بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده فنی و مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک

گرایش طراحی کاربردی

تحلیل الاستواستاتیک سه‌بعدی ورق‌های ضخیم توسط روش بدون المان پتروف-گالرکین محلی (MLPG)

استاد راهنما:

دکتر غلامحسین برادران

مؤلف:

رضا واقفی

دی ماه ۸۷

دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه

به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

گروه مکانیک

دانشکده فنی و مهندسی

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو : رضا واقفی

استاد راهنما : آقای دکتر غلامحسین برادران

داور ۱ : آقای دکتر محمد علی حاج عباسی

داور ۲ : آقای دکتر علیرضا سعیدی

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی یا نماینده دانشکده: آقای دکترصرافی

تقدیم

با توشه‌ای اندک

برای آنها که دوستشان دارم

بویژه اسطوره‌های فداکاری و مهربانی

پدر و مادر گرامیم

و

برادر عزیزم

که هر چه دارم از آنهاست.

تقدیر و تشکر

سپاس خدایی را که جز او یاریگری نیست. مهربانی که نور الطاف بی‌حدش در کاینات بی‌نهایت تابان و باران عنایت و رحمتش بر اهل آسمان و زمین ریزان است. سپاس خدایی را که انسان را به قوهٔ اندیشه و تفکر، اشرف مخلوقات نموده و به نعمت هدایت تاج افتخار بخشید.

سپاس ویژهٔ آنان که در پیچ و خم تحصیلات، صادقانه و صمیمانه هدایتم کردند، بخصوص استاد گرامی جناب آقای دکتر برادران که الگوی فروتنی، مهربانی توأم با دانش و آگاهی است و هرگز مرا از خوان بی‌دریغ اندوخته‌های خویش محروم نگذاشته و کمال تشکر و قدردانی را از اساتید عالی مقام جناب آقای دکتر حاج عباسی و جناب آقای دکتر سعیدی که دعوت داوری این پایان‌نامه را پذیرفتند، دارم و توفیق روزافزون، سلامتی و سعادت همهٔ اساتید بزرگوار را از خداوند متعال خواستارم.

همچنین از دوستان عزیزم آقایان مهندس حجت کوهکن و مهندس عماد جمعه‌زاده به خاطر راهنمایی‌های ارزشمندشان تقدیر و تشکر می‌کنم و برای ایشان آرزوی سلامتی و موفقیت را دارم.

رضا واقفی

دی ماه ۱۳۸۷

چکیده

در این پایان‌نامه، روش بدون المان پتروف-گالرکین محلی (MLPG)، جهت تحلیل سه‌بعدی ورق‌های ضخیم با شرایط تکیه‌گاهی متنوع بکار گرفته شده است. دو نوع متفاوت از روشهای بدون المان واقعی بنام‌های MLPG1 و MLPG5 در تحلیل الاستواستاتیک مسائل ورق در کار حاضر مورد استفاده قرار گرفته است. در روش MLPG1، تابع منحنی‌الخط مرتبه چهار به عنوان تابع آزمون برروی زیردامنهٔ محلی هر گره در نظر گرفته شده در حالی که تابع پلهٔ هویساید[1] به عنوان تابع آزمون در روش MLPG5، بکار رفته است. فرم ضعیف متقارن محلی با تکیه بر معادلات تعادل برای یک جسم سه‌بعدی استخراج شده است. درونیابی متغیرهای جواب توسط تابع تقریب توان دوم تفاضلات (MLS) انجام گرفته و از روش جریمه برای اعمال شرایط مرزی اساسی بهره گرفته شده است. در تحلیل ورق مستطیلی در روش‌های حاضر، زیردامنه‌های محلی اعم از دامنه‌های پشتیبان و همچنین زیردامنه‌های انتگرال‌گیری اطراف هر گره، به شکل مکعب مستطیل در نظر گرفته شده است که این امر به دلیل مطابقت بیشتر زیردامنه‌ها با دامنهٔ کلی مسأله و همچنین ساده‌تر شدن محاسبات صورت پذیرفته است؛ به این ترتیب تمامی انتگرال‌های ظاهر شده در فرم ضعیف به راحتی برروی زیردامنه-های محلی و مرزهای آنها محاسبه می‌شوند. در پایان نتایج به دست آمده از روش‌های حاضر با نتایج تحلیلی و عددی موجود در مراجع معتبر مقایسه شده‌اند، که این بررسی‌ها دقت و کارائی روش حاضر را به تأئید می‌رسانند.

[1] Heaviside step function

فهرست مطالب

عنوان | صفحه

عنوان صفحه

فهرست اشکال

عنوان صفحه

عنوان **صفحه**

فهرست جداول

عنوان | صفحه

فصل اول

مقدمه

فهرست علائم

علامت	توضیح
u	بردار جابجایی
ε	ماتریس کرنش
L	ماتریس عملگر دیفرانسیلی
σ	ماتریس تنش
D	ماتریس ثوابت ماده
b	بردار نیروی حجمی
E	مدول یانگ
G	مدول الاستیسیهٔ برشی
ν	ضریب پواسون
ρ	دانسیتهٔ جرمی
Ω	دامنهٔ کلی مسئله
Ω_s	زیر دامنهٔ محلی
Γ	مرز دامنهٔ مسئله
Γ_u	مرز تنش معلوم
Γ_t	مرز جابجایی مشخص
u^h	مقادیر واقعی گرهی
$\hat{u}$	مقادیر غیرواقعی گرهی
v	تابع آزمون
g	تابع وزن
ϕ	تابع شکل
$\phi_{i,k}$	مشتق توابع شکل

علامت	توضیح
Φ^J	ماتریس توابع شکل
B^J	ماتریس مشتقات توابع شکل
Ψ^J	ماتریس توابع آزمون
$\hat{u}$	بردار جابجایی‌های غیرواقعی
N	ماتریس بردارهای یکه
K	ماتریس سفتی
f	بردار نیرو
p	بردار توابع پایه
δ_{ij}	دلتای کرونیکر
n_j	بردار یکهٔ عمود بر مرز
α	ضریب جریمه
α_i	اندازهٔ بی‌بعد دامنهٔ پشتیبان
α_s	اندازهٔ بی‌بعد زیردامنهٔ محلی

۱-۱- مقدمه

ورق‌ها به عنوان یکی از مهمترین اعضا، جهت تحمل بار در بسیاری از سازه‌های مهندسی مورد استفاده قرار می‌گیرند. آنها ممکن است بسته به نوع کاربردشان، بصورت همگن، لایه‌ای و یا از مواد هدفمند[1] ساخته شوند و همچنین در شکل‌ها، اندازه‌ها و ضخامت‌های گوناگونی تولید گردند. با توجه به کاربرد روزافزون ورق‌ها در شاخه‌های مختلف مهندسی از جمله مکانیک، هوافضا، راه و ساختمان و همچنین صنایع دریایی، نظامی و ...، به وضوح روشن است که ارائهٔ یک رفتار و عملکرد صحیح از این سازهٔ بسیار مهم مهندسی، تحت بارگذاری‌های مختلف و شرایط تکیه‌گاهی متنوع از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

از طرفی ورق‌ها سازه‌هایی سه‌بعدی هستند که در آنها یک بعد در مقایسه با دو بعد دیگر کوچکتر می‌باشد. در تئوری‌های دوبعدی نظیر تئوری کلاسیک[2] (CPT)، تئوری تغییر شکل برشی مرتبهٔ اول[3] (FSDT) و تئوری‌های تغییر شکل برشی مراتب بالاتر[4] (HSDT) فرضیات مختلفی برای یافتن معادلات دوبعدی حاکم بر ورق، اعمال می‌گردد. روشن است که تحلیل مسائل ورق با در نظر گرفتن معادلات دوبعدی حاکم بر آن ساده‌تر خواهد بود؛ اما بوجود آمدن خطا در جواب‌ها به دلیل اعمال فرضیات ساده کننده در این تئوری‌ها، امری اجتناب ناپذیر است. واضح است که با افزایش ضخامت ورق، خطای بوجود آمده در تحلیل دوبعدی ورق افزایش می‌یابد و از دقت جواب‌ها کاسته می‌شود. در صورتی که بخواهیم از اعمال هر گونه فرض ساده کننده‌ای در تحلیل ورق اجتناب شود، باید از معادلات الاستیسیتهٔ سه‌بعدی جهت تحلیل آن استفاده کنیم؛ چرا که تحلیل‌های سه‌بعدی ورق هیچ یک از محدودیت‌های تحلیل‌های دوبعدی را نخواهند داشت.

به طور کلی تحلیل سه‌بعدی ورق می‌تواند توسط روش‌های تحلیلی و یا عددی صورت پذیرد. حل تحلیلی سه‌بعدی اغلب برای ورق‌هایی با شرایط تکیه‌گاهی و هندسی ساده موجود بوده و چنین حل-هایی برای شرایط پیچیده‌تر، از لحاظ هندسه و شرایط تکیه‌گاهی، غالباً میسر نخواهند بود[۱-۶] (

[1] Functionally graded materials
[2] Classical plate theory
[3] First order shear deformation plate theory
[4] Higher order shear deformation plate theory

مراجع [۲-۵] در [۷] ذکر شده‌اند). لذا استفاده از روش‌های عددی در تحلیل سه‌بعدی ورق، به دلیل توانایی این روش‌ها در مدلسازی شرایط متنوع تکیه‌گاهی، بسیار مناسب بوده و از جایگاه ویژه‌ای برخوردار هستند. تا کنون روش‌های عددی نظیر DQM[1]، HDQM[2] و DSCM[3] به طور موفقیت‌آمیزی در تحلیل سه‌بعدی مسائل ورق بکار برده شده‌اند[۷-۹].

در سال‌های اخیر، روش‌های بدون المان به عنوان راه حلی برای حذف کاستی‌های موجود در روش‌هایی نظیر المان محدود[4] (FEM) و المان مرزی[5] (BEM)، توجه بسیاری از محققین را به خود جلب کرده‌اند. مهمترین دلیل آن انعطاف‌پذیری و قابلیت این روش‌ها در حذف فرآیند پرمشقت شبکه‌بندی است که بدون شک این مزیت، خصوصاً در تحلیل مسائل سه‌بعدی بسیار کارگشا و مفید خواهد بود.

۱-۲- مروری بر تحقیقات انجام شده

شروع روش‌های بدون المان به روش هیدرودینامیک ذرهٔ هموار[6] برمی‌گردد که برای مدل‌سازی پدیده‌های فیزیک نجومی در سال ۱۹۷۷ توسط گینگلد و مناقان[7] ارائه شد[۱۰]. در سال ۱۹۹۲ برای اولین بار ویلان، توزات و نایرولز[8] تحقیقات انجام شده برروی روش‌های بدون المان را به چاپ رساندند[۱۱]. چندین روش بدون المان دیگر عبارت‌اند از:

روش المان آزاد گالرکین[9] توسط بلیچکو، لو و گو[10] در سال ۱۹۹۴ [۱۲]، روش باز تولید هستهٔ ذره[11] به وسیلهٔ لیو، چن، اوراس و چانگ[12] در سال ۱۹۹۵ [۱۳]، روش ابر Hp [13] توسط دوارته و ادن[14] در

[1] Differential Quadrature Method
[2] Harmonic Differential Quadrature Method
[3] Discrete Singular Convolution Method
[4] Finite Element Method
[5] Boundary Element Method
[6] Smooth Particle Hydrodynamics (SPH)
[7] Gingold & Monaghan
[8] Villon, Touzot & Nayroles
[9] Element Free Galerkin (EFG)
[10] Belytscho, Lu & Gu
[11] Reproducing Kernel Particle Method (RKPM)
[12] Liu, Chen, Uras & Chang
[13] Hp-cloud Method
[14] Duarte & Oden

سال ۱۹۹۶ [۱۴]، روش افراز واحد المان محدود[1] به وسیلهٔ بابوشکا و میلینک[2] در سال ۱۹۹۷ [۱۵]، روش المان طبیعی[3] توسط ساکومار، موران و بلیتچکو[4] در سال ۱۹۹۸ [۱۶]، روش بدون المان گالرکین با استفاده از توابع اساسی شعاعی[5] به وسیلهٔ وندلند[6] در سال ۱۹۹۹ [۱۷] (مراجع [۱۰-۱۵] در مرجع [۲۱] ذکر شده‌اند).

شایان ذکر است که اگرچه در این روش‌ها برای توابع آزمایشی درونیاب[7] به هیچ المانی نیاز نیست، اما باید در نظر داشت که هیچ یک از روش‌های فوق واقعاً بدون المان نیستند؛ دلیل این موضوع استفاده از شبکه‌های پیش‌زمینه در این روش‌ها، جهت انتگرال‌گیری از شکل ضعیف و یا عبارت انرژی می‌باشد. یکی از روش‌های بدون شبکهٔ واقعی روش بدون المان پتروف-گالرکین محلی[8] (MLPG) است که از سال ۱۹۹۸ توسط اتلوری و همکارانش در مقالات متعددی پیشنهاد داده شد و گسترش یافت[۱۸-۲۲]. در روش اخیر به هیچ گونه شبکه‌ای جهت ساختن توابع آزمایشی درونیاب و یا برای انتگرال-گیری از شکل ضعیف نیاز نیست و تمام انتگرال‌ها به راحتی برروی دامنه‌ها و مرز آنها محاسبه خواهند شد. در این روش تابع آزمون[9] و تابع آزمایشی درونیاب می‌توانند از فضاهای کاملاً متفاوتی انتخاب شوند؛ این امر روش MLPG را کاملاً انعطاف‌پذیر می‌سازد تا جایی که انتخاب‌های متفاوتی از توابع آزمون و درونیاب، موجب بوجود آمدن شش روش به نام‌های MLPG1، MLPG2، .... و MLPG6 شده است.

تا کنون روش‌های MLPG در تحلیل گسترهٔ وسیعی از مسائل بکار برده شده‌اند که از جملهٔ آنها می‌توان به مسائل الاستواستاتیک [۲۳]، الاستودینامیک [۲۴]، مکانیک سیالات [۲۵]، انتشار گرما به صورت همرفت [۲۶]، ترموالاستیسیته [۲۷]، تیرها [۲۹,۲۸]، ورق‌ها [۳۰-۳۳] و مسائل دیگری از مکانیک [۳۴-۳۸] اشاره کرد. اما توجه به این نکته ضروری است که اغلب تحقیقات انجام شدهٔ فوق به

[1] Partition of Unity Finite Element Method (PUFEM)
[2] Babushka & Melenk
[3] Natural Element Method (NEM)
[4] Sukumar, Moran & Belytscho
[5] Radial Basis Function (RBF)
[6] Wendland
[7] Trial Function
[8] Meshless Local Petrov–Galerkin (MLPG)
[9] Test Function

تحلیل مسائل دوبعدی محدود می‌شوند. به نظر می‌رسد که دلیل اصلی این امر مشکلاتی است که در زمینهٔ محاسبهٔ انتگرال‌ها برروی زیردامنه‌های محلی در مسائل سه‌بعدی رخ می‌دهند؛ خصوصاً زمانی که این زیردامنه‌ها با مرزهای کلی دامنهٔ مورد نظر هم‌پوشی پیدا می‌کنند. اخیراً تلاش‌های قابل توجهی در زمینهٔ حل مسائل سه‌بعدی به روش MLPG صورت پذیرفته است. لی و همکارانش[1] [۳۹] در سال ۲۰۰۳ ترکیبی از دو روش MLPG2 و MLPG5 را برای تحلیل مسائل کلاسیک سه‌بعدی در حالت الاستواستاتیک بکار بردند. آنها در تحلیل‌شان از روش MLPG5 برای گره‌های درون دامنه و از روش MLPG2 برای گره‌های روی مرز بهره گرفتند. هان و اتلوری[2] [۴۰] در سال ۲۰۰۳ کاربرد روش MLPG را در تحلیل مسائل شکست الاستیک گسترش دادند. پس از آن نیز در سال ۲۰۰۴ هان و اتلوری [۴۱] سه نوع متفاوت از روش MLPG را با بکارگیری توابع آزمون متنوع، در تحلیل مسائل الاستواستاتیک سه‌بعدی بکار گرفتند. آنها روش‌های فوق را با در نظر گرفتن زیردامنه‌های کروی بررسی نموده و دقت و کارائی هر یک از این روش‌ها را مقایسه کردند. در تلاشی دیگر روش MLPG در تحلیل مسائل سه‌بعدی الاستودینامیک ضربه و شکست بوسیلهٔ هان و اتلوری در سال ۲۰۰۴ توسعه یافت[۴۲]. پس از آن سوریک و همکارانش[3] [۴۳] در سال ۲۰۰۴ و همچنین لی و همکارانش [۴۴] در سال ۲۰۰۵، نوع خاصی از روش MLPG را برای مطالعهٔ ورق‌های ضخیم بکار گرفتند. آنها با استفاده از سینماتیک محیط پیوسته سه‌بعدی، ورق مورد نظر را بوسیلهٔ توزیع دو دسته گره در سطوح بالایی و پایینی آن تحلیل نمودند. آنها در این تحلیل از فرم ضعیف متقارن محلی[4] برروی زیردامنه‌های استوانه‌ای شکل در اطراف هر گره استفاده کردند. در ادامه با در نظر گرفتن یک تابع فرضی برای تغییرات جابجایی در راستای ضخامت، مسأله را بر اساس درونیابی دو بعدی تحلیل نمودند. قابل ذکر است که در تحلیل اخیر تابع تقریب توان دوم تفاضلات[5] (MLS)، به عنوان تابع آزمایشی درونیاب و تابع آزمون به صورت خطی در نظر گرفته شده است.

[1] Li et al.
[2] Han and Atluri
[3] Soric′ et al.
[4] Local Symmetric Weak Form (LSWF)
[5] Moving Least Squares (MLS)

۱-۳- موضوع پایان‌نامه و محتوای آن

در این پایان‌نامه روش بدون المان پتروف-گالرکین محلی (MLPG)، در تحلیل الاستواستاتیک سه‌بعدی مسائل ورق ضخیم با شرایط تکیه‌گاهی و بارگذاری متنوع مورد بررسی قرار گرفته است. دو نوع متفاوت از روش MLPG بنام‌های MLPG1 و MLPG5 در تحلیل حاضر بکار رفته‌اند. در روش MLPG1، تابع منحنی‌الخط مرتبهٔ چهار به عنوان تابع آزمون برروی زیردامنهٔ محلی هر گره در نظر گرفته می‌شود، در حالی که در روش MLPG5، تابع پله هویساید[1] به عنوان تابع آزمون بکار رفته است. فرم ضعیف متقارن محلی[2] (LSWF) با تکیه بر معادلات تعادل حاکم بر یک جسم الاستیک سه‌بعدی استخراج شده است. در پایان‌نامهٔ حاضر، درونیابی متغیرهای جواب با استفاده از تابع تقریب MLS بصورت سه‌بعدی و بدون هیچ فرض ساده کننده‌ای انجام می‌گیرد. همچنین روش جریمه برای اعمال شرایط مرزی اساسی بکار گرفته شده است. ایجاد توابع شکل[3] به صورت محلی و نیز بوجود آمدن مرتبهٔ بالایی از پیوستگی را می‌توان از مهمترین مزیت‌های استفاده از تابع درونیاب MLS بشمار آورد. شایان توجه است که در تحلیل ورق مستطیلی، زیردامنه‌های محلی اعم از دامنه‌های پشتیبان[4] و زیردامنه‌های انتگرال‌گیری اطراف هر گره، به شکل مکعب مستطیل در نظر گرفته شده است که این امر به دلیل مطابقت بیشتر زیردامنه‌ها با دامنه کلی مسأله و همچنین ساده‌تر شدن محاسبات صورت پذیرفته است. به این ترتیب تمامی انتگرال‌های ظاهر شده در فرم ضعیف به راحتی بر روی زیردامنه‌های محلی و مرزهایشان محاسبه می‌شوند. با انتخاب شکل مکعب مستطیل برای دامنه‌های محلی توزیع گره بطور غیریکنواخت در هر راستا اعم از طول، عرض و یا ضخامت ورق، برای افزایش دقت جواب‌ها در آن جهت، امکان پذیر خواهد بود. به عنوان مثال با اضافه کردن گره در راستای ضخامت می‌توان تغییرات تنش‌های قائم و برشی را در جهت ضخامت، با دقت بالا و به راحتی مورد تحلیل قرار داد. در پایان به منظور بررسی دقت و همگرایی جواب‌ها، نتایج حاصل از روش‌های MLPG1 و

[1] Heaviside step function
[2] Local symmetric weak form
[3] Shape Function
[4] Support domain

MLPG5 با نتایج حل دقیق و چند حل عددی موجود در مراجع معتبر مقایسه شده و بحث برروی نتایج صورت گرفته است.

فصل دوم

توابع درونیاب بدون المان با ناحیهٔ محلی