



دانشگاه زنجان

دانشکده علوم - گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

عنوان :

رمبش چگاله‌های بوز - اینشتین دوقطبی

عارف پَریز

استاد راهنما: دکتر سعید قنبری

استاد مشاور: دکتر محمد محمودی

بهمن ماه ۱۳۸۹

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم بہ

مادر مہربانہ

و

روح پاک پدرم

تشکر و قدردانی

خداوند را شاکرم که زندگی ام را در مسیری قرار داد، تا بتوانم با آموختن، قدمی در جهت تکامل خویش بردارم.

در اینجا لازم می‌دانم از استاد راهنمای عزیزم، آقای دکتر سعید قنبری که در انجام این پایان‌نامه مرا یاری نمودند، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم. همچنین از آقای دکتر محمد محمودی که زحمت مشاوره پایان‌نامه را به عهده داشتند سپاسگزارم.

از خانواده عزیزم به خصوص مادر مهربانم که در تمامی مراحل زندگی به خصوص دوران تحصیل، همواره مشوق و همراه من بوده‌اند، کمال تشکر و سپاس را دارم و از خداوند منان برای ایشان عاقبت بخیری را مسئلت می‌نمایم.

لازم است تا از دوستان و ورودی‌های ۸۷ ارشد فیزیک، دوستانی از دوران کارشناسی، تشکر و قدردانی نمایم. زندگی سرشار از شادی و موفقیت برای همگی آرزو مندم.

در پایان امیدوارم که توانسته باشم گوشه‌ای از زحمات پدر، مادرم و خواهرها و برادرانم و اساتیدی که در دوران تحصیل زحمت راهنمایی و آموزش من را بر عهده داشته‌اند، جبران نمایم.

خلاصه

از زمان تولید یک چگاله‌ی بوز- اینشتین در سال ۱۹۹۵، که توسط اینشتین در سال ۱۹۲۵ پیش‌بینی شده بود، تاکنون مطالعات وسیعی پیرامون خواص و کاربردهای آن صورت گرفته است. برای مثال شبکه‌های اپتیکی و مغناطیسی امکان مطالعه اتم‌های فوق سرد و چگاله‌های بوز- اینشتین را فراهم ساخته‌اند که دانشمندان امیدوارند تا در آینده بتوانند از آنها به عنوان هسته کامپیوترهای کوانتومی استفاده نمایند. بررسی طول عمر و عوامل تاثیرگذار بر روی چگاله‌های بوز- اینشتین ما را در جهت استفاده بهینه از آن یاری خواهد نمود. ما در طی این پایان‌نامه با معرفی برهم‌کنش دوقطبی- دوقطبی، به بررسی خصوصیات این نوع برهم‌کنش و روش‌های ایجاد آن خواهیم پرداخت. در ادامه با استفاده از روش گراس پیتافسکی تصویری^۱ معادلات حاکم بر تحول چگاله را بدست می‌آوریم. سپس رمبش چگاله را برای دو نوع هندسه‌ی تله، پهن و کشیده، مورد بررسی قرار می‌دهیم. در انتها دو ساختار U و L شکل را برای میکرو تله‌های مغناطیسی برای به دام‌اندازی اتم‌های فوق سرد ارائه می‌دهیم و سرد سازی تبخیری مستقیم را در مورد تله‌ها بررسی می‌کنیم.

واژگان کلیدی: معادله گراس- پیتافسکی، رمبش^۲، شبکه‌های مغناطیسی، تله‌ی مغناطیسی^۳، اتم‌های فوق سرد^۴،

^۱ Projected Gross-Pitaevskii equation (PGPE)

^۲ collapse

^۳ magnetic trap

^۴ ultra cold atoms

فهرست موضوعات

۳	فصل اول : مقدمه
۳	۱-۱) چگالی بوز- اینشتین (BEC)
۵	۱-۱-۱) BEC متشکل از ذرات بدون برهم کنش
۸	۲-۱) BEC در آزمایشگاه
۸	۱-۲-۱) سیستم‌های آزمایشگاهی
۱۱	فصل دوم: برهم کنش میان اتم‌ها
۱۲	۱-۲) پتانسیل برهم کنشی و نیروی واندروالس
۱۵	۲-۲) پراکندگی و طول پراکندگی
۱۵	۱-۲-۲) معادله لیپمن- شوینگر
۱۹	۲-۲-۲) تقریب بورن
۲۰	۳-۲-۲) موج پاره‌ای
۲۴	۴-۲-۲) پراکندگی از یک کره سخت
۲۵	۳-۲) برهم کنش دوقطبی- دوقطبی
۲۶	۱-۳-۲) خواص برهم کنش دوقطبی- دوقطبی
۲۸	۲-۳-۲) خواص پراکندگی
۲۹	۳-۳-۲) میزان کردن برهم کنش دوقطبی
۳۰	۴-۳-۲) ایجاد گاز کوانتومی دوقطبی
۳۳	۵-۳-۲) معادله‌ی گراس- پیتافسکی
۳۴	۱-۵-۳-۲) شبه پتانسیل و معادله‌ی گراس- پیتافسکی
۳۵	فصل سوم: گاز بوزونی نایکناخت در دمای صفر
۳۵	۱-۳) معادله گراس- پیتافسکی
۴۰	۲-۳) حل معادله گراس- پیتافسکی
۴۱	۱-۲-۳) الگوریتم
۴۱	۱-۱-۲-۳) نیازمندی‌های عددی
۴۲	۲-۱-۲-۳) بی‌بعدسازی
۴۳	۳-۱-۲-۳) تاثیر دادن عملگر تصویر \mathcal{P}
۴۴	۳-۳) پیاده‌سازی برای یک سیستم یکنواخت

۴۵جداسازی تابع موج به توابع یک بعدی..... (۱-۳-۳)
۴۶محاسبه عناصر ماتریس..... (۲-۳-۳)
۴۹ PGPE و برهم کنش دوقطبی درون تله هارمونیک..... (۴-۳)
۵۶ فصل چهارم: رمبش همدوس <i>BEC</i> دوقطبی برای هندسه‌های مختلف تله.....
۵۸ (۱-۴) روش آزمایشگاهی ایجاد رمبش.....
۵۸ (۲-۴) دینامیک رمبش برای هندسه‌های مختلف.....
۵۹ (۱-۲-۴) تله‌های دوکوار.....
۶۰ (۲-۲-۴) تله پهن.....
۶۵ فصل پنجم: میکرو تله مغناطیسی سه بعدی.....
۶۵ (۱-۵) تراشه‌های اتمی از رساناهای حامل جریان الکتریکی.....
۷۰ (۲-۵) تراشه‌های اتمی از مواد مغناطیده.....
۷۱ (۱-۲-۵) میکرو تله ی مغناطیسی L شکل.....
۷۳ (۲-۲-۵) میکرو تله ی U شکل.....
۷۴ (۳-۵) سرد سازی تبخیری مستقیم.....
۸۱ پیوست الف: ناحیه کلاسیکی <i>BEC</i>
۸۲ بینش تاریخی: تابش جسم سیاه.....
۸۳ ناحیه کلاسیکی گاز بوزونی.....
۸۵ فرمول بندی معادله‌ی گراس- پیتافسکی تصویری.....
۸۶ پیوست ب: تشدید فشیباخ.....
۸۶ (۱) پراکندگی از یک چاه پتانسیل.....
۸۷ (۱-۱) حل معادله مستقل از زمان شرودینگر.....
۸۸ (۲-۱) طول پراکندگی و مکان حالت‌های مقید.....
۹۴ (۲) تشدید فشیباخ.....
۹۶ پیوست ج: باز ترکیب سه جسمی.....

مراجع

فصل اول : مقدمه

(۱-۱) چگالهی بوز- اینشتین (BEC)

در اواخر قرن ۱۹، چنین به نظر می‌رسید که می‌توان با استفاده از قوانین نیوتن تمامی پدیده‌های فیزیکی را توضیح داد. با استفاده از قوانین حرکت نیوتون می‌توانستند مکان و سرعت ذرات را در هر زمان دیگر با دقت خوبی مشخص کنند؛ همچنین خاصیت موجی نور، به خوبی توسط معادلات الکترومغناطیس ماکسول قابل توضیح بودند. پیشرفت نظریه کوانتومی، به نتایج زیبا و شگفتی منجر شد. به عنوان مثال، هر ذره مادی یک خاصیت موجی دارد که به عنوان تابع موج ذره شناخته می‌شود و از حل معادله شرودینگر به دست می‌آید. با این توصیف و بر اساس اصل عدم قطعیت هایزنبرگ دانستن همزمان سرعت و مکان یک ذره به صورت دقیق امکان‌پذیر نخواهد بود. تابع موج ذره $\psi(x)$ بر اساس معادله شرودینگر تحول یافته و مجذور قدرمطلق آن، چگالی احتمال وجود ذره در نقطه x را بیان می‌کند. برای مسئله بس ذره‌ای با N ذره، می‌توان تابع موج $\psi(x_1, x_2, \dots, x_N)$ را نسبت داد. مجذور قدر مطلق آن نشان دهنده این است که ذره ۱ در مکان x_1 و ذره i در مکان x_i قرار دارد. هرگاه ذرات همگی یکسان باشند نمی‌توان برای آنها تفاوتی قائل شد. با جابجا کردن اندیس ذرات خواهیم داشت

$$\psi(x_1, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_N) = \pm \psi(x_1, \dots, x_j, \dots, x_i, \dots, x_N) \quad (1-1)$$

گفتنی است ثابت ماندن یا تغییر علامت دادن تابع موج تحت جابجایی اندیس ذرات، ناشی از خاصیت ذاتی ذرات است که به نام اسپین شناخته می‌شود. اندیس‌گذاری ذرات فقط در رهیافت موجی اهمیت دارد و در رهیافت کوانتس مرتبه دوم، این اندیس‌ها پنهان خواهند شد [۱].

ذرات با اسپین نیمه فرد به عنوان فرمیون و اسپین صحیح، بوزون شناخته می‌شوند. تابع موج فرمیون‌ها تحت تعویض اندیس پادمتقارن ($\psi_{ij} = -\psi_{ji}$) است.

با استفاده از اصل مکانیک آماری، باید گفت که فرمیون‌ها از تابع توزیع فرمی-دیراک تبعیت می‌کنند. در تعادل گرمایی، تعداد ذرات اشغال کننده یک حالت کوانتومی تک ذره‌ای با انرژی ϵ توسط رابطه زیر داده می‌شود

$$f_{FD} = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} + 1} \quad (1-2)$$

T دمای سیستم، μ پتانسیل شیمیایی و k_B ثابت بولتزمن است. تابع موج ذرات با اسپین صحیح تحت عمل تعویض اندیس‌ها، متقارن باقی می‌ماند و از تابع توزیع بوز-اینشتین تبعیت می‌کنند

$$f_{FD} = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1} \quad (1-3)$$

در دماهای بالا هر دو تابع توزیع به تابع توزیع ماکسول-بولتزمن میل می‌کنند. در دماهای پایین دو گروه ذرات رفتارهای بسیار متفاوتی را از خود نشان می‌دهند. در سال ۱۹۲۵، اینشتین بر اساس کارهای بوز بر روی رفتار فوتون‌ها، تابع توزیع بوزونی را پیشنهاد داد. بر اساس این تابع، در دماهای بسیار پایین تابع پتانسیل شیمیایی از پایین به انرژی حالت پایه تک ذره‌ای، ϵ_0 ، می‌رسد، ذرات به صورت ماکروسکوپیکی حالت پایه‌ی سیستم را اشغال می‌کنند. این پدیده به عنوان چگالش بوز-اینشتین شناخته می‌شود. ذرات اشغال کننده‌ی حالت پایه‌ی چگاله بوز-اینشتین نامیده می‌شوند. حالت‌های مختلف انرژی را مد می‌نامیم. با افزایش میزان ذرات یک مد، احتمال پراکنده شدن بوزون‌ها به آن مد افزایش می‌یابد؛ این خاصیت به عنوان برانگیختگی بوزونی^۱ شناخته می‌شود.

بر اساس اصل طرد پائولی، تعداد الکترون‌هایی (فرمیون‌هایی) که با اسپین مخالف می‌توانند یک حالت تک ذره‌ای^۲ انرژی را اشغال کنند $2s + 1$ عدد است که در حالت کلی s عدد اسپینی فرمیون است.

در مورد ساختارهای مختلف نیز می‌توان اینگونه گفت که اگر اسپین کل یک ساختار همانند یک اتم یا مولکول صحیح باشد، این ساختار نیز می‌تواند BEC تشکیل دهد. با توجه به اینکه تعداد الکترون و

^۱ bosonic stimulation

^۲ single particle

پروتون در اتم‌های خنثی برابرند، فرمیون یا بوزون بودن اتم به تعداد نوترون‌ها بستگی دارد. اگر این تعداد زوج (فرد) باشد اتم بوزون (فرمیون) خواهد بود.

1-1-1 BEC متشکل از ذرات بدون برهم‌کنش

رهیافت‌های بسیار مفیدی در مراجع [۷-۲] برای مطالعه BEC وجود دارد. در ادامه توضیحی مختصر در مورد یک چگاله‌ی بوز- اینشتین از ذرات جرم‌دار و شرایط لازم برای ایجاد این چگاله ارائه می‌دهیم.

تعداد کل ذرات یک سیستم بس ذره‌ای، با شمارش تعداد ذرات هر مد به دست می‌آید

$$N = \sum_j N_j \quad (1-4)$$

که N_j تعداد ذرات مد تک ذره‌ای j ام است. برای یک سیستم در حال تعادل، تعداد ذرات موجود در هر مد، توسط تابع توزیع (۱-۲) برای بوزون‌ها و (۱-۳) برای فرمیون‌ها داده می‌شود. در مورد یک سیستم بوزونی می‌توان نوشت

$$N = \sum_j f_{BE}(\epsilon_j) \quad (1-5)$$

ϵ_j ویژه انرژی مد تک ذره‌ای j ام است. اگر تابع توزیع نسبت به تغییر ترازهای انرژی تک ذره‌ای تله پتانسیل نسبتاً ملایم باشد، آنگاه می‌توان جمع موجود در معادله‌ی (۱-۵) را با انتگرال تعویض کرد

$$N \approx \langle N \rangle + \int d\epsilon f_{BE}(\epsilon) g(\epsilon) \quad (1-6)$$

مقدار متوسط ذراتی که حالت پایه سیستم را اشغال کرده‌اند را به صورت $\langle N \rangle$ جدا کرده‌ایم. $g(\epsilon)$ چگالی حالت بوده و عبارت $g(\epsilon)d\epsilon$ تعداد حالت‌های تک ذره‌ای در محدوده‌ی ϵ و $\epsilon + d\epsilon$ را در نبود برهم‌کنش بین ذرات می‌دهد و منحصرأ توسط تابع پتانسیل خارجی $U_{ext}(x)$ مشخص می‌شود. در تقریب نیمه کلاسیکی، چگالی حالت‌ها $g(\epsilon)$ را می‌توان برای یک پتانسیل خارجی دلخواه به شکل زیر نوشت

$$g(\epsilon) \equiv \frac{1}{(2\pi)^3} \int dx \int dk \delta(\epsilon - U_{ext}(x) - \frac{\hbar^2 k^2}{2m}) \quad (1-7)$$

m جرم ذرات و δ تابع دلتای دیراک است. حجم یک تک حالت کوانتومی در فضای فاز ۶ بعدی برابر $(2\pi\hbar)^3$ است. برای یک پتانسیل چاه بینهایت و حجم V داریم

$$g(\varepsilon) = \frac{m^{3/2}V}{\sqrt{2\pi\hbar^2}} \sqrt{\varepsilon} \quad (1-8)$$

هنگامی که تابع توزیع به آرامی در مقایسه با سطوح انرژی تغییر می‌کند، این رهیافت نیمه کلاسیکی با دقت خوبی صادق است. در دماهای پایین تفاوت میان تعداد جمعیت آماری حالت پایه و اولین حالت برانگیخته تله پتانسیل می‌تواند بسیار بزرگ باشد. باید توجه داشت که معادله‌ی (۱-۸) تعداد ذرات در حالت پایه را نمی‌شمارد. از آنجا که تقریب نیمه کلاسیکی، قادر به شمردن تعداد ذرات در حالت پایه نیست، ما جزء مربوط به تعداد ذرات مد پایه را از معادله‌ی (۱-۶) خارج می‌کنیم. با بازنویسی معادله‌ی (۱-۸) داریم

$$N = \langle N_0 \rangle + V \left(\frac{mK_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} G_{3/2} \left(\frac{\mu}{K_B T} \right) \quad (1-9)$$

$$G_n(z) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{e^{lz}}{l^n}, \quad z \in (-\infty, 0) \quad (1-10)$$

تابع بوزونی G مقدار بیشینه خود را در $z = 0$ خواهد داشت. به عنوان مثال برای یک جعبه سه بعدی با حجم V که $n = 3/2$ آنگاه $n = 2.612$ $G_{3/2}$ [۲۶].

برای یک دمای خاص T ، تعداد ذراتی که در حالت برانگیخته وجود دارند به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$N_{excited} = \sum_{j \neq 0} N_j \leq 2.612 V \left(\frac{mK_B T}{2\pi\hbar^2} \right)^{3/2} \quad (1-11)$$

اگر تعداد کل ذرات درون تله N باشد و مقدار بیشینه نامساوی بالا را برای تعداد ذرات اشغال کننده حالت‌های برانگیخته را در نظر بگیریم، آنگاه تفاوت این دو عدد، مقدار ذراتی خواهد شد که حالت پایه تله را اشغال کرده‌اند و BEC ایجاد کرده‌اند. مقدار 2.612 را می‌توان به عنوان چگالی فضای فاز معرفی کرد که شرط لازم برای تشکیل BEC است. در حد ترمودینامیکی (جایی که تعداد ذرات بسیلز زیاد است و با افزایش حجم، تعداد ذرات به نحوی اضافه می‌شوند که چگالی ذرات ثابت باقی می‌ماند) داریم

$$n = \frac{N}{V} \quad (1-12)$$

در این حد دمای گذار را به صورت زیر معرفی می‌کنیم

$$T_c = \frac{\sqrt[3]{\pi} \hbar^3}{m K_B} \left(\frac{n}{2.612} \right)^{2/3} \quad (1-13)$$

دمای گذار به بالاترین دمایی اطلاق می‌شود که در آن دما اشغال ماکروسکوپیکی حالت پایه تله مشاهده شود. با قرار دادن این معادله در معادله‌ی (۹-۱) می‌توان به معادله‌ی کسر چگاله رسید

$$\frac{n_c}{n} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2}, \quad n_c = \frac{\langle N_c \rangle}{V} \quad (1-14)$$

برای یک گاز ایده‌آل در دمای صفر مطلق همه ذرات در حالت پایه خواهند بود.

اغلب آزمایش‌های انجام شده برای مشاهده BEC از تله‌ی پتانسیل هارمونیک ساده استفاده کرده‌اند. شکل این پتانسیل به صورت زیر است

$$U_{harm}(x) = \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 \omega_i^2 x_i^2 \quad (1-15)$$

ω_i بسامد تله در راستاهای x, y, z است. برای چنین تله‌ای می‌توان نشان داد که

$$N = \langle N_c \rangle + \left(\frac{K_B T}{\hbar \bar{\omega}} \right)^3 G_3 \left(\frac{\mu}{K_B T} \right) \quad (1-16)$$

که $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ مقدار متوسط هندسی بسامد تله نامیده می‌شود. دمای گذار برای این تله برابر است با

$$T_c^{harm} = \frac{\hbar \bar{\omega}}{K_B} \left(\frac{N}{2.612} \right)^{1/3} \quad (1-17)$$

$$\frac{\langle N_c \rangle}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (1-18)$$

وجود برهم‌کنش میان ذرات، شرایط تعادلی سیستم را تغییر خواهد داد. همچنین وجود برهم‌کنش اندازه‌ی ابر^۱ چگاله را تا حدودی تغییر می‌دهد. برهم‌کنش دافعه، اندازه‌ی ابر چگاله در دمای صفر و تعادل را با ضریبی که به تعداد ذرات و پتانسیل داخلی بستگی دارد افزایش می‌دهد. این ضریب بسته به شرایط از

^۱ cloud

مقدار ۲ تا ۱۰ تغییر می‌کند. برای برهم‌کنش جاذبه، رمبش^۱ چگاله را خواهیم داشت. در دماهای بالاتر از T_c که ابر چگاله دارای چگالی کمتری است، برهم‌کنش به شدت اندازه چگاله را تحت تاثیر قرار می‌دهد [۶].

۲-۱) BEC در آزمایشگاه

برای ایجاد BEC نیاز به دمای پایین و زیاد بودن چگالی ذرات است. در دماهایی که به شیوه‌های معمولی به دست می‌آیند، برای ایجاد چگاله، چگالی ذرات لازم به حدی بزرگ است که ابر ذرات گذار فاز کلاسیکی می‌کند و بنابراین امکان ایجاد BEC در دماهای معمول وجود ندارد. با پیشرفت روش‌های سردسازی، همانند سردسازی لیزری [۸] و تبخیری [۹]، بالاخره اولین چگاله‌ی بوز-اینشتین در سال ۱۹۹۵ در مؤسسه JILA با حدود ۲۰۰۰ اتم روبیدیوم ۸۷ تشکیل شد [۱۰]. بعد از آن چگاله‌های دیگری نیز از اتم‌های مختلف همانند سدیم [۱۱]، لیتیم [۱۲، ۱۳] و ... ایجاد شد.

۱-۲-۱) سیستم‌های آزمایشگاهی

اتم‌های قلیایی

همانطور که در قسمت قبل گفته شد، می‌توان از تمام عناصر گروه قلیایی برای ایجاد BEC استفاده نمود. در بین این گروه اغلب از اتم‌های ^{87}Rb و ^{23}Na استفاده می‌شود. همانطور که گفته شد ایجاد BEC از این اتم‌ها، مستلزم به کارگیری روش‌های مختلف سردسازی است. استفاده از لیزرهای متقاطع به همراه یک میدان مغناطیسی متغیر در فضا، یک تله مغناطیسی - اپتیکی MOT [۸، ۱۴] ایجاد می‌کند که می‌توان ذرات را درون این تله به دام انداخت. حداقل دمایی که با استفاده از این تله و سردسازی لیزری می‌توان به آن رسید در حدود چند میکروکلوین است که برای ایجاد BEC مناسب نیست [۱]. اتم‌های درون تله به یک تله مغناطیسی هدایت شده و MOT را خاموش می‌کنند. این پتانسیل مغناطیسی در دو شکل موجود

^۱ collapse

است. پتانسیل چرخشی با متوسط زمانی^۱ (TOP) [۱۵] و پتانسیل آیوف- پریچارد^۲ (IP) [۱۶]. هر دو تله، پتانسیل هارمونیک ایجاد می‌کنند. تله‌های TOP و IP به ترتیب ایجاد پتانسیل‌هایی با تقارن استوانه‌ای پخت^۳ و دوکوار^۴ می‌کنند. با اعمال یک بسامد رادیویی برای برگرداندن اسپین اتم‌های درون تله، سردسازی تبخیری صورت می‌گیرد. در این فرآیند با چرخش اسپین اتم، اتم که قبلاً خود را درون چاه پتانسیل می‌دید، به یکباره خود را در قله‌ی پتانسیل می‌بیند و از تله فرار می‌کند. با فرار اتم‌های پراکنده از درون چگاله، متوسط دمایی ابر اتمی کاهش یافته و دمای برای گذار اتم‌ها به چگاله‌ی بوز- اینشتین مساعد می‌شود.

هیدروژن با اسپین همسو شده

اتم هیدروژن در هر دمایی و با چگالی بالا، همواره به صورت گازی باقی می‌ماند. این موضوع باعث شده است که توجه خاصی به این عنصر در میان دیگر عناصر شود. با استفاده از یک گاز چگال هیدروژن دمای گذار به BEC برای این عنصر، نسبت به دمای گذار دیگر بالاتر خواهد بود. این موضوع باعث شده است تا این عنصر به عنوان اولین نامزد برای مشاهده‌ی BEC مورد توجه قرار گیرد، هر چند که مشکلاتی در سر راه ایجاد چگاله وجود دارد. از جمله این مشکلات می‌توان به چسبیدن (پیوند برقرار کردن اتم) هیدروژن به دیواره‌های اتاقک خلا، که باعث تاخیر زمانی در ایجاد چگاله می‌شود، اشاره کرد. به هر حال، با استفاده از رادیو بسامد سه بعدی و سردسازی تبخیری، یک چگاله با حدود 10^9 اتم در دمای $45\mu K$ در سال ۱۹۹۸ در MIT ایجاد شد [۱۷]. عمر این چگاله با چگالی بالا که فقط حدود ۵٪ از کل ابر گازی را شامل می‌شود، توسط فرآیند واپاشی دو جسمی^۵ محدود می‌شود در صورتی که عمر چگاله‌های اتم‌های قلیایی توسط فرآیند بازترکیب سه جسمی^۶ محدود می‌شود.

^۱ time averaged orbiting potential

^۲ Ioffe-Pritchard

^۳ oblate

^۴ prolate

^۵ two body decay

^۶ three body recombination

مولکول‌ها و BEC

امکان ایجاد BEC از مولکول‌های دو اتمی^۱ متشکل از جفت فرمیون‌ها یا جفت بوزون‌ها نیز وجود دارد. این نوع مولکول‌ها با استفاده از فرآیند *Photo-associative* [۱۸] از یک BEC اتمی و کاربرد تشدید فشباخ^۲ بوجود می‌آیند. در سال ۲۰۰۳ با استفاده از تشدید فشباخ [۱۹ و ۲۰] برای پیوند دادن دو اتم فرمیون مولکول‌های فوق سرد از ^4K [۲۱] و ^6Li [۲۲] ایجاد شد.

میکرو تله‌ها

یکی از معایب آزمایش‌های متعارف ایجاد BEC، پیچیدگی فوق‌العاده موجود در دستگاه‌های لازم برای این کار است. در آزمایش‌های جدید، سعی شده است از ابزاری به نام میکروتله^۳ [۲۳] که پتانسیل‌های مغناطیس را با استفاده از نوارهای مغناطیسی و سیم‌های حامل جریان ایجاد می‌کند، استفاده شود. این تراشه کمک می‌کند تا چگاله‌های به اندازه خوبی بزرگ [۲۴، ۲۵] با توانایی نشان دادن رفتارهای اتمی - اپتیکی، ایجاد شوند.

^۱ dimer

^۲ Feshbach resonance

^۳ micro-trap

فصل دوم: برهم‌کنش میان اتم‌ها

در یک ابر گازی سرد، فاصله‌ی میانگین اتم‌ها یک مرتبه بزرگتر از فاصله‌ای است که در آن اتم‌ها با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند. در این فصل تنها به بررسی برهم‌کنش‌های دو ذره‌ای خواهیم پرداخت و برهم‌کنش‌های مرتبه‌ی بالاتر صرف نظر می‌کنیم. هنگامی که اتم دارای سرعتی کوچک باشد، می‌توان اغلب خواص ابر اتمی را توسط پارامتری به نام طول پراکندگی^۱ به دست آورد.

اتم‌های قلیایی در حالت پایه‌ی الکترونی خود دارای حالت‌های فوق ریز^۲ بسیاری هستند. برهم‌کنش بین اتم‌ها منجر به گذار بین این زیر حالت‌ها می‌شود. در بحث پراکندگی، حالت اولیه و نهایی سیستم توسط اعداد کوانتومی متناظر با ویژگی‌هایی چون تراز انرژی و اسپین مشخص می‌شوند. به هر کدام از این اعداد که در نظریه‌ی پراکندگی مورد استفاده قرار می‌گیرد، کانال، گفته می‌شود. در یک چگاله‌ی بوز-اینشتین، اتم‌ها در حالت پایه‌ی خود بوده و بنابراین هر اتم دارای زیر حالت‌های بسیاری خواهد بود. به همین دلیل مسئله‌ی پراکندگی در میان این اتم‌ها، مسئله‌ای چند کانالی است.

در کنار برخوردهای کشسان که درون گاز رخ می‌دهد و منجر به از دست دادن اتم‌ها از درون تله می‌شود، این امکان نیز وجود دارد که دو کانال با یکدیگر جفت شده و تشدید فشباخ^۳ اتفاق بیفتد [۶]. تشدید فشباخ ابزار قدرتمندی در تعیین نوع و اندازه‌ی برهم‌کنش‌های درون چگاله است. به این صورت

^۱ scattering

^۲ hyperfine states

^۳ Feshbach resonance

که می‌توان با تغییر انرژی کانال‌ها شدید فشاخ مورد نظر را ایجاد کرد و طول پراکندگی را درون یک کانال افزایش یا کاهش داد و به این شکل برهم‌کنش‌ها را به صورت دلخواه تغییر داد.

برای همه اتم‌ها و در درجه‌ی اول اتم‌های سبک، محاسبه‌ی دقیق خواص پراکندگی یک گاز سرد از لحاظ نظریه امکان‌پذیر نیست. این امر به خاطر ناتوانی در محاسبه دقیق برهم‌کنش بین اتم‌ها و همچنین پتانسیل برهم‌کنشی میان آنها است. بنابراین روش کار به این صورت است که ابتدا از یک سری از آزمایش‌های انجام شده اطلاعاتی در مورد برهم‌کنش به دست می‌آورند و با توجه به این اطلاعات با استفاده از روش‌های نظری نسبت به بررسی خواص و ویژگی‌های دیگر آنها اقدام می‌شود [۶].

۱-۲) پتانسیل برهم‌کنشی و نیروی واندروالس

برهم‌کنش میان اتم‌های قطبیده و ناقطبیده با یکدیگر کاملاً متفاوت است. در یک گاز سرد، هنگامی که الکترون والانس دو اتم در یک حالت اسپینی باشند، نمی‌توانند با یکدیگر پیوند برقرار کنند؛ چرا که بر اساس اصل طرد پائولی دو الکترون با اسپین یکسان نمی‌توانند یک حالت کوانتومی را اشغال کنند. اما در حالتی که اسپین الکترون ظرفیت دو اتم مخالف هم باشند، پیوند برقرار شده و انرژی سیستم دو ذره‌ای حاصل کاهش می‌یابد. در شکل (۱-۲) دو حالت اتم روبرویوم در حالت پایه نشان داده شده است که الکترون‌های ظرفیت آنها در دو حالت یک‌تایی^۱ و سه‌تایی^۲ قرار دارند (حالت یک‌تایی به برهم‌کنش اتم‌های ناقطبیده و حالت سه‌تایی به برهم‌کنش اتم‌های قطبیده اطلاق می‌شود). در این شکل، نمودار پتانسیل بین اتمی برای این دو اتم کشیده شده که نشان می‌دهد، انرژی پتانسیل حالت یک‌تایی دارای عمق بیشتری نسبت به حالت سه‌تایی است و یعنی ذره در حالت یک‌تایی پایدارتر است. با کاهش فاصله دو اتم، نیروی دافعه ناشی از ابر الکترونی دو اتم افزایش می‌یابد. در فاصله‌های دورتر یک نیروی جاذبه ناشی از برهم‌کنش حالت مقید کووالانس^۳ شکل می‌گیرد که در حالت یک‌تایی مقیدتر است. در فاصله‌های بسیار دورتر این نیرو به صفر میل می‌کند اما همچنان یک برهم‌کنش دیگر به نام واندروالس^۴ وجود دارد که

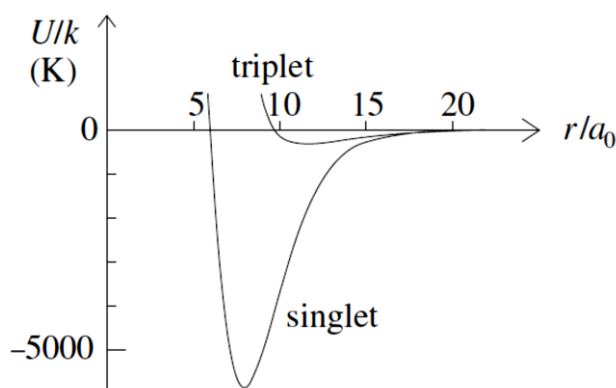
^۱ singlet

^۲ triplet

^۳ covalant

^۴ van der Waals

اندازه‌ی آن کوچکتر از حالت کوآنس است. این نیرو اگر چه در مقابل نیروی کوآنسی کوچک است ولی به دلیل وجود حالت‌های مقید زیاد در حالت سه‌تایی همچنان برای اتم‌های قلیایی بزرگ است. این نکته را نیز باید گفت که برای جفت اتم در برهم‌کنش ما در دو حالت یک‌تایی و سه‌تایی را داریم، یعنی حالت این دو اتم را می‌توان به صورت یک بسط از این دو حالت نوشت [۶].



شکل ۱) طرح‌واره‌ای از پتانسیل برهم‌کنشی $U(r)$ بر حسب فاصله بین اتمی r برای دو حالت پایه اتم ربدیوم در حالت‌های الکترونی یک‌تایی و سه‌تایی [۶].

برهم‌کنش دو جسمی در انرژی‌های کوچک (سرعت متوسط کوچک) توسط طول پراکندگی بررسی و مشخص می‌شود، که در مورد اتم‌های قطبیده قلیایی این طول از مرتبه دو برابر ابعاد اتمی است. ابعاد اتمی را به a_0 نشان می‌دهیم. برهم‌کنش واندروالس از برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی الکتریکی بین اتم‌ها ناشی می‌شود که به صورت $\frac{1}{r^6}$ بر حسب r تغییر می‌کند و r فاصله دو اتم از یکدیگر است. این برهم‌کنش باعث تولید یک طول پراکندگی بزرگ می‌شود.

r_c را به عنوان معیار طول از معادله شرودینگر در انرژی صفر برای طول پراکندگی می‌توان در نظر گرفت و از آن طریق یک مقیاس به صورت زیر برای ابعاد طولی طول پراکندگی به دست آورد.

$$r. \sim \left(\frac{mC_1}{m_e}\right)^{1/2} a. \quad (2-1-1)$$

که در این رابطه m جرم اتم، m_e جرم الکترون و C_1 یک ضریب بدون بعد است که بزرگی برهم کنش واندروالس را در واحدهای اتمی بیان می کند. عبارت $\frac{1}{r^6}$ در برهم کنش واندروالس از تقریب مرتبه ی اول بسط پتانسیل برهم کنش دو ذره ای به دست می آید

$$U(r) = -\frac{C_1}{r^6} - \frac{C_8}{r^8} - \frac{C_{10}}{r^{10}} - \dots \quad (2-1-2)$$

معیاری از بزرگی برهم کنش واندروالس

برهم کنش قوی واندروالس و قطبیدگی زیاد اتم های قلیایی ناشی از محدوده ی بزرگ تشدید در طیف ایتیکی این اتم هاست. برای پیدا کردن یک تقریب مناسب برای مقدار C_6 ، یادآوری می کنیم که نیروی واندروالس ناشی از برهم کنش دوقطبی - دوقطبی الکتریکی اتم هاست

$$\begin{aligned} U_{ed} &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} [\vec{d}_1 \cdot \vec{d}_2 - 3(\vec{d}_1 \cdot \hat{r})(\vec{d}_2 \cdot \hat{r})] \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} [d_{1x}d_{2x} + d_{1y}d_{2y} - 2d_{1z}d_{2z}] \end{aligned} \quad (2-1-3)$$

که \vec{d}_1 و \vec{d}_2 عملگرهای گشتاور دوقطبی الکتریکی و \vec{r} بردار فاصله دو اتم از یکدیگر و $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} = \hat{k}$ هستند. حالت پایه ی اتم ها با تقریب خوبی ویژه حالت های پارته نیز هستند و به همین جهت عناصر قطری ماتریس عملگر دوقطبی الکتریکی صفر می شوند. بنابراین، پتانسیل برهم کنش نتیجه به صورت زیر خواهد بود

$$U(r) = -\frac{6}{(4\pi\epsilon_0)^2 r^6} \sum_{n,n'} \frac{|\langle n|d_z|0\rangle|^2 |\langle n'|d_z|0\rangle|^2}{E_n + E_{n'} - 2E_0} \quad (2-1-4)$$

مقدار 6 با استفاده از این واقعیت به دست می آید که برای اتم هایی با $L = 0$ در حالت پایه، عمل جمع مستقل از انتخاب خاص مؤلفه های دکارتی گشتاور دوقطبی است. با استفاده از تعریف شدت نوسانگر، f_{kl}^l و محاسبه انرژی های برانگیخته در ابعاد اتمی خواهیم داشت

$$C_6 = \frac{3}{4} \sum_{n,n'} \frac{f_n^z \cdot f_{n'}^z}{(E_n - E_0)(E_{n'} - E_0)(E_n + E_{n'} - 2E_0)} \quad (2-1-5)$$

که

$$f_{kl}^i = \frac{\gamma m_e (E_k - E_l)}{e^r \hbar^2} |\langle k | d_i | l \rangle|^2 \quad (2-1-6)$$

عمده سهم عملیات جمع از خط تشدید ناشی می‌شود و اگر ما تمام شدت نوسانگر برای گذار از حالت پایه به تمامی زیر حالت‌های تشدید را یک در نظر بگیریم و از سهم دیگر گذارها صرف نظر کنیم، داریم

$$G_6 \approx \frac{3}{\epsilon (\Delta E_{res})^3} \quad (2-1-7)$$

ΔE_{res} انرژی در خط تشدید در واحد اتمی است. برای اتم‌های قلیایی این عدد از ۰.۱ واحد اتمی کمتر است و بنابراین مقدار G_6 از 10^3 بیشتر خواهد بود که با مقدار به دست آمده از محاسبات با دقت بالا و آزمایش به خوبی مطابقت می‌کند.

برهم‌کنش اتم-اتم مورد نظر در این فصل فقط به فاصله‌ی بین اتم‌ها بستگی داشت. در بخش‌های آینده که به برهم‌کنش دوقطبی-دوقطبی می‌پردازیم آن را به عنوان بخش اصلی پتانسیل برهم‌کنشی در نظر خواهیم گرفت.

۲-۲) پراکندگی و طول پراکندگی

در این بخش نظریه‌ی پراکندگی را به صورت مفصل بررسی خواهیم نمود و برای مسئله‌ی مورد نظر در این مطالعه، طول پراکندگی و نوع آن را به دست خواهیم آورد. تغییر طول پراکندگی در اثر تشدید فشاخ نوع برهم‌کنش را تغییر می‌دهد. بنابراین داشتن آگاهی کافی از فرآیند پراکندگی برای درک بهتر فرآیند رمبش لازم است. در این نظریه یک موج به یک مرکز پتانسیل نزدیک می‌شود و از آن پراکنده می‌شود) باید توجه داشت در مکانیک کلاسیک این مسئله به صورت پراکندگی یک ذره در حضور ذره‌ای دیگر بررسی می‌شود). برای امواج فرودی و خروجی، بردار موج را به ترتیب با \vec{k} و \vec{k}' نمایش می‌دهیم.

۱-۲-۲) معادله لیمن - شوینگر

همیلتونی سیستم در مسئله پراکندگی برای معادله شرودینگر به صورت زیر خواهد بود