظر فرمول بندی و ارائه می شود و سپس المان مزبور در برنامه کامپیوتری وارد شده، هماهنگ می گردد. آنگاه با حل مثال های مختلف و مقایسه با جوابهای تأیید شده موجود کارایی روش مورد بررسی قرار می گیرد. به این ترتیب با ارائه یک شکل هندسی مناسب برای المان، این روش تحلیل می تواند گسترش ترک را در جهات مختلف پوشش دهد و این نکته باعث می شود که حالت های مختلف گسستگی پوسته های کامپوزیت در تحلیل لحاظ شوند.

این پایان نامه در ادامه پایان نامه هایی از دانشکده فنی با عناوین "تحلیل سه بعدی جدا شدگی لایه ها در پوسته های کامپوزیت" و "تحلیل دو بعدی ترک خوردگی درون لایه ای در پوسته های کامپوزیت" انجام می شود.

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان

۱	۱- پیشگفتار
۱	۱-۱) مواد کامپوزیت
۷	۲-۱) مکانیزم‌های خرابی در کامپوزیت‌ها
۸	۳-۱) مروری بر ادبیات فنی
۱۰	۴-۱) چشم‌انداز پژوهش
۱۲	۲- مباحثی از اجزاء محدود غیرخطی
۱۲	۱-۲) مکانیک محیط پیوسته غیرخطی
۱۲	۲-۱-۱) مقدمه
۱۲	۲-۱-۲) سینماتیک تغییرشکل‌های بزرگ
۱۵	۳-۱-۲) معیارهای تنش
۱۷	۴-۱-۲) آهنگ‌های عینی تنش
۱۸	۲-۲) مسأله مقدار مرزی
۲۰	۳-۲) انتگرال‌گیری زمانی صریح
۲۱	۱-۳-۲) روش تفاوت‌های مرکزی
۲۳	۲-۳-۲) گام زمانی پایدار
۲۵	۳- مدل‌های رفتاری و معیارهای گسیختگی کامپوزیت‌ها
۲۵	۱-۳) مقدمه
۲۵	۲-۳) معادلات بنیادی الاستیک
۳۰	۳-۳) تئوری پلاستیسیته
۳۰	۱-۳-۳) مقدمه
۳۱	۲-۳-۳) مواد هیپوالاستیک - پلاستیک
۳۵	۳-۳-۳) فرمول‌بندی کرنش کوچک
۳۶	۴-۳) معیارهای تسلیم / شکست برای مواد غیر ایزوتروپ
۳۶	۱-۴-۳) مقدمه
۳۸	۲-۴-۳) معیار بیشینه تنش
۳۹	۳-۴-۳) معیار بیشینه کرنش
۴۱	۴-۴-۳) معیار هاشین (Hashin)
۴۳	۵-۴-۳) معیار تسای - وو (Tsai-Wu)
۴۵	۶-۴-۳) معیار هافمن (Hoffman)

۴۶	۷-۴-۳) معیار رانکین (Rankine)
۴۷	۵-۳) الگوریتم‌های انتگرال‌گیری بنیادی
۴۹	۱-۵-۳) روش کاملاً ضمنی عقب‌رونده اولر
۵۵	۲-۵-۳) روش نیمه‌ضمنی عقب‌رونده اولر
۵۷	۶-۳) الگوریتم‌های انتگرال‌گیری بنیادی برای مدل هافمن
۵۹	۷-۳) گسترش ترک
۶۰	۱-۷-۳) مکانیک شکست
۶۰	۲-۷-۳) مدل نرم‌شدگی کرنش
۶۳	۳-۷-۳) جهت ترک‌ها
۶۴	۴-۷-۳) الگوریتم ترک‌خوردگی
۶۵	۴- بررسی‌های عددی
۷۸	۵- نتیجه‌گیری
۷۹	مراجع

## (۱) پیشگفتار

### (۱-۱) مواد کامپوزیت

مواد کامپوزیت آنهایی هستند که از ترکیب دو یا چند ماده بدست می‌آیند بطوریکه دارای ویژگیهای مهندسی بهتری نسبت به اجزای تشکیل دهنده خود، به تنهایی باشند. برخی از مشخصاتی که می‌توان با تشکیل یک ماده کامپوزیت بهبود بخشید عبارت اند از سختی، مقاومت، کاهش وزن، مقاومت در برابر خوردگی، ویژگیهای حرارتی، عمر خستگی و مقاومت در برابر فرسودگی.

اغلب مواد کامپوزیت ساخته دست بشر از دو ماده تشکیل می‌شوند. یک ماده پایه که به آن «زمینه» (matrix) گفته می‌شود، و یک ماده برای مسلح کردن که از آن به «فیبر» (Fiber) یاد می‌شود. در این تحقیق از این پس از «فیبر» بصورت جمع و بصورت «الیاف» یاد می‌کنیم.

مواد کامپوزیت عمدتاً در سه گونه متفاوت تولید می‌شوند:

(۱) کامپوزیت‌های الیافی (Fibrous composites) که شامل فیبرهای یک ماده درون زمینه‌ای از ماده دیگر هستند.

(۲) کامپوزیت‌های ذره‌ای (Particulate composites) که از ذرات نسبتاً بزرگ یک ماده در زمینه یک ماده دیگر تشکیل می‌شوند.

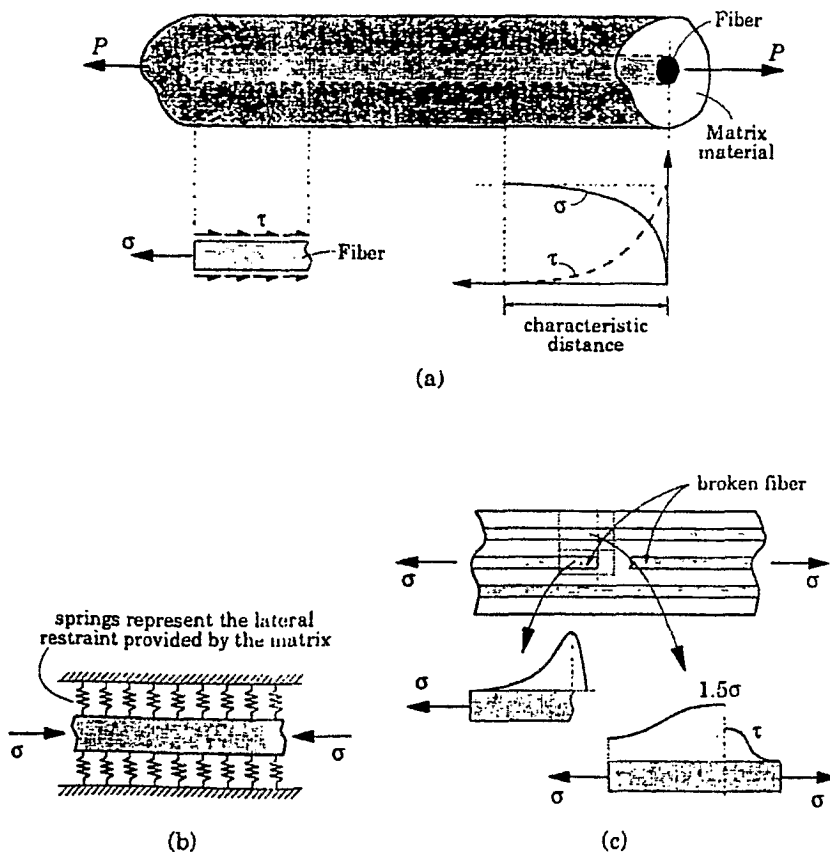
(۳) کامپوزیت‌های لایه‌ای (Laminated composites) که شامل لایه‌هایی از مواد متفاوت، از جمله دو گونه قبل هستند.

سختی و مقاومت کامپوزیت‌های الیافی متأثر از الیاف است، چرا که ماده تشکیل دهنده آنها از ماده تشکیل دهنده زمینه سخت تر و مقاوم تر است. الیاف کوتاه که «ویسکر» (Whisker) خوانده می‌شوند، مشخصات سختی و مقاومت بهتری نسبت به الیاف بلند از خود نشان می‌دهند. قطر «ویسکر» ها بین یک تا ۱۰ میکرواینچ و طول آنها ۱۰ تا ۱۰۰ برابر قطر است. قطر الیاف بین پنج میکرواینچ تا ۰/۰۰۵ اینچ متغیر است. برخی انواع الیاف گرافیت بین پنج تا ۱۰ میکرواینچ قطر دارند، به نحوی که بصورت دسته‌هایی چند هزار تایی مورد استفاده قرار می‌گیرند. ماده زمینه دارای عملکردهای مختلفی از قبیل نگهداری الیاف در کنار یکدیگر، ایفای نقش انتقال بار بین الیاف و محافظت الیاف از معرض شرایط



محیطی می‌باشند. مواد زمینه دارای مشخصات یکنواختی هستند در حالی که ویژگیهای الیاف به جهت وابسته است.

مکانیزم انتقال بار بین ماده زمینه و الیاف را می‌توان با در نظر گرفتن یک رشته بصورت میله‌ای در ماده زمینه تشریح کرد (شکل ۱-۱). انتقال بار بین زمینه و رشته از طریق تنش برشی صورت می‌گیرد. هنگامی که بار وارده کششی است، تنش برشی  $\tau$  در سطح بیرونی رشته بوجود می‌آید و مقدار آن از یک مقدار بیشینه در انتهای رشته به صفر در فاصله‌ای از انتها کاهش می‌یابد. شرایط در مورد تنش کششی  $\sigma$  در رشته کاملاً متفاوت است. به نحوی که تنش کششی از صفر در انتهای رشته تا مقدار بیشینه خود در فاصله‌ای از انتها افزایش می‌یابد.

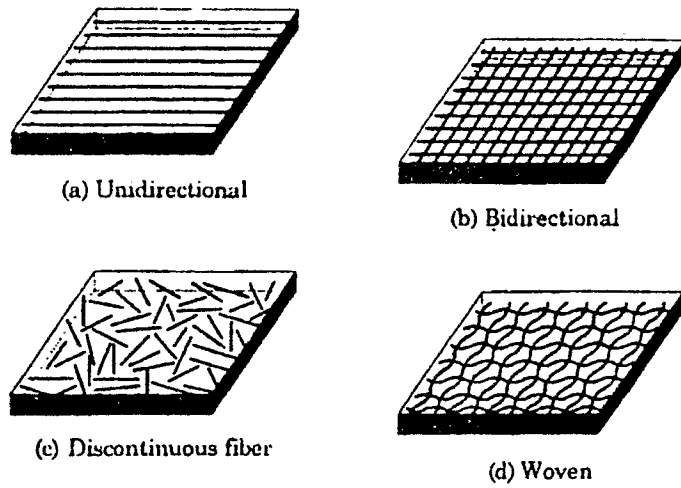


شکل ۱-۱: مکانیزم انتقال بار و توزیع تنش در یک رشته تنه‌ای مدفون در ماده زمینه تحت بار محوری

این دو تنش به همراه یکدیگر بار وارده  $P$  را خنثی می‌کنند. فاصله انتهای آزاد تا نقطه‌ای که در آن تنش محوری به مقدار بیشینه خود و تنش برش به صفر می‌رسد، «فاصله مشخصه» خوانده می‌شود. حالت تنش کششی خالص در بقیه طول رشته حاکم خواهد بود [16].

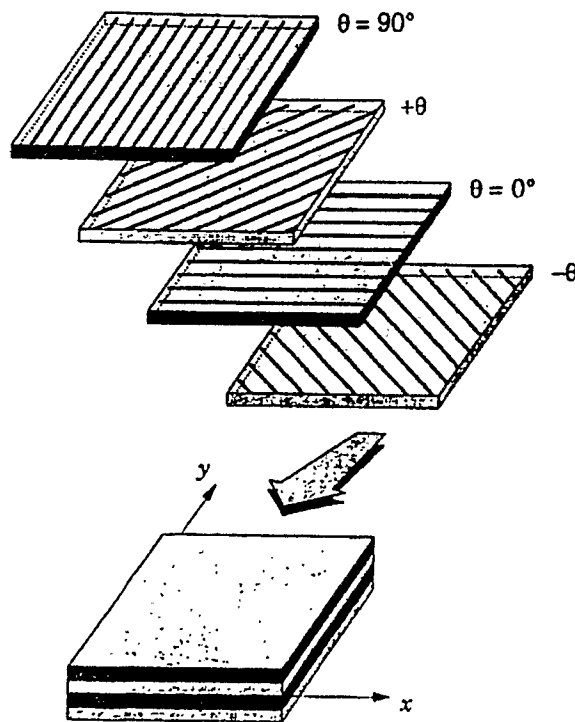
هنگامی که بار اعمال شده فشاری باشد، تنش‌ها در محدوده طول مشخصه دارای علامت عکس خواهند بود. در محدوده فشاری، یعنی بقیه طول رشته، رشته تمایل به کمانش دارد و ماده زمینه تکیه‌گاه جانبی لازم را برای رشته فراهم می‌کند و از تمایل آن به کمانش می‌کاهد (شکل ۱-۱). اگر یک رشته شکسته باشد، بار مربوط به آن بوسیله تنش برشی به دو رشته مجاور منتقل می‌شود و تنش محوری آنها را تا میزان  $1/5\sigma$  افزایش می‌دهد (شکل ۱-۱).

«لایه» (lamina or ply) یک صفحه از ماده کامپوزیت است که بعنوان یک قطعه پایه در ساخت مواد کامپوزیت کاربرد دارد. یک لایه مسلح شده با الیاف (fiber-reinforced lamina) شامل مقدار زیادی الیاف است که در ماده زمینه مدفون شده‌اند. این ماده زمینه می‌تواند از جنس فلز باشد مانند آلومینیوم، و یا از جنس غیر فلز مانند پلیمر. در اغلب موارد، افزودنی‌های شیمیایی و پرکننده‌هایی اضافه می‌شوند تا چسبندگی بین الیاف و زمینه در نتیجه طاقت را افزایش دهند. الیاف می‌توانند بصورت پیوسته یا ناپیوسته، بافته شده، تک جهتی، دو جهتی و یا دارای توزیع تصادفی قرار گرفته باشند. (شکل ۱-۲) لایه‌های مسلح شده با الیاف تک جهتی بیشترین مقاومت و مدول الاستیسیته را در جهت الیاف از خود نشان می‌دهند، اما در جهت عمود بر الیاف دارای مقاومت و مدول الاستیسیته بسیار کمی هستند. چسبندگی ضعیف بین الیاف و زمینه باعث وجود مشخصات جانبی ضعیف و نیز گسیختگی‌هایی بصورت بیرون کشیده شدن الیاف، پارگی الیاف و کمانش الیاف خواهد شد. کامپوزیت‌های مسلح با الیاف ناپیوسته دارای مقاومت و مدول الاستیسیته کمتری نسبت به انواع مسلح با الیافت پیوسته هستند.



شکل ۲-۱: انواع مختلف لایه‌های مسلح شده با الیاف

ورق لایه لایه (laminate) مجموعه‌ای از چند لایه به هم چسبیده است که برای رسیدن به سختی و ضخامت دلخواه در کنار هم قرار داده شده‌اند. بعنوان نمونه، لایه‌های مسلح با الیاف تک جهتی می‌توانند بصورت هم جهت و یا در جهت‌های متفاوت به یکدیگر چسبانده شوند (شکل ۳-۱).



شکل ۳-۱: یک ورق چند لایه متشکل از لایه‌هایی با جهت‌گیری متفاوت

ترتیب جهت گیری‌هایی گوناگون یک لایه مسلح در ورق لایه لایه را «طرح لایه بندی» (lamination scheme) یا «ترتیب چسباندن» (stacking scheme) می‌خوانیم. معمولاً از ماده زمینه خود لایه‌ها برای چسباندن آنها به یکدیگر استفاده می‌شود. ورق لایه لایه تک جهتی (شامل لایه‌هایی با جهت الیاف یکسان) در جهت قرارگیری لایه‌ها بسیار قوی و در جهت عمود بر قرارگیری آنها و نیز در برش ضعیف خواهد بود.

اگر ورق لایه لایه دارای لایه‌هایی با جهت گیری الیاف در زاویه  $30^\circ$  یا  $45^\circ$  باشد، توانایی تحمل بارهای برشی را خواهد داشت. امکان‌های مختلف برای طرح لایه بندی و ویژگی‌های مادی تک تک لایه‌ها، انعطاف پذیری افزوده‌ای را برای طراحان بوجود می‌آورد تا بتوانند سختی و مقاومت ورق لایه لایه را بگونه‌ای تنظیم کنند که با نیازهای سازه‌ای مورد نظر در تطابق باشد. البته سازه‌های ساخته شده از این ورق‌های لایه لایه دارای معایبی نیز هستند. بدلیل تفاوت خصوصیات مادی بین لایه‌ها، تنش‌های برشی بوجود آمده بین آنها بویژه در کناره‌ها، ممکن است باعث ترک خوردگی بین لایه‌ای (delamination) گردد. همچنین طی ساخت این ورق‌ها نقص‌هایی مانند فضاهای خالی درون لایه‌ای، لایه لایه شدن، جهت گیری نادرست، الیاف آسیب دیده و تفاوت ضخامت ممکن است بوجود آیند.

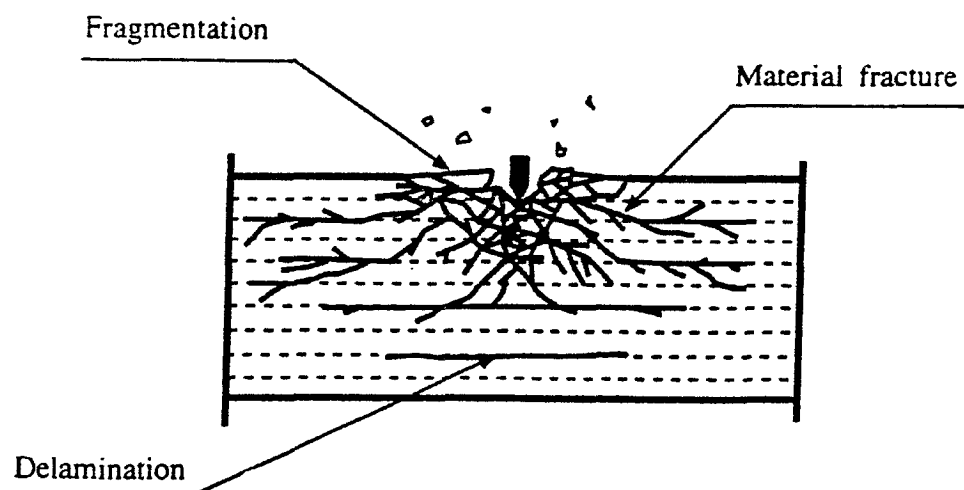
جدول (۱-۱) برخی از مشخصات مواد تشکیل دهنده کامپوزیت‌ها را نمایش می‌دهد [8].

جدول 1-1: مشخصات مواد تشکیل دهنده کامپوزیت‌ها

Material	Density $\rho$ , g/cm <sup>3</sup> (lb/in <sup>3</sup> )	Modulus $E_L$ , GPa (Msi)	Poisson's Ratio $\nu_L$	Strength $\sigma_L^*$ , MPa (ksi)	Specific Stiffness $(E/\rho)_F$ $(E/\rho)_{Al}$	Specific Strength $(\sigma^*/\rho)_F$ $(\sigma^*/\rho)_{Al}$	Thermal Expansion Coefficient $\alpha_L$ , $\mu\text{m}/^\circ\text{C}$ ( $\mu\text{in}/^\circ\text{F}$ )
<b>METALS</b>							
Steel	7.8 (0.284)	200 (29)	0.32	1724 (250)	1.0	1.2	12.8 (7.1)
Aluminum	2.7 (0.097)	69 (10)	0.33	483 (70)	1.0	1.0	23.4 (13.0)
Titanium	4.5 (0.163)	91 (13.2)	0.36	758 (110)	0.95	1.2	8.8 (4.9)
<b>FIBERS (Axial Properties)</b>							
AS4	1.80 (0.065)	235 (34)	0.20	3599 (522)	5.1	11.1	-0.8 (-0.44)
T300	1.76 (0.064)	231 (33)	0.20	3654 (530)	5.1	11.5	-0.5 (-0.3)
P100S	2.15 (0.078)	724 (105)	0.20	2199 (319)	13.2	5.5	-1.4 (-0.78)
IM8	1.8 (0.065)	310 (45)	0.20	5171 (750)	6.7	16.1	-
Boron	2.6 (0.094)	385 (55.8)	0.21	3799 (551)	5.8	8.3	8.3 (4.6)
Kevlar 49	1.44 (0.052)	124 (18)	0.34	3620 (525)	3.6	13.9	-2.0 (-1.1)
SCS-6	3.3 (0.119)	400 (58.0)	0.25	3496 (507)	5.1	6.1	5.0 (2.77)
Nicalon	2.55 (0.092)	180 (28)	0.25	2000 (290)	2.8	4.4	4.0 (2.2)
Alumina	3.95 (0.143)	379 (55)	0.25	1585 (230)	3.7	1.9	7.5 (4.2)
S-2 Glass	2.46 (0.090)	86.8 (12.6)	0.23	4585 (665)	1.4	10.4	1.6 (0.9)
E-Glass	2.58 (0.093)	69 (10.0)	0.22	3450 (500)	1.05	7.5	5.4 (3.0)
Sapphire	3.97 (0.143)	435 (63)	0.28	3600 (522)	4.3	5.1	8.8 (4.9)
<b>MATRIX MATERIALS</b>							
Epoxy	1.38 (0.050)	4.6 (0.67)	0.36	58.6 (8.5)	0.08	0.4	63 (35)
Polyimide	1.46 (0.053)	3.5 (0.5)	0.35	103 (15)	0.03	0.4	36 (20)
Copper	8.9 (0.32)	117 (17)	0.33	400 (58)	0.5	0.3	17 (9.4)
Silicon carbide	3.2 (0.116)	400 (58)	0.25	310 (45)	4.9	0.5	4.8 (2.67)

## ۲-۱) مکانیزم‌های خرابی در کامپوزیت‌ها

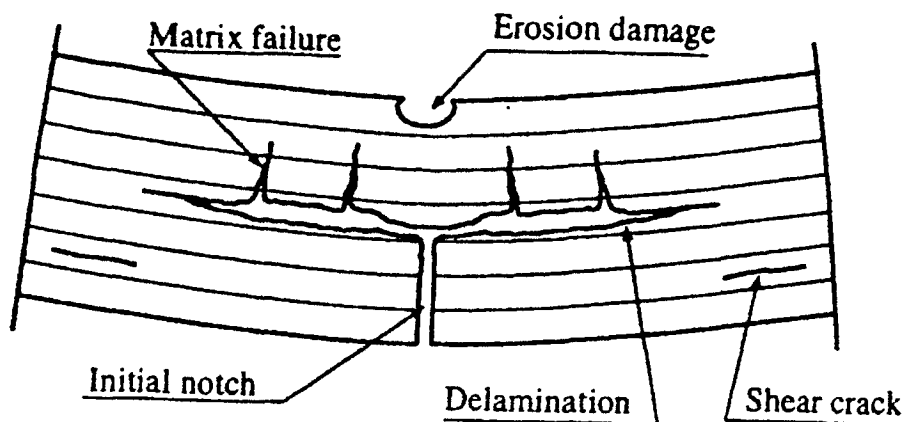
یکی از اصلی‌ترین مسایل قابل توجه در طراحی سازه‌های کامپوزیت آسیب‌پذیری آنها در برابر بارگذاری ضربه‌ای جانبی (شکل ۴-۱) است که می‌تواند به خرابی درونی اجزای سازه در فرم‌های ترک‌خوردگی زمینه (matrix cracking)، جدایی لایه‌ها (delamination)، پارگی الیاف (fiber breakage) و حتی تکه‌تکه شدن (fragmentation) بیانجامد (شکل ۵-۱). برای نمونه قطعات ساخته شده از مواد کامپوزیت در بدنه یک هواپیما باید بتوانند در برابر ضربات با انرژی کم مانند برخورد ناشی از افتادن ابزار، ضربات با انرژی متوسط همچون برخورد ذرات معلق و یا پرندگان در هنگام پرواز و نیز ضربات با انرژی بالای ناشی از حملات ضد هوایی در کاربردهای نظامی مقاومت نمایند.



شکل ۴-۱: ترک خوردگی پیشرونده و تکه تکه شدن در یک نمونه کامپوزیت نوعی تحت بار ضربه‌ای جانبی

در ضربه‌های با سرعت بالا جدایی لایه‌ها انرژی زیادی را جذب نمی‌کند بلکه ترک‌خوردگی زمینه و قطعه قطعه شدن موده‌های غالب خرابی هستند [15]. البته بررسی‌های اخیر نشان داده است که

جدایی لایه‌ها به همراه ترک خوردگی زمینه مهمترین عوامل تخریب سازه‌های کامپوزیت به ویژه تحت اثر ضربه‌های با سرعت پایین می‌باشند.



شکل ۱-۵: مدهای مختلف گسیختگی در یک تیر کامپوزیت تحت بار ضربه‌ای

### ۳-۱) مروری بر ادبیات فنی

با توجه به اهمیت مسأله آسیب‌پذیری پوسته‌های کامپوزیت در برابر بارگذاری دینامیکی جانبی، مطالعات تحلیلی، عددی و آزمایشگاهی بسیاری برای بررسی خرابی‌های ناشی از اینگونه بارگذاری تا به امروز انجام شده است (6) نمونه‌ای از بررسی‌های تحلیلی است. همچنین به عنوان نمونه مراجع [22] و [10] به بررسی‌های توأم آزمایشگاهی و عددی پرداخته است) در سال‌های اخیر به دلیل قوی‌تر شدن امکانات محاسباتی پژوهش‌های عددی زیادی درباره مدل‌سازی عددی خرابی‌های پوسته‌های کامپوزیت انجام شده است، مراجع [7]، [9]، [10]، [11]، [12]، [14]، [20] و [21] از این دسته‌اند.

ویلیامز (Williams) و وزیری (Vaziri) در سال ۲۰۰۱ م. با بهره‌گیری از مکانیک خرابی محیط پیوسته (Continuum damage mechanics) و با بهره‌گیری از نمودار تنش - کرنش پیش‌بینی شده توسط این نظریه شکل (۱-۶) موفق شدند که شکل خرابی ایجاد شده در یک صفحه کامپوزیت را با دقت خوبی پیش‌بینی کنند. توضیح اینکه آنها با انجام آزمایش‌هایی به نتایج مشابه با پیش‌بینی‌های خود رسیدند. مدل‌های مبتنی بر مکانیک خسارت محیط پیوسته در بسیاری از مراجع این تحقیق