

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

۱۴۳۱

سوره بقره



دانشگاه کاشان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک هسته‌ای

عنوان:

مطالعه‌ی اثر پاریته بر روی چگالی ترازهای هسته‌ای

استاد راهنما:

دکتر مهدی نصری نصرآبادی

به وسیله:

زینب رحمانی نوش‌آبادی

بهمن ماه ۱۳۸۷



تاریخ:

شماره:

پیوست:

مدیریت تحصیلات تکمیلی دانشگاه

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

نام و نام خانوادگی دانشجو: خانم زینب رحمانی نوش آبادی شماره دانشجویی: ۸۵۱۳۳۲۶۰۰۱

دانشکده: علوم

رشته: فیزیک - هسته ای

عنوان پایان نامه: مطالعه اثر پارته بر روی چگالی ترازهای هسته ای.

این پایان نامه به مدیریت تحصیلات تکمیلی به منظور بخشی از فعالیتهای تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد ارایه می گردد. دفاع از پایان نامه در تاریخ ۸۷/۱۱/۳۰ مورد تأیید و ارزیابی هیأت داوران قرار گرفت و با نمره ۱۹/۴۶ به عدد و درجه عالی به تصویب رسید.
به حروف بزرگ و کوچک و مترجم

اعضای هیأت داوران

عنوان	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	امضاء
۱. استاد راهنما:	دکتر مهدی نصری نصر آبادی	استادیار	
۲. اساتید مشاور:	-----	-----	-----
۳. متخصص و صاحب نظر داخل دانشگاه:	دکتر محمدرضا هادی زاده	استادیار	
۴. متخصص و صاحب نظر خارج از دانشگاه:	دکتر رضا پورایمانی	استادیار	
۵. نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه:	دکتر سیداحسان روزمه	استادیار	

تقدیم به:

پدر و مادر

عزیز و بزرگووارم که علی‌رغم تحمل سختی‌ها
ودشواریهای فراوان مسیر پر پیچ و خم کسب دانش و
معرفت را برایم هموار نموده و از دعای خیرشان بی‌نصیب
نبوده‌ام.

و

همسر

مهربانم که با صبر و شکیبایی خود زمینه مساعد را
برای نگارش این پایان‌نامه فراهم نمودند.

تشکر و قدردانی

حمد و سپاس خدای را که توفیق کسب دانش و معرفت را به ما عطا فرمود. در اینجا برخود لازم می‌دانم از تمامی اساتید بزرگوار بویژه اساتید دوره کارشناسی ارشد که در طول سالیان گذشته مرا در تحصیل علم و معرفت و فضائل اخلاقی یاری نموده‌اند تقدیر و تشکر نمایم.

از استاد گرامی و بزرگوار جناب آقای دکتر مهدی نصرآبادی که راهنمایی اینجانب را در انجام تحقیق، پژوهش و نگارش این پایان‌نامه تقبل نموده‌اند نهایت تشکر و سپاسگزاری را دارم.

همچنین از تشریک مساعی آقای دکتر محمدرضا هادی‌زاده به عنوان استاد داخل دانشگاه و آقای دکتر رضا پورایمانی به عنوان استاد داور مدعو خارج از دانشگاه که این پایان‌نامه را مورد مطالعه قرار داده و در جلسه دفاعیه شرکت نموده‌اند تشکر می‌نمایم.

در پایان از جناب آقای دکتر سیداحسان روزمه که به عنوان نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه قبول زحمت نموده‌اند سپاسگزاری می‌نمایم.

چکیده:

چگالی تراز هسته‌ای (NLD)، نقش مهمی در فیزیک هسته‌ای و اختر فیزیک ایفا می‌کند. به منظور توصیف هسته به عنوان یک سیستم بس ذره‌ای و تعیین خصوصیات ترمودینامیکی آن مثل آنروپی، ظرفیت گرمایی و... داشتن یک آگاهی جامع از NLD ضروری است.

نخستین بررسی بر روی NLD توسط بته انجام شد. بته با استفاده از مدل گاز فرمی یک فرمول مفید برای چگالی تراز هسته‌ای وابسته به انرژی ارائه داد. پس از آن، این مطالعات به وسیله‌ی محققان دیگر با استفاده از مدل‌های کامل‌تری برای هسته‌ها، از جمله مدل لایه‌ای و مدل تجمعی ادامه یافت. بکارگیری چنین مدل‌هایی، تخمین واقعی‌تری از چگالی تراز به عنوان تابعی از انرژی، اسپین و ایزواسپین به دست می‌دهد. با وجود این، تنها مطالعات اندکی بر روی بستگی NLD به پارامتر وجود دارد. حتی در بیشتر کاربردهای قبلی اختر فیزیک، احتمال پارامتر زوج و پارامتر فرد در تمام انرژی‌ها، به صورت مساوی در نظر گرفته می‌شد، در حالی که واضح است این فرضیه در انرژی‌های پایین نامعتبر است. در سال‌های اخیر روش مونته کارلوی مدل لایه‌ای (SMC) برای محاسبه‌ی NLD استفاده شده است. این روش قادر است چگالی تراز را نه تنها به عنوان تابعی از انرژی، اسپین و ایزواسپین، بلکه به عنوان تابعی از پارامتر هم محاسبه کند. اما محاسبات SMC زمان بر و پرزحمت هستند.

در این تحقیق ما از یک روش محاسباتی جدید برای به دست آوردن نسبت چگالی ترازهای پارامتر زوج و پارامتر فرد استفاده کرده‌ایم که در آن نوکلئون‌ها به عنوان ذرات مستقل آماری در نظر گرفته می‌شوند. با استفاده از این روش برای هسته‌های ^{56}Fe و ^{60}Ni مشخص شد چگالی ترازهای پارامتر فرد و پارامتر زوج در مورد هسته‌های

زوج - زوج مذکور در انرژی‌های پایین برابر نیست. این روش به خوبی انتقال از انرژی‌های برانگیختگی پایین، جایی که تنها یک پارامتر حاکم است، به انرژی‌های برانگیختگی بالا، جایی که احتمال دو پارامتر برابر است، را توصیف می‌کند. در نهایت داده‌های حاصل با نتایج استخراج شده از روش SMMC مقایسه شد و نشان داده شد که بین آن‌ها مطابقت خوبی وجود دارد.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول: بررسی روش‌های محاسبه‌ی چگالی تراز هسته‌ای ۱

- ۱-۱- تاریخچه ۱
- ۲-۱- مبانی نظری ۱۰
- ۳-۱- ارائه‌ی مدل‌ها ۱۶
 - ۱-۳-۱ مدل گاز فرمی (FGM) ۱۶
 - ۲-۳-۱ مدل هم فاصله (ESM) ۲۱
 - ۳-۳-۱ مدل ابررسانایی (BCS) ۳۸
 - ۴-۳-۱ مدل انتگرال مسیر (PIM) ۴۶
- ۴-۱- بستگی‌های مختلف چگالی تراز هسته‌ای ۵۲
 - ۱-۴-۱ بستگی به انرژی برانگیزش ۵۲
 - ۲-۴-۱ بستگی به عدد نوترونی و عدد پروتونی ۵۳
 - ۳-۴-۱ بستگی به اسپین ۵۴
 - ۴-۴-۱ بستگی به ایزواسپین ۶۰

فصل دوم: پاریده ۶۴

- ۱-۲- لزوم پرداختن به پاریده ۶۴
- ۲-۲- عملگر پاریده ۶۵
- ۳-۲- تابع موج و متغیرهای فیزیکی تحت تبدیل پاریده ۶۷
- ۴-۲- تعیین پاریده‌ی سیستم‌های کوانتومی ۷۰
- ۵-۲- نقض و بقای پاریده در واکنش‌های مختلف ۷۲

۷۹.....	فصل سوم: اثر پارینه بر روی چگالی تراز هسته‌ای
۷۹.....	۱-۳- معرفی روش مونته کارلو
۸۰.....	۱-۱-۳ محاسبه‌ی چگالی تراز هسته‌ای ترکیبی به روش مونته کارلو
۸۳.....	۲-۱-۳ انجام محاسبات مونته کارلو
۸۷.....	۲-۲- روش مونته کارلوی مدل لایه‌ای
۸۸.....	۱-۲-۳ مشاهده‌پذیرها
۹۱.....	۲-۲-۳ به‌کارگیری تبدیل <i>HS</i>
۹۴.....	۳-۲-۳ به‌کارگیری تصویر اسپین در مدل لایه‌ای به روش مونته کارلو
۹۹.....	۳-۳ نحوه‌ی ورود پارینه به محاسبات چگالی تراز هسته‌ای
۱۰۰.....	۴-۳ بررسی چگونگی بستگی چگالی تراز هسته‌ای به پارینه با روش مونته کارلو
۱۰۷.....	۵-۳ ارائه‌ی روشی کاربردی و مناسب برای پیش‌برد محاسبات و مقایسه‌ی نتایج آن با روش مونته کارلو
۱۲۶.....	جمع‌بندی و نتیجه‌گیری
۱۲۹.....	منابع و مآخذ

فهرست اشکال

صفحه

عنوان

- شکل (۱-۱): در این شکل تناسب چگالی حالت با معکوس سطح مقطع پراکندگی غیرکشسان نوترون به وضوح مشاهده می‌شود. پراکندگی نوترون فرودی از هسته‌ی Ag به ازای انرژی‌های مختلف نوترون فرودی نشان داده شده است. ۳.....
- شکل (۲-۱): در این شکل افزایش تصاعدی حالات نسبت به افزایش انرژی برانگیختگی مشاهده می‌شود. ۵۳.....
- شکل (۳-۱): در این شکل طرح ترازهای O^{97} ، F^{17} ، Pb^{209} و Bi^{209} ملاحظه می‌شود. ۶۲.....
- شکل (۱-۲): در این شکل انعکاس و وارونگی با هم مقایسه شده‌اند. تصویر بالا انعکاس نسبت به صفحه $x-z$ را که باعث تبدیل $(x, y, z) \rightarrow (x, -y, z)$ می‌شود، نشان می‌دهد. اما تصویر پایین وارونی فضا را که باعث تبدیل $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$ می‌شود، توصیف می‌کند. ۶۶.....
- شکل (۲-۲): در این شکل تابع موج (a) تحت تبدیل پاریته زوج است، در حالی که تابع موج (b) تحت پاریته فرد است. ۶۸.....
- شکل (۳-۲-الف): این شکل نمایش‌گر واپاشی بتای کبالت 60 است. ملاحظه می‌گردد که اکثر الکترونها در جهت اسپین هسته خارج می‌شوند. ۷۴.....
- شکل (۳-۲-ب): این شکل تصویر آینه‌ای شکل (۳-۲-الف) است. مشاهده می‌شود که اکثر الکترونها در جهت عکس اسپین هسته خارج می‌شوند. ۷۴.....
- شکل (۴-۲): این شکل مفهوم هلیسیتی را بیان می‌کند که در (a) اسپین و سرعت در یک جهت هستند و هلیسیتی $+1$ است. اما در (b) اسپین و سرعت در جهت عکس هم هستند و هلیسیتی -1 است. ۷۵.....
- شکل (۵-۲): در این شکل واپاشی π^- در حال سکون نمایش داده شده است. ۷۶.....

شکل (۳-۱): در این شکل چگالی حالت جمعی برای ^{56}Fe ، برحسب انرژی برانگیزش U ملاحظه می‌شود. خط ممتد چگالی حالات کل، و خطوط نقطه‌چین و خط‌چین به ترتیب چگالی حالات پارته‌ی فرد و پارته‌ی زوج را نشان می‌دهد. خطوط نقطه‌چین نمایش‌گر چگالی کل حالات نمونه گرفته شده است. در این جا ابعاد نمونه $N=10^6$ می‌باشد. ۸۶.....

شکل (۳-۲): این شکل توزیع اسپین ترازهای تحریک شده در بازه‌ی انرژی $[20-21 MeV]$ را نشان می‌دهد. مربع‌های توپر نماینده‌ی نتایج فرآیند مونته کارلو است، در حالیکه خطوط ممتد از محاسبات شمارش مستقیم مرجع [۳] بدست آمده است. ۸۷.....

شکل (۳-۳): در این شکل چگالی تراز کل برای هسته‌ی ^{60}Ni به عنوان تابعی از انرژی برانگیزش E_x با استفاده از روش $SMMC$ با مربع‌های توپر نشان داده شده است. در حالی که خط پیوسته بیانگر نتایج تجربی است. ۹۰.....

شکل (۳-۴): در این شکل توزیع اسپین چگالی ترازها، ρ_f/ρ ، برای ^{56}Fe در انرژی برانگیختگی ثابت E_x مشاهده می‌شود. نتایج مونته کارلو (مربع‌های توپر) با مدل قطع اسپین (خطوط ممتد) مقایسه شده‌اند. ۹۸.....

شکل (۳-۵): در این شکل چگالی ترازهای پارته‌ی زوج و پارته‌ی فرد برای هسته‌های $^{58,62,66}Fe$ نشان داده شده است. ۱۰۲.....

شکل (۳-۶): در این شکل اعداد اشغال میانگین مدارهای نوترونی $g_{9/2}$ برای هسته‌های $^{58,62,66}Fe$ با استفاده از روش $SMMC$ ، به عنوان تابعی از دما رسم شده است. ۱۰۳.....

شکل (۳-۷): در این شکل چگالی تراز پارته‌ی زوج و پارته‌ی فرد برای ^{65}Fe و ^{59}Ni ملاحظه می‌شود. ۱۰۵.....

شکل (۳-۸): این شکل اعداد کوانتومی مورد نیاز برای توصیف کامل حالت‌های مدل نیلسون را به‌طور طرح‌واره نشان می‌دهد. ۱۱۱.....

شکل (۳-۹): در این شکل نمودار ترازهای نیلسون برای ناحیه‌ی جرمی $Z < 50$ یا N برحسب پارامتر تغییر شکل ϵ_2 ملاحظه می‌شود. ۱۱۲.....

شکل (۳-۱۰): نسبت ω_-/ω_+ را به عنوان تابعی از انرژی برانگیزش در مورد ^{70}Zn با چگالی ترازهای ورودی مختلف $(\omega_{std}, \frac{1}{5}\omega_{std}, \frac{1}{2}\omega_{std}, 2\omega_{std}, 5\omega_{std})$ ، نشان می‌دهد. ۱۲۵.....

فهرست نمودارها

عنوان

صفحه

نمودار (۱-۳): توزیع $P(n)$ احتمال اشغال حالت‌های پارितه‌ی زوج $g_{9/2}$ با n ذره در دماهای $T = 2MeV$ و $T = 1.6MeV$ برای هسته‌ی ^{56}Fe . مربع‌های توپر نتایج حاصل از محاسبات مونته کارلو [۴۲] هستند. و خطوط خط‌چین نشان دهنده‌ی توزیع پواسون (۳-۵۳) با همان مقدار f به دست آمده از روش مونته کارلو است. ۱۱۴.....

نمودار (۲-۳): توزیع $P(n)$ احتمال اشغال حالت‌های پارितه‌ی زوج $g_{9/2}$ با n ذره در دماهای $T = 1MeV$ و $T = 0.5 MeV$ برای هسته‌ی ^{56}Fe . توزیع پواسون (۳-۵۳) با نتایج مونته کارلو [۴۲] مقایسه شده است. ۱۱۵.....

نمودار (۳-۳): توزیع $P(n)$ احتمال اشغال حالت‌های پارितه‌ی زوج $g_{9/2}$ با n ذره در دماهای $T = 2MeV$ و $T = 1.6MeV$ برای هسته‌ی ^{60}Ni . توزیع پواسون (۳-۵۳) با نتایج حاصل از محاسبات مونته کارلو [۴۲] مقایسه شده است. ۱۱۶.....

نمودار (۴-۳): توزیع $P(n)$ احتمال اشغال حالت‌های پارितه‌ی زوج $g_{9/2}$ با n ذره در دماهای $T = 1MeV$ و $T = 0.5 MeV$ برای هسته‌ی ^{60}Ni . خطوط خط‌چین از توزیع پواسون (۳-۵۳) به دست آمده است و با نتایج محاسبات مونته کارلو [۴۲] مقایسه شده است. ۱۱۷.....

نمودار (۵-۳): عدد اشغال متوسط حالت‌های پارितه‌ی زوج $g_{9/2}$ ، f با استفاده از توزیع فرمی-دیراک برای دو هسته‌ی ^{56}Fe و ^{60}Ni به صورت تابعی از β ۱۱۸.....

نمودار (۶-۳): در این نمودار نسبت Z_-/Z_+ با استفاده از رابطه‌ی (۳-۵۷) برای هسته‌ی ^{56}Fe با خط پیوسته رسم شده است. در حالی که مربع‌های توپر نتیجه‌ی محاسبات مونته کارلو حاصل از رابطه‌ی (۳-۵۱) را نشان می‌دهد. ۱۲۰.....

نمودار (۷-۳): در این نمودار نسبت Z_-/Z_+ با استفاده از رابطه‌ی (۳-۵۷) برای هسته‌ی ^{60}Ni با خط پیوسته رسم شده است. در حالی که مربع‌های توپر نتیجه‌ی محاسبات مونته کارلو حاصل از رابطه‌ی (۳-۵۱) را نشان می‌دهد. ۱۲۰.....

نمودار (۸-۳): نسبت چگالی ترازهای پارته‌ی فرد به پارته‌ی زوج، برحسب انرژی برانگیختگی برای هسته‌ی ^{56}Fe . خط پیوسته نسبت ω_-/ω_+ را با استفاده از رابطه‌ی (۳-۸۰) نشان می‌دهد و مربع‌های توپر نتیجه‌ی روش *SMMC* است. ۱۲۳.....

نمودار (۹-۳): نسبت چگالی ترازهای پارته‌ی فرد به پارته‌ی زوج، برحسب انرژی برانگیختگی برای هسته‌ی ^{60}Ni . خط پیوسته نسبت ω_-/ω_+ را با استفاده از رابطه‌ی (۳-۸۰) نشان می‌دهد و مربع‌های توپر نتیجه‌ی روش *SMMC* است. ۱۲۴.....

فصل اول

بررسی روش‌های محاسبه‌ی چگالی تراز هسته‌ای

۱-۱- تاریخچه

چگالی تراز یک کمیت اساسی در سیستم‌های بس‌ذره‌ای است، چون همه‌ی کمیت‌های ترمودینامیکی مورد نظر سیستم می‌توانند از آن استخراج شوند. از آنجایی که هسته‌ها با جرم میانی و سنگین، یک سیستم بس‌ذره‌ای می‌باشند؛ به‌ناچار در فیزیک هسته‌ای نیز چگالی ترازها بسیار مهم است. این کمیت کاربردهای زیادی دارد، از جمله‌ی آنها می‌توان به قانون طلایی فرمی اشاره کرد که به احتمال گذار نظر دارد [۱]. این فرمول می‌تواند برای تخمین آهنگ واپاشی‌های هسته‌ای، مثلاً آهنگ واپاشی گاما در هسته‌هایی که به شدت برانگیخته شده‌اند و یا پیش‌بینی تشکیل هسته‌های مرکب بکار رود. به این صورت که:

$$P_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{h} |H_{fi}|^2 \rho_f \quad (1-1)$$

H_{fi} نشان‌دهنده‌ی عناصر ماتریسی مختلف در انواع واپاشی‌ها و واکنش‌های هسته‌ای، و ρ_f چگالی حالات نهایی است.

همچنین از دیگر دلایل اهمیت چگالی تراز هسته‌ای یا به اختصار NLD ^۱، این است که برخی از زمینه‌های مرتبط با فیزیک و تکنولوژی به مطالعات ما از چگالی تراز بستگی دارد. از جمله:

- مطالعات سنتز هسته‌ای^۲ در اختر فیزیک: سوخت‌های هسته‌ای انفجاری در محیط‌های اختر فیزیکی، هسته‌های ناپایداری تولید می‌کنند که مجدداً می‌توانند هدفهایی برای واکنش‌های ثانویه باشند. در کل تعداد زیادی از هسته‌های ناپایدار درگیر می‌شوند که بطور کامل توسط آزمایشات کشف نمی‌شوند. بنابراین ضروری است، بتوانیم سطح مقطع برخوردها و گذارهای وابسته به دمای هسته‌ای را به عنوان تابعی از چگالی تراز براساس مدل‌های نظری پیشگویی کنیم [۲ و ۳].

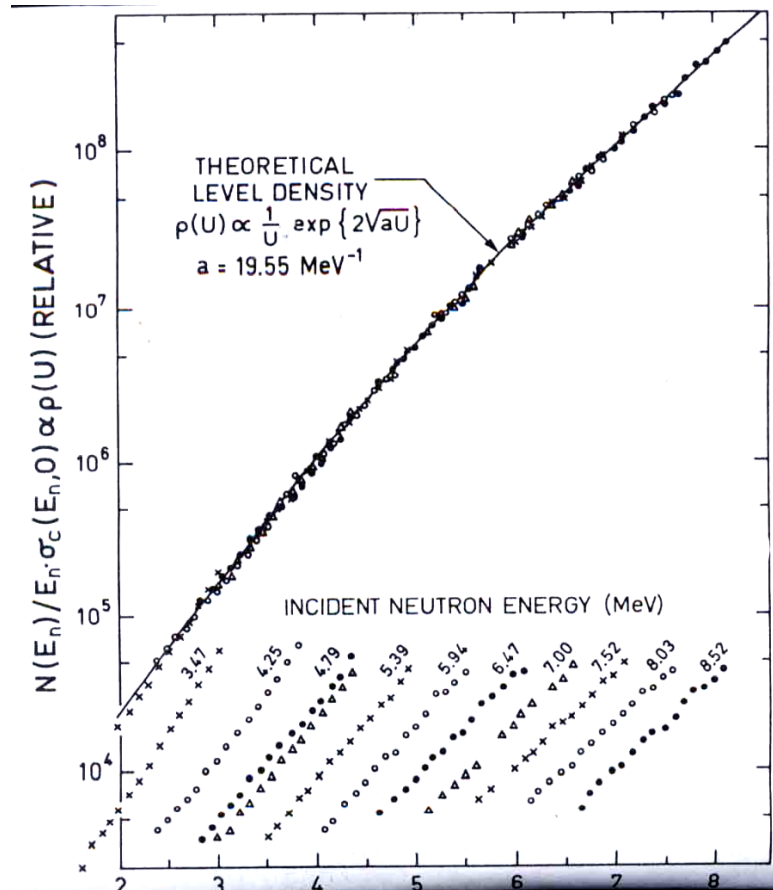
- در تخمین‌های معتبر برای تعیین فراوانی هسته‌ها به چگالی ترازهای دقیق نیاز داریم. برای مثال، فراوانی هسته‌های فرآیند s با تعداد نوترون‌های غیرماژیک، به‌طور معکوس متناسب با سطح مقطع گیراندازی نوترون است که آن هم به نوبه‌ی خود، بنابر رابطه‌ی $N(E_n) = const \omega(U) E_n \sigma_c(E_n, U)$ ، قویاً متأثر از چگالی تراز حول ناحیه‌ی تشدید نوترون است. صحت این مطلب با شکل (۱-۱) تأیید می‌شود. در این جا، $N(E_n)$ تعداد نوترون‌های فرودی با انرژی E_n ، $\sigma_c(E_n, U)$ سطح مقطع برهمکنش و U انرژی برانگیختگی هسته‌ی نهایی می‌باشد [۴]. در شکل (۱-۱) تناسب چگالی حالت با معکوس سطح مقطع پراکندگی دیده می‌شود. در این شکل پراکندگی غیرکشسان نوترون‌های فرودی از هسته‌ی Ag نشان داده شده است.

- کاربردهای پزشکی هسته‌ای

- طراحی راکتورهای شکافت و همجوشی و ...

¹ Nuclear Level Density

² Nucleosynthesis



شکل (۱-۱): در این شکل تناسب چگالی حالت با معکوس سطح مقطع پراکندگی غیرکشسان نوترون به وضوح مشاهده می شود. پراکندگی نوترون فرودی از هسته‌ی Ag به ازای انرژی‌های مختلف نوترون فرودی نشان داده شده است.

چگالی تراز هسته‌ای که با $\omega(E)$ نمایش داده می شود، بیانگر تعداد ترازها در واحد انرژی، در انرژی برانگیختگی E می باشد. ابتدا لازم است تمایز روشنی بین چگالی تراز و چگالی حالت^۱ قائل شویم، که به ترتیب با ω و ρ نشان داده می شوند و تابعی از کمیت‌های اساسی از قبیل تعداد پروتون و نوترون (یا بطور کلی عدد جرمی A)، انرژی برانگیزش E و اسپین J هستند. در صورتی که هامیلتونین سیستم تحت چرخش ناوردا باشد، هر تراز اسپین J ،

^۱ State density

شامل $2J+1$ حالت تبهگن با تصاویر مختلف J روی محور کوانش می باشد. بنابراین رابطه‌ی چگالی تراز و چگالی حالت با این فرض که $U = E - E_{ground}$ می شود:

$$\rho(A, U, J) = (2J+1) \omega(A, U, J) \quad (2-1)$$

دانش چگالی تراز هسته‌ای به بررسی روش‌هایی برای محاسبه‌ی چگالی تراز و به تبع آن چگالی حالت هسته‌ای می پردازد.

این روش‌ها به صورت تجربی و یا نظری می باشند، که به طور خلاصه به بیان آن‌ها می پردازیم.

روش تجربی: به صورت تجربی چگالی تراز تنها در دو ناحیه‌ی انرژی می تواند بطور مستقیم اندازه گیری شود. ابتدا در ناحیه‌ی انرژی پایین که ترازهای هسته‌ای به صورت گسسته و کاملاً مجزا از یکدیگرند و همه‌ی ترازها با نشانه‌های انرژی، اسپین و ایزواسپین مشخص می شوند. در این ناحیه چگالی تراز و بنابراین چگالی حالت ممکن است بوسیله شمارش مستقیم ترازهای پر شده در واکنش‌های ذرات باردار مثل (p, p') و (α, p) و... به دست آید [5].

ناحیه‌ی دوم، ناحیه‌ی شدید نوترون کند است که درست بالای انرژی جداسازی نوترون واقع شده است. این حالت‌های تحریک شده، بویژه در هسته‌های نوترون فرد، ممکن است با جذب یک نوترون موج s^1 (نوترون کند) توسط هدفی که کمبود یک نوترون دارد شکل بگیرد. علی‌رغم بالا بودن چگالی تراز هسته‌ای در این ناحیه (از مرتبه $10^6 / MeV$)، دقت خوبی در اندازه‌گیری انرژی و در تعیین تراز بدست می آید [4]. اما زمانی که انرژی برانگیختگی هسته افزایش می یابد، نه تنها فاصله‌ی ترازها، کم و کم تر می شود، بلکه عدم قطعیتی که در تعیین مکان آنها ایجاد می شود، باعث می شود پهنای بزرگتری را هم شامل شوند، به این ترتیب در انرژی‌های برانگیختگی بالا، ترازها ابتدا به صورت جزئی همپوشانی می کنند و سپس به صورت پی در پی در هم ادغام می شوند و در یک حالت پیوسته فرو می روند. همین امر باعث می شود توصیف هر تراز به صورت مجزا براساس خواص آن (انرژی، اسپین، پاریته و...)

¹ S-Wave neutron

امکان پذیر نباشد. بنابراین در انرژی‌های بالا بویژه در هسته‌های میانی و سنگین روی آوردن به مدل‌های نظری ضرورت می‌یابد.

روش نظری: اکنون به بیان بعضی از روش‌های نظری که برای محاسبه‌ی NLD بکار می‌رود، می‌پردازیم:

۱- روش تابع پارش که براساس روش‌های استاندارد در مکانیک آماری است.

۲- روش ترکیبی

۳- روش‌های عددی

روش تابع پارش می‌تواند در قالب مدل‌های هسته‌ای مختلف اعمال شود. ساده‌ترین حالت این است که نوکلئون‌ها را به عنوان فرمیون‌های بدون برهمکنش در نظر بگیریم، که همان مدل گاز فرمی^۱ (FGM) است. در این صورت هامیلتونی هسته‌ای تنها شامل جملات تک جسمی می‌باشد و می‌توان با استفاده از روش تابع پارش در انسامبل کانونیک بزرگ، چگالی تراز هسته‌ای را بدست آورد. برای نخستین بار محاسبه‌ی چگالی تراز هسته‌ای توسط بته^۲ براساس مدل گاز فرمی آغاز شد [۶]. بعدها بلوخ^۳ با اصلاح این مدل توانست فرمول زیر را استخراج کند [۷].

$$\omega(U) = \frac{1}{\sqrt{48U}} \exp(2\sqrt{aU}) \quad (۳-۱)$$

این فرمول با در نظر گرفتن یک نوع فرمیون در مدل گاز فرمی بدست می‌آید و شامل سه فرضیه‌ی اساسی است:

۱- فرضیه‌ی ذرات مستقل که باعث می‌شود بتوانیم یک تابع پارش هسته‌ای ساده با استفاده از انرژی‌های تک ذره بنویسیم.

۲- فاصله‌ی یکسان بین حالت‌های تک ذره نزدیک تراز فرمی.

۳- استفاده از تقریب نقطه‌ی زینی برای محاسبه‌ی تبدیل لاپلاس معکوس تابع پارش.

^۱ Fermi gas model

^۲ Bethe

^۳ Bloch

یک بیان دقیق‌تر برای بستگی انرژی چگالی تراز، بوسیله‌ی مدل فضای هم‌فاصله (ESM) ^۱ ایجاد می‌شود. این روش نیز براساس مدل گاز فرمی است، با فرض اینکه حالت‌های تک ذره در فواصل یکسان واقع شده‌اند. فرضیه‌هایی که در بالا ذکر شد، در این مدل هم وجود دارد. همانطور که از بندهای (۱) و (۲) برمی‌آید، چنین مدل‌های ساده‌ای، اثرات زوج - فرد^۲ و اثرات لایه‌ای^۳ را شامل نمی‌شوند. همچنین نشان داده شده که استفاده از لاپلاس معکوس تابع پارش برای تعیین چگالی تراز هسته‌ای مناسب نیست و منجر به پاره‌ای از ناسازگاری‌ها می‌شود [۸].

همچنان‌که از آزمایش‌های تفکیک بالا^۴ هم بر می‌آید، مهمترین خصوصیت چگالی تراز هسته‌ای افزایش بسیار سریع آن با انرژی برانگیختگی است. این ویژگی، خاصیت سیستم‌هایی است که انرژی برانگیزش بین تعداد زیادی از درجات آزادی توزیع می‌شود. در مورد هسته‌ای وقتی که چندین نوکلئون بصورت همزمان تحریک می‌شوند، این اتفاق می‌افتد. به هر حال علی‌رغم نقص‌هایی که در فرضیه‌های اساسی مدل‌های ذکر شده وجود دارد، پیشگویی‌های کلی فرمول بته یعنی افزایش نمایی NLD با انرژی و عدد جرمی با نتایج تجربی تطابق دارد. یک شکل بهتر برای چگالی تراز هسته‌ای بوسیله‌ی فرمول بته جابجا شده به عقب یا به اختصار BBF ^۵ داده می‌شود به این صورت:

$$\rho_A^{BBF}(E_x) = \frac{\sqrt{\pi}}{12a^{1/4}(E_x - \Delta)^{5/4}} e^{2\sqrt{a}(E_x - \Delta)} \quad (4-1)$$

پارامتر جابه‌جایی به عقب Δ از همبستگی‌های جفت‌شدگی^۶ و اثرات لایه‌ای ناشی می‌شود. a نیز پارامتر چگالی تراز^۷ است. با تعدیل مقدار a برای هر هسته، این فرمول با بخش بزرگی از اطلاعات تجربی تطبیق پیدا می‌کند [۹]. علاوه بر این فرمول تحلیلی و ساده

¹ Equidistant spacing model

² odd - even

³ Shell

⁴ High resolution

⁵ Back - shifted bethe formula

⁶ Pairing

⁷ Level density parameter

که تصحیحات پدیده شناختی در آن صورت گرفته، فرمول‌های نیمه تجربی دیگری نیز توسط محققین، تحت عناوین: فرمول گاز فرمی جابجا شده نیوتن - کامرون^۱، فرمول گاز فرمی جابجا شده با چهار پارامتر و ... استخراج شده‌اند [۱۰].

البته بیشتر فرمول‌های بالا براساس تقریب‌های زیادی هستند و نقص آنها در تطابق با آزمایشات تنها بوسیله‌ی پارامترهای تطبیق برطرف می‌شود. مدل‌های هسته‌ای دیگری نیز وجود دارند که برخلاف مدل گاز فرمی، نوکلئون‌ها را به صورت فرمیون‌های آزاد در نظر نمی‌گیرد. از جمله مدل لایه‌ای کروی که در آن پتانسیل هسته‌ای بصورت یک پتانسیل مرکزی است (مثل پتانسیل نوسانگر هماهنگ سه بعدی)، که جمله‌ی برهمکنش اسپین - مدار نیز به هامیلتونین آن افزوده می‌شود. در مدل لایه‌ای تغییر شکل یافته^۲ که بیشتر برای هسته‌های غیر جادویی مفید است، یک قسمت دیگر به نام انرژی تغییر شکل (h_s) به هامیلتونین مدل لایه‌ای افزوده می‌شود.

به هر حال این مدل‌ها به ساختار حقیقی هسته نزدیک‌ترند و ترازهای تک ذره را بصورت واقعی‌تر در محاسبات *NLD* وارد می‌کنند.

۲- روش ترکیبی: دستاوردی است که با استفاده از ترکیبات به محاسبه‌ی تعداد راههایی می‌پردازد که نوکلئون‌ها می‌توانند در بین ترازهای تک ذره توزیع شوند، به طوری که انرژی کل سیستم ثابت باشد.

همانطور که توسط لایر^۳ مطرح شد، مسئله‌ی چگالی تراز هسته‌ای در ساده‌ترین شکلش (مدل ترازهای هم فاصله با یک نوع ذره) معادل با مسئله‌ی ترکیب معروف در نظریه‌ی اعداد است. تقسیم‌بندی اعداد صحیح ابتدا توسط اویلر^۴ در قرن هجدهم حل شد. در حقیقت، برای یک سیستم N ذره‌ای، $M = gU$: تعداد کوانتاهایی که بین N فرمیون توزیع می‌شود را نشان می‌دهد. g و U به ترتیب چگالی حالت تک ذره و انرژی برانگیزش می‌باشند. بنابراین چگالی حالت می‌شود:

$$\omega(U) = gP_N(M) \quad (5-1)$$

¹ Newton - Cameron

² deformed shell model

³ Lier

⁴ Euler