بسم الله الرحمن الرحيم

٤٩٠٨ ع

بسم الله الرحمن الرحیم


**دانشگاه تربیت معلم**

دانشکده علوم ریاضی ومهندسی کامپیوتر



۱۳۸۱ /۹/ ۳۰

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران

ثبت مدرک


**پایان نامه:**

کارشناسی ارشد

موضوع:

# همگرایی مجموع متغیرهای تصادفی فازی مستقل

استاد راهنما :

**جناب آقای دکتر عین اله پاشا**

نگارش :

**قبادصیدی حاجی آبادی**

مهرماه۱۳۸۱


٤٤٩٠٥

بسمه تعالی

دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر

دانشگاه تربیت معلم

تاریخ ..........

شماره ..........

پیوست ..........

واحد ..........

# صورتجلسهٔ دفاع از پایان نامهٔ کارشناسی ارشد

جلسهٔ دفاع از پایان نامه آقای قباد صیدی دانشجوی دورهٔ کارشناسی ارشد رشتهٔ آمار تحت عنوان:

## همگرایی مجموع متغیرهای تصادفی فازی مستقل

در روز دوشنبه مورخهٔ ۸۱/۷/۲۹ در دانشکدهٔ علوم ریاضی و مهندسی کامپیوتر تشکیل گردید و نتیجه آزمون به شرح زیر تعیین می‌گردد. نمرهٔ این آزمون ۱۸/۵ هیجده و نیم می‌باشد.

۱- عالی ☑

۲- بسیار خوب ☐

۳- خوب ☐

۴- قابل قبول ☐

۵- غیر قابل قبول ☐

| استاد راهنما | داور خارجی | داور داخلی |
|---|---|---|
| دکتر عین‌اله پاشا | دکتر فرنوش | دکتر علی‌اکبر رحیم‌زاده |

اسماعیل بابلیان

رئیس دانشکدهٔ علوم ریاضی و

مهندسی کامپیوتر

تهران، خیابان طالقانی بین بهار و شریعتی، پلاک ۵۹۹ کدپستی ۱۵۶۱۸ تلفن ۷۵۰۷۷۷۲ فاکس ۷۶۲۹۸۸

با تمام **وجود:**

تقدیم به:

«« چشمهای همیشه منتظر

پدر

مادر

و

همسرم»»

چکیده :

در این مقاله همگرائی تقریبا همه جای مجموع متغیرهای تصادفی فازی مستقل مورد بررسی قرار می گیرد. مشابه حالت متغیرهای تصادفی حقیقی مقدار ، قضیه سه گانه کلموگروف برقرار است.

واژه های کلیدی :

اعداد فازی ؛ متغیرهای تصادفی فازی ؛ قضیه سه گانه کلموگروف ؛ مستقل بودن ؛ احتمال .

فهرست



مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران

**مقدمه:**

این رساله شامل چهارفصل است:

درفصل اول تعاریف ومفاهیم اصلی مربوط به مجموعه های فازی را بیان کرده وبه دنبال آن اعداد فازی واحتمال پیشامدهای فازی را مطرح می کنیم.

پس از مطرح شدن این نظریه،زمینه هایی برای تلفیق این نظریه با نظریه احتمال فراهم شدوبه دین ترتیب فضای $E^n$، متریکهاوتابع مجموعه ای مقدارمورد بحث قرارگرفت،که اساس ونتایج مهم این موضوع در فصل دوم بیان شده است.

در فصل سوم متغیرهای تصادفی فازی ومسائل مربوط به آن را مورد بررسی قرار می دهیم.

سرانجام درفصل چهارم نتایج کلی حاصل از بحث وبررسی مقاله اصلی تحت عنوان همگرائی مجموع متغیرهای فازی مستقل گنجانده شده است.

مقاله اصلی که در این رساله مورد بحث وبررسی قرار گرفته:

Yuhu Feng, Sums of independent fuzzy random variables, Fuzzy Sets and Systems 123 (2001) 11-18.

# فصل اول :

# اعداد فازی و احتمال پیشامد های فازی

## ۱-۱) مقدمه :

مجموعه های فازی تعمیمی از مجموعه هــای معمولــی هسـتند .درمجموعــه هــای معمولی، مجموعه ها بصورت گردایه ای معین از اشیا معرفی می شوند ، یـا بعبـارت دیگر هر مجموعه با ویژگی ای خوشتعریف مشخص می شـود و اگـر شـئ دارای آن ویژگی باشد عضو آن مجموعه است و اگر دارای آن ویژگی نباشد عضو آن مجموعه نیست .

اما ما در اکثر اوقات با مجموعه هایی که اعضای آنها کاملا مشخص و معین است سروکار نداریم، اکثر مفاهیم وویژگی ها که در زندگی روزمره با آنها سروکار داریـم مبهم می باشند . نظریه مجموعه های فازی یک قالب جدید ریاضی برای صورتبندی ، تجزیه و تحلیل این مفاهیم و ویژگی هاست . این نظریه ، یک تعمیم وگسترش طبیعـی نظریه مجموعه های معمولی است که سازگــار بـا فـهم و زبـان طبیعـی انسـانها نـیز میباشد .

نظریه مجموعه های فازی در سال ۱۹۶۵ توسط پروفسـور عسـگر زاده دانشـمند ایرانی تبار و استاد دانشگاه برکلی آمریکاعرضه شدواز زمان ارائه تـاکنون گسـترش وتعمیق فراوانی یافته و کاربردهای گوناگونی در زمینه های مختلف پیدا کرده و قادر است بسـیاری ازمفـاهیم،متغیر هاوسیسـتم هـایی را کـه نـادقیق و مبــهم هسـتند صورتبندی ریاضی بخشیده و زمینه را برای اسـتدلال ، اسـتنتاج ، کنـترل و تصمیـم گیری در شرایط عدم اطمینان فراهم سازد .

کاربرد نظریه فازی تنها منحصر به منطق ریـاضی و ریاضیـات فـازی بـا معنـای رایج آن نیست ، اصولادر هر زمینه ای که بجا ی کمیتـهای عـددی دقیـق ،باکمیتـهای عددی نادقیق سروکارداریم این روشها کاربرد پیدامی کنند.از جمله ئ این موارد علـم امار می باشد.

دراین فصل تعاریف ومفاهیم اصلی مربوط به مجموعه های فازی را ارائه کرده و ساختار جبری ومبنای منطقی **max,min**مجموعه های فازی رابررسی می کنیم ونیز عملگر های مجموعه ای انها بیان می شود،سپس اعداد فازی و درپایان احتمال فـازی را از چندجهت موردبحث و بررسی قرارمی دهیم.

## ۱-۲) مجموعه‌های فازی

اگر اعضای مجموعهٔ A دقیقاً معلوم و مشخص نباشند در اینصورت، با یک مجموعهٔ فازی سر و کار داریم. اگر برد تابع نشانگر را از $\{0,1\}$ به $[0,1]$ توسعه دهیم آنگاه یک تابع خواهیم داشت که به هر x عددی از $[0,1]$ را نسبت می‌دهد. این تابع را تابع عضویت مجموعهٔ A می‌گوئیم و با A(x) نمایش می‌دهیم. اکنون A دیگر یک مجموعهٔ معمولی نیست و بطور دقیقتر، A یک زیر مجموعهٔ فازی از X است.

عددی را که A(x) به هر $x \in X$ نسبت می‌دهد درجه عضویت عنصر x در مجموعهٔ فازی A است و نزدیکی مقدار A(x) به ۱ ، نشاندهنده تعلق زیاد عنصر x به مجموعهٔ فازی A است و بعکس نزدیکی مقدار A(x) به صفر نشاندهنده تعلق کمتر عنصر x به مجموعهٔ فازی A است.

**مثال (۱-۲-۱) :**

فرض کنید $X = \{1,2,3,4\}$ یک مجموعهٔ مرجع باشد، در اینصورت، یک زیرمجموعهٔ فازی از X که ویژگی «کوچک بودن» را نشان می‌دهد با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود:

$$A(x)=\begin{cases} 0 & ; \quad x=4 \\ 0.3 & ; \quad x=3 \\ 0.6 & ; \quad x=2 \\ 1 & ; \quad x=1 \end{cases}$$

لازم بذکر است که یک مجموعهٔ فازی را بصورتهای مختلف زیر نیز نشان می‌دهند:

$$A = \left\{ \frac{A(x)}{x} ; x \in X \right\}$$

$$A = \{(x, A(x)); x \in X\}$$

$$A = \sum_{x \in X} A(x) | x$$ (اگر X شمارا باشد)

و

$$A = \int_X \frac{A(x)}{x}$$ (اگر X پیوسته باشد)

**تعریف (۱-۲-۱):**

فرض کنید X یک مجموعهٔ مرجع و A یک زیر مجموعه فازی از X باشد در اینصورت،

الف) مجموعه نقاطی از X که $A(x)>0$ ، را تکیه‌گاه A می‌نامیم و با supp A نشان می‌دهیم.

ب ) $M = \sup A(x)$ را ارتفاع مجموعهٔ فازی A گوئیم و اگر $M=1$ آنگاه مجموعهٔ فازی A را نرمال و در غیر اینصورت آنرا زیر نرمال می‌گوئیم..

**تذکر :**

هر مجموعه فازی زیر نرمال A را میتوان با تقسیم A(x) بر ارتفاع A ، نرمال کرد.

ج ) اگر $A(x) = \frac{1}{2}$ آنگاه x را نقطهٔ گذر یا معبر A می‌گوئیم.

اکنون تعاریف فوق را در مثال زیر بررسی می‌کنیم.

**مثال (۱-۲-۲) :**

فرض کنید X= [0,100] ، آنگاه مجموعهٔ فازیA که نشاندهندهٔ ویژگی «تقریباً ۵۰ سال» است را با تابع عضویت زیر تعریف می‌کنیم :

$$A(x)=\frac{1}{1+\left(\frac{x-50}{10}\right)^4}$$

در اینصورت بنا به تعریف (۱-۲-1)،

supp C=X ، M=A(50) =1 و A(60)=A(40)=0.5

پس مجموعه A یک مجموعه فازی نرمال با نقاط معبر 40 , 60 است.

**تعریف (۱-۲-۲) :**

فرض کنید X یک مجموعهٔ متناهی و A یک زیر مجموعهٔ فازی از X باشد آنگاه عدد اصلی و عدد نسبی A بصورت زیر تعریف می‌شوند :

$$|A|=\sum_{x\in x} A(x)$$

$$\|\mathrm{A}\|=\frac{|\mathrm{A}|}{|\mathrm{x}|}$$

که در آن $|X|$ عدد اصلی مجموعه معمولی X است . از طرفی، اگر X نامتناهی باشد، عدد اصلی A (در صورت وجود انتگرال) ، بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$|A|=\int_x A(x)\,dx$$

در مثال(۱-۲-۲)، عدداصلی A بصورت زیر محاسبه می شوند:

$$|A| = \int_0^{100} \frac{1}{(1+(\frac{x-50}{10})^4)} dx$$

## ۱-۳) عملگرهای مجموعه‌ای :

**چند تعریف :**

**تعریف (۱-۳-۱) :**

الف) مجموعهٔ فازی A را تهی می‌گوئیم اگر برای هر $A(x)=0, x \in X$ .

ب ) مجموعهٔ فازی A را تام می‌گوئیم اگر برای هر $A(x)=1, x \in X$ .

ج ) مجموعهٔ فازی A زیر مجموعهٔ فازی B است اگر برای هر $A(x) \le B(x), x \in X$.

د ) دو مجموعهٔ فازی A و B را مساوی می‌گوئیم هرگاه برای هر

$A(x)=B(x), x \in X$

هـ) مجموعهٔ فازی $A'$ را متمم مجموعهٔ فازی A می‌گوئیم که با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود:

$$A'(x)=1-A(x) \qquad ; \qquad x \in X$$

و ) اگر $A \subseteq B$ ، آنگاه متمم نسبی A به B که آنرا با B-A نشان می‌دهیم، بصورت یک مجموعهٔ فازی با تابع عضویت زیر تعریف می‌شود:

$$(B-A)(x)=B(x)-A(x) \qquad ; \qquad x \in X$$

**مثال (۱-۳-۱) :**

فرض کنید $X=R$ و زیر مجموعهٔ فازی A از R نشاندهنده ویژگی «نسبت به یک بزرگ» و زیر مجموعهٔ فازی B از X نشاندهندهٔ ویژگی «خیلی بزرگتر از یک» با

توابع عضویت زیر تعریف می‌شوند:

$$A(x)=\begin{cases} 0 & : \ x\le 1 \\ \dfrac{1}{1+(x-1)^{-1}} & : \ x>1 \end{cases} \qquad B(x)=\begin{cases} 0 & ; \ x\le 1 \\ \dfrac{1}{1+10(x-1)^{-1}} & ; \ x>1 \end{cases}$$

چون $B(x)\le A(x)$ پس با توجه به قسمت (ج) تعریف (۱-۳-۱)، داریم:

$B\subseteq A$.

**تعریف (۱-۳-۲) :**

اجتماع دو مجموعهٔ فازی A و B را که بصورت A∪B نشان می‌دهیم، یک مجموعهٔ فازی با تابع عضویت زیر است :

$$(A\cup B)(x)=\max\{A(x),B(x)\} \ ; \ x\in X$$

**تعریف (۱-۳-۳) :**

اشتراک دو مجموعهٔ فازی A و B را که بصورت A ∩ B نشان می‌دهیم، یک مجموعهٔ فازی با تابع عضویت زیر است :

$$(A\cap B)(x)=\min\{A(x),B(x)\} \qquad ; \ x\in X$$

**تعریف (۱-۳-۴) :**

دو مجموعهٔ فازی A و B را جدا از هم گوئیم هرگاه $A\cap B=\phi$ یعنی، اشتراک تکیه‌گاههای A و B تهی باشد.

**تعریف (۱-۳-۵) :**

چنانچه k یک مجموعهٔ اندیس گذار باشد و $A_i$ ها، $i\in k$ زیر مجموعه‌های