



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی عمران

رساله دکتری

توسعه روش ایزوژئومتریکی در مدلسازی، تحلیل و بهینه سازی
مسایل تنش/کرنش مسطح و تقارن محوری با مواد مرکب تابعی

ناصر ظریف مقدم باصفت

استاد راهنما :

دکتر بهروز حسنی

بهمن ماه سال ۱۳۹۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده : مهندسی عمران و معماری

گروه : عمران

توسعه روش ایزوژئومتریکی در مدلسازی، تحلیل و بهینه سازی
مسایل تنش/کرنش مسطح و تقارن محوری با مواد مرکب تابعی

دانشجو : ناصر ظریف مقدم باصفت

استاد راهنما :

دکتر بهروز حسنی

رساله دکتری جهت اخذ درجه دکتری

بهمن ماه ۱۳۹۰

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده : مهندسی عمران و معماری

گروه : مهندسی عمران

رساله دکتری آقای ناصر ظریف مقدم باصفت

تحت عنوان:

توسعه روش ایزوژئومتریکی در مدلسازی، تحلیل و بهینه سازی

مسایل تنش/ کرنش مسطح و تقارن محوری با مواد مرکب تابعی

در تاریخ ۱۳۹۰/۱۱/۰۹ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک دکتری مورد ارزیابی و

با درجه مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	اساتید راهنما
	نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی : دکتر بهروز حسینی

امضاء	تحصیلات	نماینده تکمیلی	امضاء	اساتید داور
				نام و نام خانوادگی : دکتر سهیل محمدی
		نام و نام خانوادگی :		نام و نام خانوادگی :
		بب		نام و نام خانوادگی :
				نام و نام خانوادگی :

آرزو هایم زیر انبوهی از خاکستر

هنوز نفس می کشد

هنوز شعله ورنند

نسیم مهربانی تو کدام جمعه می وزد

تقدیم به او

تشکر و قدردانی

اکنون خوشحالم از اینکه می‌توانم از استاد ارجمندم جناب آقای دکتر بهروز حسنی، تشکری صمیمانه داشته باشم. من در سال ۱۳۸۰ هنگامی که دوره کارشناسی ارشد را در دانشگاه صنعتی شاهرود شروع کردم، با ایشان آشنا شدم و در ده سال گذشته همواره از افتادگی و سعه صدر ایشان در شگفت بودم. مهربانی و احترام ایشان در مواجهه با دانشجویان را هیچ‌گاه از یاد نمی‌برم و باعث افتخارم است که عنوان شاگردی ایشان را داشته‌ام.

از طرفی بر خود لازم می‌دانم که از اساتید محترم دانشکده عمران دانشگاه صنعتی شاهرود، آقایان دکتر نادری، دکتر احمدی، دکتر ساغروانی، دکتر کلات جاری و دکتر کیهانی، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم. همچنین از داوران محترم جناب دکتر سهیل محمدی از دانشکده عمران دانشگاه تهران و جناب دکتر محمد ابوالبشری از دانشکده مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد بخاطر قبول زحمت و ارائه نظرات خوبشان کمال تشکر را دارم.

همچنین لازم می‌دانم تا از دوستان عزیزم از جمله، جناب آقایان دکتر سید مهدی توکلی، مهندس احمد گنجعلی و مهندس مازیار کوشا تشکر نمایم.

و اما پدر عزیز و مادر گرامی‌ام، همواره یار و همراه من بودید و در دوران تحصیل از هیچ کمکی دریغ نوزدید. دستتان را می‌بوسم. هیچ‌گاه نتوانستم و ندانستم که چگونه باید از شما تشکر کنم.

در نهایت نیز از همسر مهربانم که در این مدت با صبر و شکیبایی خویش یار و همراه من بودند، تشکر می‌نمایم.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه (رساله) نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات ، آزمایشات و نوآوری ناشی از تحقیق موضوع این رساله متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد .

بهمن ماه سال یک هزار و سیصد و نود

چکیده:

این رساله در دو بخش تدوین یافته است. بخش اول به توسعه روش تحلیل ایزوژئومتریکی برای حل معادلات دیفرانسیل با ضرایب متغیر حاکم بر مسایل یک بعدی، دوبعدی تک متغیره و دوبعدی چند متغیره اختصاص یافته است. لذا در این بخش مفهوم وصله‌های با خواص متغیر برای اولین بار معرفی شده است که خود سبب ایجاد جامعیت بیشتر روش ایزوژئومتریکی در مواجهه با مسائل مختلف می‌شود؛ از این رو نام “روش ایزوژئومتریکی جامع” برای آن انتخاب شده است. به عنوان نمونه‌ای از این مسائل، تحلیل تنش در مواد مرکب تابعی، که امروزه از جمله پیشرفته ترین مصالح کامپوزیتی محسوب می‌شوند، مورد بررسی قرار گرفته است و فرمولهای مربوط با استفاده از شکل ضعیف معادلات حاکم استخراج شده است. در این رساله مراد از روش ایزوژئومتریکی، روشی است که با جایگزینی توابع پایه اسپلاین بجای توابع شکل چندجمله‌ای در روش اجزای محدود ایجاد می‌شود. درحالی‌که منظور از روش ایزوژئومتریکی جامع روشی است که از توسعه روش ایزوژئومتریکی با جایگزینی وصله‌های با خواص متغیر حاصل می‌شود. با توجه به اینکه در روش تحلیل ایزوژئومتریکی متداول، دیدگاهی شبیه اجزای محدود نسبت به مساله وجود دارد، محدودیتهایی مشابه روش اجزای محدود در مواجهه با حل مسایل تنش/کرنش مسطح و تقارن محوری با مواد مرکب تابعی، مشاهده می‌شود. مهمترین این محدودیتها ثابت بودن مشخصات مکانیکی مساله در یک وصله می‌باشد. از مزایای روش تحلیل ایزوژئومتریکی جامع، قابلیت استفاده از تکنیکهای پیشرفته تولید هندسه برای مدلسازی هرگونه تغییرات خواص مصالح مانند مدول الاستیسیته و ضریب پواسون می‌باشد. در نهایت برنامه‌ای به زبان فرترن جهت مدلسازی و تحلیل مسائل مذکور تهیه و مورد استفاده قرار گرفته است.

بخش دوم رساله به مبحث بهینه سازی سازه‌ها اختصاص یافته است. در فرآیند بهینه‌سازی روش برنامه‌ریزی ترتیبی درجه دوم (SQP) به عنوان یکی از روشهای متداول برنامه‌ریزی ریاضی مورد استفاده قرار گرفته است. با توجه به اینکه مشخصات هندسی مساله و مشخصات مکانیکی مصالح در

روش ایزوژئومتریك جامع توسط نقاط كنترلی تعريف می شوند، با در نظر گرفتن آنها به عنوان متغیر طراحی، بهینه سازی شكل سازه، بهینه سازی توزیع ضخامت و نیز بهینه سازی توزیع مصالح امکان پذیر می باشد. با استفاده از فن آوری به كار رفته در روش ایزوژئومتریك جامع برای تولید هندسه و همچنین تحلیل، همانگونه كه انتظار می رود شكلهای نهایی به دست آمده از فرآیند بهینه سازی دارای مرزهای هموار می باشند.

لغات کلیدی: روش ایزوژئومتریك، مصالح مرکب تابعی، بهینه سازی سازه، تکنیک

نربز.

مقالات ژورنالی:

HASSANI, B., TAVAKKOLI, S. M. & MOGHADAM, N. Z. 2011. "Application of isogeometric analysis in structural shape optimization." *Scientia Iranica, Transactions A: Civil Engineering*, doi:10.1016/j.scient.2011.07.014.

حسینی، ب. و ظریف مقدم، ن.، (۱۳۸۹)، "مدلسازی و تحلیل همزمان مسائل تنش مسطح با مصالح FG به روش ایزوژئومتریک"، نشریه علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک، سال بیست و دوم، شماره یک، دانشگاه فردوسی مشهد.

HASSANI, B., MOGHADDAM, N. Z. & TAVAKKOLI, S. M. 2009. "ISOGEOMETRICAL SOLUTION OF LAPLACE EQUATION." *ASIAN JOURNAL OF CIVIL ENGINEERING*, 10, 579-592.

مقالات کنفرانس خارجی:

HASSANI, B., KHANZADI, M., TAVAKKOLI, S. M. & MOGHADAM, N. Z. 2009. "Isogeometric shape optimization of three dimensional problems." WCSMO09, 8th World Congress on Structural and Multidisciplinary Optimization, June 1 - 5 Lisbon, Portugal.

HASSANI, B. & MOGHADDAM, N. Z. 2010. "Isogeometrical Analysis of Functionally Graded Materials in Plane Elasticity Problems." SEMC2010, The Fourth International Conference on Structural Engineering, Mechanics and Computation. Cape Town, South Africa.

مقالات کنفرانس داخلی:

ظریف مقدم، ن. و حسینی، ب. (۱۳۸۹)، "استفاده از اسپلاینها در مدلسازی و تحلیل مسایل تنش/ کرنش مسطح"، پنجمین کنگره ملی مهندسی عمران، دانشگاه فردوسی، مشهد، ایران.

فصل اول: مقدمه ۱-۱

- ۱-۱ مقدمه ۲
- ۲-۱ تاریخچه روش تحلیل ایزوژئومتریک ۳
- ۳-۱ معرفی روش تحلیل ایزوژئومتریک ۵
- ۴-۱ فرضیات و گامهای حل مساله ۷
- ۵-۱ برنامه‌های کامپیوتری تهیه شده در این رساله ۸
- ۶-۱ ساختار کلی رساله ۱۰

فصل دوم: اسپلینها و نربز ۱۱

- ۱-۲ مقدمه ۱۲
- ۲-۲ تاریخچه اسپلینها ۱۲
- ۳-۲ چرا اسپلینها؟ ۱۳
- ۴-۲ توابع پایه اسپلین ۱۴
- ۲-۴-۱ تعریف توابع پایه اسپلین ۱۴
- ۲-۴-۲ برخی از خواص مهم توابع پایه اسپلین ۱۷
- ۵-۲ مشتقات توابع پایه ۱۸
- ۶-۲ انواع بردار گره ۲۰
- ۷-۲ منحنیها و سطوح اسپلین ۲۱
- ۸-۲ مشتق منحنیها و سطوح اسپلین ۲۲
- ۹-۲ خواص منحنیها و سطوح اسپلین ۲۵
- ۱۰-۲ منحنیها و سطوح نربز ۳۱
- 11-2 مشتقات منحنیها و سطوح نربز ۳۲
- 12-2 خواص منحنیها و سطوح نربز ۳۴

فصل سوم: روش تحلیل ایزوژئومتریک جامع (GIGA) ۳۶

- ۱-۳ مقدمه ۳۷
- ۲-۳ هندسه محاسباتی ۳۷

۳۸	۳-۳ مکانیک محاسباتی و روشهای عددی
۴۰	۳-۴ طراحی هندسه به کمک کامپیوتر
۴۱	۳-۵ مواد مرکب تابعی
۴۴	۳-۶ معرفی روش تحلیل ایزوژئومتری (IGA)
۴۸	۳-۷ مفهوم ایزوپارامتریک
۴۹	۳-۸ روش تحلیل ایزوژئومتریک جامع (GIGA)
۵۷	۳-۹ مقایسه روشهای IGA, FEM و GIGA
۵۸	10-3 انتگرال گیری عددی در روش IGA
۵۹	11-3 مقایسه ای بین وصله ها در IGA و المانها در FEM
۶۱	۳-۱۲ طرح چند موضوع در روش تحلیل ایزوژئومتریک
۶۱	۳-۱۲-۱ استفاده از معکوس نریز در تخمین توابع
۶۶	۳-۱۲-۲ انتگرالگیری از توابع پایه
۶۸	۳-۱۲-۳ مفهوم مقدار پارامتر ۲ در ارزیابی مقدار توابع

فصل چهارم: فرمولبندی روش تحلیل ایزوژئومتریک جامع ۶۹

۷۰	۴-۱ مقدمه
۷۰	۴-۲ معادلات دیفرانسیل چند متغیره (مسائل تنش/ کرنش مسطح)
۸۰	۴-۳ معادلات دیفرانسیل چند متغیره (مسائل تقارن محوری)

فصل پنجم: حل مسائل با روش GIGA ۸۳

۸۴	۵-۱ مقدمه
۸۴	۵-۲ بخش اول: حل معادلات دیفرانسیل یک بعدی مرتبه دوم
۸۴	۵-۲-۱ مثال اول: معادله دیفرانسیل یک بعدی مرتبه دوم - شماره یک
۸۹	۵-۲-۲ مثال دوم: معادله دیفرانسیل یک بعدی مرتبه دوم - شماره دو
۹۲	۵-۲-۳ مثال سوم: معادله دیفرانسیل یک بعدی مرتبه دوم - شماره سه
۹۴	۵-۲-۴ بررسی زمان حل در مثالهای قبیل
۹۶	۵-۳ بخش دوم
۹۶	۵-۳-۱ مثال چهارم: معادله دیفرانسیل دو بعدی مرتبه دوم - حالت اول

- ۱۰۲.....۲-۳-۵ مثال پنجم: معادله دیفرانسیل دو بعدی مرتبه دوم - حالت دوم.....
- ۱۰۴.....۴-۵ بخش سوم.....
- ۱۰۴.....5-4-1 مثال ششم: صفحه مستطیلی با نیروی کششی و مصالح FGM.....
- ۱۰۸.....5-4-2 مثال هفتم: صفحه مستطیلی طره و مصالح FGM.....
- ۱۱۲.....۳-۴-۵ مثال هشتم: مساله صفحه مربع شکل با مصالح FG.....
- ۱۱۵.....۴-۴-۵ مثال نهم: مساله تقارن محوری با مصالح FG.....
- ۱۱۹.....۵-۴-۵ مثال دهم: مساله تقارن محوری با مصالح FG و تغییرات درجه سه.....
- ۱۲۳.....۶-۴-۵ مثال یازدهم: مساله صفحه طره مربعی با مشخصات ارتوتروپیک تصادفی.....

فصل ششم: حل مسائل بهینه سازی ۱۲۹

- ۱۳۰.....۱-۶ مقدمه.....
- ۱۳۰.....۲-۶ بهینه سازی شکل سازه ها.....
- ۱۳۳.....۳-۶ تعریف مساله بهینه سازی.....
- ۱۳۴.....۴-۶ کاربرد روش تحلیل ایزوژئومتریک در بهینه سازی سازه ها.....
- ۱۳۴.....۱-۴-۶ مثال اول: بهینه سازی شکل تیر طره.....
- ۱۴۱.....۲-۴-۶ مثال دوم: بهینه سازی شکل تیر دوسرگردار.....
- ۱۴۴.....۳-۴-۶ مثال سوم: بهینه سازی شکل صفحه مربعی با حفره میانی.....
- ۱۴۷.....۴-۴-۶ مثال چهارم: بهینه سازی شکل آچار.....
- ۱۴۸.....۵-۴-۶ مثال پنجم: بهینه سازی توزیع ضخامت در تیر عمیق.....
- ۱۵۱.....۶-۴-۶ مثال ششم: بهینه سازی توزیع ضخامت صفحه با تکیه گاه دوسر ساده.....
- ۱۵۳.....۷-۴-۶ مثال هفتم: بهینه سازی توزیع ضخامت در صفحه طره.....
- ۱۵۶.....۸-۴-۶ مثال هشتم: بهینه سازی توزیع ضخامت در یک صفحه طره خمیده.....
- ۱۵۸.....۹-۴-۶ مثال نهم: بهینه سازی توزیع مدول الاستیسیته در یک صفحه طره خمیده.....
- ۱۶۱.....۱۰-۴-۶ مثال دهم: بهینه سازی توزیع مدول الاستیسیته در یک صفحه طره.....
- ۱۶۲.....۱۱-۴-۶ مثال یازدهم: بهینه سازی توزیع مدول الاستیسیته در یک صفحه L شکل.....
- ۱۶۴.....6-4-12 مثال دوازدهم: بهینه سازی توپولوژی صفحه طره مربعی با مصالح ارتوتروپیک FG.....

فصل هفتم: نتایج و پیشنهادات..... ۱۶۵

۱-۷ مقدمه..... ۱۶۶

۲-۷ نکات عمومی..... ۱۶۷

۳-۷ نتایج..... ۱۶۸

۴-۷ پیشنهادات..... ۱۷۱

مراجع:..... ۱۷۳

مراجع فارسی..... ۱۷۱

مراجع لاتین:..... ۱۷۱

فهرست جداول:

جدول ۱-۲: انواع حالات بردار گره.....	۲۰
جدول ۱-۳: نقاط عطف در توسعه توابع پایه روشهای اجزای محدود و بدون شبکه.....	۴۳
جدول ۲-۳: نقاط عطف در توسعه روشهای طراحی به کمک کامپیوتر.....	۴۴
جدول ۳-۳: نقاط عطف در توسعه روشهای طراحی به کمک کامپیوتر.....	۴۷
جدول ۴-۳: مقایسه روشهای FEM، IGA و GIGA.....	۵۸
جدول ۵-۳: حالات مختلف در مقادیر پارامترها برای محاسبه $f(x)$	۶۲
جدول ۶-۳: نقاط انتگرال گیری گوس.....	۶۷
جدول ۱-۵: خطای حل بازای $p = 3$	۸۷
جدول ۲-۵: خطای حل بازای $p = 5$	۸۷
جدول ۳-۵: خطای حل بازای $n = 10$	۸۸
جدول ۴-۵: خطای حل بازای $n = 20$	۸۸
جدول ۵-۵: خطای حل بازای $n = 50$	۸۸
جدول ۶-۵: خطای حل بازای $n = 100$	۸۸
جدول ۷-۵: زمان مورد نیاز برای حل به ازای $p = 2$	۹۵
جدول ۸-۵: زمان مورد نیاز برای حل به ازای $p = 3$	۹۵
جدول ۹-۵: زمان مورد نیاز برای حل به ازای $p = 5$	۹۵
جدول ۱۰-۵: مقایسه جواب FEA و ایزوژئومتریک.....	۹۹
جدول ۱۱-۵: مقایسه حل ایزوژئومتریک و FEA با شبکه نقاط کنترلی شبه منظم.....	۱۰۰
جدول ۱۲-۵: مقایسه حل ایزوژئومتریک و FEA با شبکه نقاط کنترلی نامنظم.....	۱۰۰
جدول ۱۳-۵: نتایج حل مثال با شبکه منظم و بردار گره غیریکنواخت.....	۱۰۱
جدول ۱۴-۵: مختصات نقاط کنترلی با استفاده از تکنیک معکوس نریز.....	۱۲۰
جدول ۱۵-۵: بردار گره یکنواخت برای تابع پایه درجه دو.....	۱۲۱

فهرست اشکال:

- شکل ۱-۲: توابع پایه با درجه صفر $p = 0$ ۱۵
- شکل ۲-۲: توابع پایه با درجه یک $p = 1$ ۱۶
- شکل ۳-۲: توابع پایه با درجه دو $p = 2$ ۱۷
- شکل ۴-۲: مشتقات توابع پایه با درجه یک $p = 1$ ۱۹
- شکل ۵-۲: مشتقات توابع پایه با درجه دو $p = 2$ ۱۹
- شکل ۶-۲: دسته بندی انواع بردارهای گره ۲۰
- شکل ۷-۲: منحنی درجه سه اسپلاین بیزیر با $U = \{0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1\}$ ۲۶
- شکل ۸-۲: (الف) توابع پایه درجه سه با $U = \left\{0, 0, 0, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1, 1, 1, 1\right\}$ (ب) منحنی درجه سه مربوطه ۲۶
- شکل ۹-۲: منحنی درجه دو اسپلاین واقع در یک مثلث ۲۸
- شکل ۱۰-۲: منحنی درجه سه اسپلاین واقع در یک چهارضلعی ۲۸
- [شکل ۱-۶](#): ایجاد پدیده زیگزاگی در مرزهای بهینه سازه ۱۳۲
- شکل ۲-۶: مشخصات تیر طره جهت بهینه سازی شکل ۱۳۵
- شکل ۳-۶: نتایج تحلیل تنش S_{11} ۱۳۵
- شکل ۴-۶: نتایج تحلیل تنش S_{vm} ۱۳۶
- شکل ۵-۶: نتیجه بهینه سازی شکل - حالت اول ۱۳۶
- شکل ۶-۶: تاریخچه بهینه سازی - حالت اول ۱۳۷
- شکل ۷-۶: نتیجه بهینه سازی شکل - حالت دوم ۱۳۸
- شکل ۸-۶: تاریخچه بهینه سازی - حالت دوم ۱۳۸
- شکل ۹-۶: نتیجه بهینه سازی شکل - حالت سوم ۱۳۹
- شکل ۱۰-۶: تاریخچه بهینه سازی - حالت سوم ۱۳۹
- شکل ۱۱-۶: نتیجه بهینه سازی شکل - حالت چهارم ۱۴۰
- شکل ۱۲-۶: تاریخچه بهینه سازی - حالت چهارم ۱۴۰
- شکل ۱۳-۶: مشخصات تیر دوسرگیردار جهت بهینه سازی شکل ۱۴۱

- شکل ۱۴-۶: نتایج تحلیل تنش S'_{11} و S'_{mm} ۱۴۲
- شکل ۱۵-۶: نتیجه بهینه سازی شکل - حالت اول ۱۴۲
- شکل ۱۶-۶: تاریخچه بهینه سازی - حالت اول ۱۴۳
- شکل ۱۷-۶: نتیجه بهینه سازی شکل - حالت دوم ۱۴۴
- شکل ۱۸-۶: تاریخچه بهینه سازی - حالت دوم ۱۴۴
- شکل ۱۹-۶: مثال صفحه مربعی با حفره دایره‌ای شکل در میان آن ۱۴۵
- شکل ۲۰-۶: مشخصات ربع صفحه با حفره میانی با ۵۴ نقطه کنترلی ۱۴۵
- شکل ۲۱-۶: شکل بهینه صفحه با حفره میانی ۱۴۶
- شکل ۲۲-۶: تاریخچه بهینه سازی صفحه با حفره میانی ۱۴۶
- شکل ۲۳-۶: مشخصات مساله بهینه سازی شکل آچار با ۱۳۰ نقطه کنترلی ۱۴۷
- شکل ۲۴-۶: شکل بهینه آچار ۱۴۸
- شکل ۲۵-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله آچار ۱۴۸
- شکل ۲۶-۶: مشخصات مساله بهینه سازی توپولوژی تیر عمیق با ۶۶ نقطه کنترلی ۱۴۹
- شکل ۲۷-۶: کانتورهای توزیع ضخامت در مساله تیر عمیق ۱۵۰
- شکل ۲۸-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله تیر عمیق ۱۵۰
- شکل ۲۹-۶: مشخصات مساله بهینه سازی توزیع ضخامت صفحه دوسر ساده با ۱۲۱ نقطه کنترلی ۱۵۱
- شکل ۳۰-۶: کانتورهای توزیع ضخامت در مساله تیر عمیق ۱۵۱
- شکل ۳۱-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه دوسر ساده ۱۵۲
- شکل ۳۲-۶: کانتورهای توزیع ضخامت در مساله تیر عمیق با تکیه‌گاه در گوشه‌های بالا ۱۵۲
- شکل ۳۳-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه دوسر ساده ۱۵۳
- شکل ۳۴-۶: مشخصات مساله بهینه سازی توپولوژی صفحه طره مربعی با ۱۲۱ نقطه کنترلی ۱۵۴
- شکل ۳۵-۶: کانتورهای توزیع ضخامت در مساله تیر عمیق - حالت اول ۱۵۴
- شکل ۳۶-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه طره - حالت اول ۱۵۵
- شکل ۳۷-۶: کانتورهای توزیع ضخامت در مساله تیر عمیق - حالت دوم ۱۵۵
- شکل ۳۸-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه طره - حالت دوم ۱۵۶

- شکل ۳۹-۶: مشخصات مساله بهینه سازی توپولوژی صفحه طره خمیده با ۸۵ نقطه کنترلی ۱۵۶
- شکل ۴۰-۶: کانتورهای توزیع ضخامت در مساله صفحه طره خمیده ۱۵۷
- شکل ۴۱-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه طره خمیده ۱۵۷
- شکل ۴۲-۶: کانتورهای توزیع مدول الاستیسیته در مساله صفحه طره خمیده ۱۵۸
- شکل ۴۳-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه طره خمیده ۱۵۹
- شکل ۴۴-۶: کانتورهای توزیع مدول الاستیسیته در مساله صفحه طره خمیده ۱۶۰
- شکل ۴۵-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه طره خمیده ۱۶۰
- شکل ۴۶-۶: مشخصات مساله بهینه سازی توزیع مصالح صفحه طره با ۹۶ نقطه کنترلی ۱۶۱
- شکل ۴۷-۶: کانتورهای توزیع مدول الاستیسیته در مساله صفحه طره ۱۶۱
- شکل ۴۸-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه طره ۱۶۲
- شکل ۴۹-۶: مشخصات مساله بهینه سازی توزیع مصالح صفحه طره با ۹۶ نقطه کنترلی ۱۶۲
- شکل ۵۰-۶: کانتورهای توزیع مدول الاستیسیته در مساله صفحه L شکل ۱۶۳
- شکل ۵۱-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه صفحه L شکل ۱۶۳
- شکل ۵۲-۶: کانتورهای توزیع ضخامت در مساله صفحه مربعی با مصالح ارتوتروپیک FG ۱۶۴
- شکل ۵۳-۶: تاریخچه بهینه سازی مساله صفحه مربعی با مصالح ارتوتروپیک FG ۱۶۴

فصل اول: مقدمه

تاکنون برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی روشهای عددی متعددی معرفی شده است که در حوزه مکانیک محاسباتی^۱ در مورد آنها بحث می‌شود. این روشها به ترتیب شکل گیری شامل روشهای تفاضل محدود^۲، اجزای محدود^۳ و روشهای بدون شبکه^۴ می‌باشند. حوزه استفاده از روشها بسیار متنوع بوده و می‌توان از آنها در مسایلی مانند مکانیک جامدات، مکانیک سیالات، انتشار امواج، الکتریسیته، انتقال حرارت و غیره استفاده و اقدام به مدلسازی و حل معادلات حاکم بر این مسایل نمود. در میان روشهای مذکور، روش FEA با قدمتی نزدیک به ۶۰ سال از شناخته‌شده‌ترین روشهای عددی می‌باشد که بنیان بسیاری از نرم افزارهای محاسباتی کنونی را در زمینه های علمی مختلف تشکیل می‌دهد. این روش در سالهای ۱۹۵۰ تا ۱۹۶۰ شکل گرفت و همزمان با رشد علم کامپیوتر در زمینه سخت افزار و نرم افزار، برنامه‌های آکادمیک و تجاری زیادی بر مبنای آن تهیه گردید. از جمله می‌توان به نرم افزارهایی مانند ANSYS، ADINA، ASKA، SAP، CATIA، ABAQUS، PLAXIS و غیره اشاره نمود.

در سالهای پس از معرفی روش FEA محققان بسیاری در سراسر جهان بر روی توسعه این روش کار کرده‌اند. همچنین ابهامات و اشکالات بسیاری مورد موشکافی و بررسی قرار گرفته و اغلب با تولید راه حل‌هایی رفع شده‌اند. اما با بررسی دقیقتر هنوز می‌توان اشکالات و یا نقاط ضعفی را برای آن برشمرد که ناشی از فلسفه برخورد این روش با معادلات حاکم بر مساله مورد نظر می‌باشد. مثلا نیاز به تولید شبکه‌ای از المانها^۵ برای تولید هندسه یک مساله در مکانیک جامدات از ضعفهای این روش محسوب می‌شود. نحوه شبکه بندی، نوع المان مورد استفاده و تعداد المانها، از پارامترهای موثر

¹ Computational Mechanic

² Finite Difference Method

³ Finite Element Method

⁴ Meshless Method

⁵ Mesh Generation