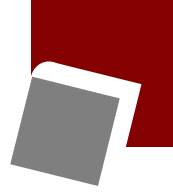


وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه
گوازنک - زنجان



اثر گرانش بر ضخامت لایه لاندائو-لویچ

پایان نامه کارشناسی ارشد

خدیجه شمالی

استاد راهنما: دکتر مانیا ملکی

استاد مشاور: دکتر فرشید محمد رفیعی

فروردین ۱۳۸۹

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقدیم به پدر و مادر عزیزم
و تقدیم به همراه زندگی ام، مسعود.

قدردانی و تشکر

به نام آن که تمام دانسته‌های هستی در برابر علم نامتناهیش ناچیز است. خدای را شاکرم که توفیق تحصیل و انجام کار علمی را به من داد و در تمام مراحل زندگی مرا از حمایت و یاری بی‌دریغش بهره‌مند ساخت.

در این مجال جا دارد از تمام اساتیدم، خانواده‌ام و دوستانم که مرا در مسیر زندگی و پیشرفت یاری کردند تشکر و سپاسگزاری کنم، از استاد راهنمای عزیزم دکتر مانیا ملکی که در این مدت با سعه صدر و بلند نظری، دلسوزانه مرا راهنمایی کردند و مطالب فراوانی به من آموختند، کمال تشکر را دارم.

از استاد مشاور ارجمندم دکتر فرشید محمد رفیعی به خاطر توجه و رهنمودهای ارزشمندشان سپاسگزارم.

از خانواده پر مهرم، به خصوص پدر و مادرم به خاطر زحمات و حمایت‌های فراوانشان نهایت تشکر را دارم. از همسر مهربانم و خانواده محترمشان که در این مدت از هیچ تلاشی برای یاری من دریغ نکردند صمیمانه سپاسگزارم.

از دوستان عزیزم که در این مدت همراه و یاریگرم بودند بسیار ممنونم. همچنین از همه بزرگوارانی که به هر نحوی نقشی در انجام این کار داشتند و من در ذکر لطفشان قصور کرده‌ام سپاسگزاری می‌کنم.

چکیده

ما در این پایان‌نامه، تأثیر گرانش بر ضخامت لایه مایع تشکیل شده روی صفحه تخت و استوانه‌ای که به‌طور عمودی از ظرف مایع ترکننده بیرون کشیده می‌شود را بررسی کرده و پژوهش‌هایی که تاکنون در این مورد انجام شده است را به‌طور اجمالی مرور نمودیم. ابتدا با استفاده از دنباله (ode45) نرم‌افزار MATLAB و روش اولر تا تقریب مرتبه اول، بدون در نظر گرفتن گرانش، معادله لاندائو-لویچ را برای صفحه تخت و رشته نازک حل کردیم و قانون LLD را برای این هندسه‌ها به دست آوردیم.

سپس با در نظر گرفتن گرانش، تا حد عدد موینگی $Ca = 0/343$ با استفاده از روش اختلال، ضخامت را بر حسب عدد موینگی تعیین کردیم. در ادامه سعی نمودیم بدون استفاده از فرض تطابق مجانبی LLD، با استفاده از تطابق سطح هلالی استاتیک و دینامیک ضخامت را تعیین کنیم و در پایان با انجام یک آزمایش ساده، ضخامت را در حد سرعت‌های کم اندازه گرفته و با نتیجه LLD مقایسه نمودیم.

با مقایسه کارهای عددی و تجربی انجام شده پیشین و کارهای صورت گرفته در این پروژه، نتیجه گرفتیم که گرانش موجب کم شدن ضخامت می‌شود. در بین کارهای عددی انجام شده نیز دو روش (دوریک و کره-چین و همکاران) که از تقریب‌های کمتری استفاده کرده‌اند، معتبرتر به نظر می‌رسند ولی کار تجربی دقیقی که با این تئوری‌ها مقایسه شود وجود ندارد.

فهرست

چکیده	پنج
مقدمه	نه

۱ مفاهیم اولیه ترکندگی

۱.۱	ترکندگی	۲
۱.۱.۱	کشش سطحی	۲
۲.۱.۱	تعیین شعاع انحنای یک سطح	۴
۳.۱.۱	فشار لاپلاس یا فشار مویینگی	۵
۴.۱.۱	زاویه تماس و ترشدگی	۸
۲.۱	دینامیک ترشدگی	۹
۱.۲.۱	معادله حرکت برای یک سیال	۱۰
۲.۲.۱	شرایط مرزی برای شارش سیال	۱۲
۳.۲.۱	تقریب روغن کاری	۱۵

۲ سطح هلالی استاتیک

- ۱۷ طول موینگی ۱.۲
- ۱۸ تعیین سطح هلالی صفحه تخت عمودی فرو رفته در مخزن مایع ۲.۲
- ۲۲ تعیین سطح هلالی استوانه عمودی فرو رفته در مخزن مایع ۳.۲
- ۲۲ تعیین سطح هلالی رشته عمودی نازک ۱.۳.۲
- ۲۵ تعیین سطح هلالی روی استوانه (در حالت کلی) ۲.۳.۲

۳ ترکندگی واداشته: مسأله لاندائو- لویچ- دریاگین

- ۳۱ تعیین ضخامت لایه مایع تشکیل شده روی صفحه تخت (بدون در نظر گرفتن گرانش) ۱.۳
- ۳۲ حل مسأله به روش تحلیل ابعادی ۱.۱.۳
- ۳۴ حل دقیق مسأله ۲.۱.۳
- ۳۹ تعیین ضخامت لایه مایع روی رشته‌های نازک (بدون در نظر گرفتن گرانش) ۲.۳
- ۳۹ حل مسأله به روش تحلیل ابعادی ۱.۲.۳
- ۴۲ حل دقیق مسأله ۲.۲.۳

۴ اثر گرانش بر ضخامت لایه مایع

- ۴۸ بررسی نازک شدن لایه مایع در اثر گرانش ۱.۴
- ۵۱ رژیم وشکسانی - گرانشی، قانون دریاگین (۱۹۴۳) ۲.۴
- ۵۲ رژیم وشکسانی - موینگی - گرانشی ۳.۴
- ۵۲ مرور کارهای انجام شده قبلی ۴.۴

۵۳	۱.۴.۴	وایت و تالمج (۱۹۶۴)
۵۷	۲.۴.۴	ویلسون (۱۹۸۱)
۶۳	۳.۴.۴	دوریک و کره (۱۹۹۸)
۶۶	۴.۴.۴	جین و همکاران (۲۰۰۵)
۷۰	۵.۴.۴	تأثیر گرانش بر روی ضخامت لایه مایع تشکیل شده روی استوانه
۷۲	۵.۴	کارهای انجام شده در این پروژه
۷۲	۱.۵.۴	حل عددی معادله دیفرانسیل LLD مربوط به صفحه تخت
۷۵	۲.۵.۴	حل عددی معادله دیفرانسیل LLD مربوط به رشته نازک
۷۷	۳.۵.۴	حل عددی معادله (۴-۱۳)
۷۸	۴.۵.۴	تعیین ضخامت لایه مایع روی صفحه به روش اختلال
۸۰	۵.۵.۴	تعیین ضخامت لایه مایع، با انطباق دو سطح هلالی استاتیک و دینامیک
۸۴	۶.۵.۴	کار تجربی

۵ جمع بندی و نتیجه گیری

۹۱	پیوست
۱۱۳	مراجع

مقدمه

فرآیند لایه‌نشانی مایع، دارای جایگاه ویژه‌ای در صنعت است و از آن به طور وسیع در تولید نوار چسب، کاغذ دیواری، فیلم‌های عکاسی و ویدیویی، ورق گالوانیزه و ... استفاده می‌شود. یک راه لایه‌نشانی آن است که از میان ظرف بزرگی حاوی سیال مورد نظر، صفحه تختی به طور پیوسته و با سرعت ثابت بیرون کشیده شود. در این صورت صفحه به همراه خود مقداری از سیال را به صورت لایه‌ای نازک از ظرف خارج می‌سازد. سیالی که بدین صورت خارج می‌شود، پس از خشک شدن، به صورت روکشی هموار روی سطح مورد نظر را می‌پوشاند.

بدیهی است که ضخامت نهایی این لایه و چگونگی کنترل آن از اهمیت خاصی در صنعت برخوردار است. در طی دهه‌های گذشته، روابط نظری متعددی بر پایه حل معادلات ناویر-استوکس (در اغلب موارد با استفاده از یک سری فرضیات ساده) برای پیش‌بینی ضخامت لایه مایع در مورد سیالات نیوتنی پیشنهاد شده‌اند. اولین حل نظری مسئله تعیین ضخامت لایه، توسط لاندائو-لوئیچ در سال ۱۹۴۲ ارائه شد. آنها ضخامت را بر حسب سرعت صفحه جامد، کشش سطحی و وشکسانی مایع پیشگویی کردند و ضخامت را برای عددهای موینگی پایین بدون در نظر گرفتن گرانش به دست آوردند. سپس دریاگین ضخامت لایه مایع را در عددهای موینگی بالا در سال ۱۹۴۳ به دست آورد.

ما در این پایان‌نامه تأثیر گرانش بر ضخامت لایه مایع تشکیل شده روی صفحه تخت و استوانه‌ای که به طور عمودی از مخزن مایع بیرون کشیده می‌شود را در عددهای موینگی متوسط بررسی می‌کنیم.

در فصل اول، ابتدا مفاهیم اولیه ترکنندگی را تعریف می‌کنیم، سپس ترکنندگی دینامیک را بررسی می‌کنیم و معادله حاکم بر شارش سیال نیوتنی تراکم ناپذیر (معادله ناویر-استوکس) و شرایط مرزی برای حل این معادله را مرور می‌کنیم.

در فصل دوم، سطح هلالی مایع نزدیک صفحه جامد، رشته نازک و استوانه‌ای که به طور عمودی در مخزن مایع فرورفته‌اند را بررسی کرده، شکل سطح هلالی مایع را از طریق حل معادله لاپلاس در حالت استاتیک به دست می‌آوریم و با فرض ترکنندگی کامل مایع، انحناى سطح هلالی استاتیک را در بالاترین مکانی که مایع قرار گرفته است، در این هندسه‌ها تعیین می‌کنیم.

در فصل سوم، ترکنندگی واداشته را معرفی نموده و به بیان مسئله لاندائو-لوئیچ می‌پردازیم و از طریق تحلیل

ابعادی و حل دقیق آن، ضخامت لایه مایع تشکیل شده روی صفحه تخت و رشته نازک را بدون در نظر گرفتن گرانش تعیین می‌کنیم.

در فصل چهارم، اثر گرانش بر ضخامت لایه مایع را بررسی می‌کنیم. برای این منظور ابتدا به بیان تأثیر گرانش بر نازک شدن لایه مایع می‌پردازیم، سپس رژیم‌های ترکنندگی مختلف را بیان نموده و در رژیم وشکسانی-موینگی - گرانشی، کارهایی که برای تعیین ضخامت لایه مایع تشکیل شده روی صفحه و استوانه انجام شده است را به طور اجمالی شرح می‌دهیم. در پایان این فصل کارهای نظری و تجربی که در این پروژه انجام شده است را مرور می‌کنیم.

در فصل پنجم، جمع‌بندی و نتیجه‌گیری از مباحث یاد شده در فصول قبل را ارائه می‌دهیم و نتایج پروژه حاضر را با نتایج کارهای قبلی (که در خصوص تعیین ضخامت لایه با در نظر گرفتن گرانش انجام شده‌اند) مقایسه می‌کنیم.

فصل اول

مفاهیم اولیه ترکنندگی

۱.۱ ترکنندگی

مویینگی^۱ مطالعه فصل مشترک میان دو مایع مخلوط نشدنی یا میان یک مایع و هوا است. فصل مشترک‌ها قابل تغییر شکل هستند و آن‌ها آزادند که شکلشان را به خاطر پایین آوردن انرژی سطحیشان تغییر دهند. برخی پدیده‌های مویینگی فرایندهای شامل پخش مایع روی سطح جامد هستند که ترکنندگی^۲ نامیده می‌شوند [۱]. ما ابتدا به بررسی مفاهیم اصلی ترکنندگی می‌پردازیم.

۱.۱.۱ کشش سطحی

مایع ماده متراکمی است که مولکول‌هایش همدیگر را جذب می‌کنند ولی نظم هندسی ندارند. هر مولکول درون مایع با همه همسایه‌هایش برهم‌کنش دارد و این برهم‌کنش با فرض تقریب میدان متوسط، همسانگرد است.

^۱ Capillarity

^۲ Wetting

جدول ۱.۱: کشش سطحی مایعات در دمای ۲۰ درجه سانتیگراد [۲].

کشش سطحی $(\frac{mN}{m})$	مایع
۲۳	اتانول
۲۴	استون
۶۳	گلیسرول
۷۳	آب
~۳۰۰	شیشه مذاب
۴۸۵	جیوه

تقریب میدان متوسط بدین معنی است که ما می‌توانیم یک عنصر مایع تعریف کنیم که در مقایسه با برد نیروهای بین مولکولی کوچک ولی شامل تعداد زیادی مولکول باشد. در چنین تقریبی می‌توان نشان داد که نیروی جذب متوسط روی مولکول که در داخل مایع قرار گرفته، در تمام جهات یکی است. مولکول به واسطه این برهم کنش دارای یک انرژی منفی است، به طوری که آن را مقید می‌کند در داخل مایع بماند. در واقع به این مولکول باید انرژی داده شود تا به سطح بیاید. مولکول‌های سطح مایع نیمی از همسایه‌های خود را از دست داده‌اند. بنابراین اگر انرژی چسبندگی هر مولکول درون مایع U باشد ($U < 0$)، مولکول سطحی انرژی $\frac{U}{2}$ خواهد داشت. کشش سطحی^۳ اندازه‌گیری مستقیمی از این کمبود انرژی در واحد سطح است.

اگر a اندازه مولکول و a^2 متوسط مساحت اشغال شده توسط مولکول باشد، کشش سطحی از مرتبه $(\gamma \cong \frac{U}{2a^2})$ خواهد بود. برای بیشتر روغن‌ها که برهم کنش آنها واندروالس است، $U \cong kT$ است که در دمای ۲۵ درجه سلسیوس kT برابر $\frac{1}{40} ev$ می‌باشد که با فرض $a = 3A^0$ ، $\gamma = 20 \frac{mN}{m}$ خواهد بود. کشش سطحی برخی مایعات در دمای ۲۰ درجه سلسیوس در جدول (۱-۱) آمده است. به دلیل این که مولکول‌های سطح انرژی بیشتری نسبت به مولکول‌های درون سطح دارند، مایع سعی می‌کند که مساحت سطحش را به خاطر پایین آوردن انرژی کمینه کند.

گرچه منشأ فیزیکی کشش سطحی از لحاظ مولکولی شرح داده شد، ولی باید توجه داشت که کشش سطحی

^۳ Surface Tension

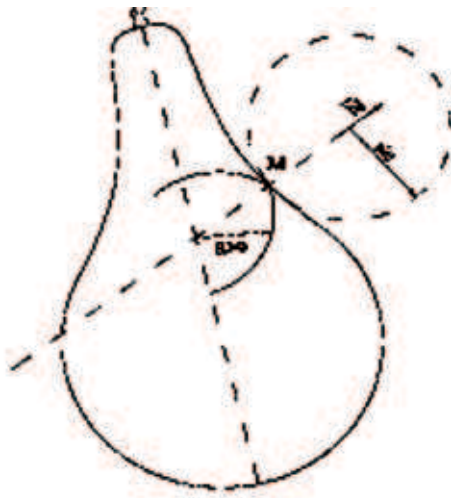
پارامتری ماکروسکوپی است. اگر ما بخواهیم مساحت سطح مایعی را به اندازه dA افزایش دهیم، باید کاری به اندازه dw انجام دهیم. این کار متناسب با تعداد مولکول‌هایی است که باید روی سطح آورده شوند و در نتیجه با dA متناسب است. ما کشش سطحی را به صورت ضریب این تناسب تعریف می‌کنیم.

$$dw = \gamma dA \quad (1-1)$$

γ ، انرژی است که باید برای افزایش مساحت سطح مایع به اندازه یک واحد فراهم شود. واحد کشش سطحی $\frac{J}{m^2}$ است که معادل $\frac{N}{m}$ است. از لحاظ ترمودینامیکی $\gamma = \left(\frac{\partial F}{\partial A}\right)_{T,V,N}$ است که F انرژی آزاد و N تعداد مولکول‌ها و V حجم کل و T دما می‌باشد. این کمیت باید در دمای ثابت تعریف شود، زیرا که در مایعات کشش سطحی با افزایش دما کاهش می‌یابد.

۲.۱.۱ تعیین شعاع انحنای یک سطح

در حالت کلی یک سطح خمیده در هر نقطه با دو شعاع انحنای^۴ مشخص می‌شود. یک گلابی را در نظر بگیرید



شکل ۱-۱: اندازه‌گیری انحنای یک گلابی در یک نقطه مشخص

(شکل ۱-۱)، برای تعیین شعاع انحنای در نقطه‌ای مانند M ، سوزنی را عمود بر سطح مذکور و در راستای N در آن وارد می‌کنیم. اکنون دو صفحه عمود بر هم و شامل N را در نظر می‌گیریم، بر روی هر یک از این دو

^۴ radius of curvature

صفحه دایره‌ای را در نظر می‌گیریم که در نقطه M بر گلابی مماس باشد. شعاع‌های این دایره‌ها را با R_1 و R_2 نشان می‌دهیم. R_2 و R_1 کمیت‌هایی جبری هستند و در صورتی مثبتند که مرکز دایره‌ها درون گلابی قرار گیرد و در غیر این صورت منفی می‌باشند. پارامتر C به نام انحنای میانگین به این دو شعاع مربوط می‌شود:

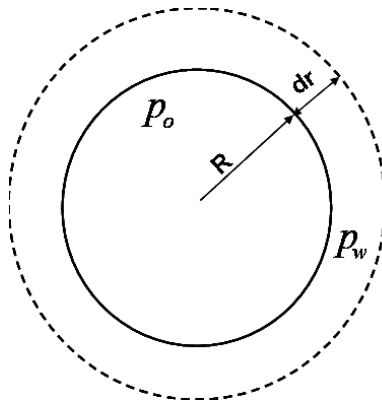
$$C = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (1-2)$$

که در آن R_1 و R_2 شعاع‌های انحنای نقطه‌ای هستند که C در آن نوشته شده است. می‌توان نشان داد که انحنای C مستقل از جهت‌گیری صفحات است. اگر در مسأله‌ای محور تقارن داشته باشیم، بهتر است یکی از این صفحات عمود بر هم را شامل محور تقارن و دیگری را عمود بر آن در نظر بگیریم. به چنین شعاع‌هایی شعاع‌های اصلی گفته می‌شود که در مورد کره این دو شعاع برابر خواهند بود.

۳.۱.۱ فشار لاپلاس یا فشار موینگی

هنگام گذر از یک سطح یا فصل مشترک خمیده یک اختلاف فشار بوجود می‌آید که یانگ^۵ و لاپلاس^۶ آن را برای نخستین بار در سال ۱۸۰۵ به دست آوردند. ما ابتدا رابطه یانگ-لاپلاس را برای کره و سپس برای هر سطح خمیده دیگر محاسبه می‌کنیم.

رابطه یانگ-لاپلاس برای کره: قطره روغنی (o) را درون آب (w) در نظر بگیرید (شکل ۱-۲).



شکل ۱-۲: فشار لاپلاس، افزونی فشار داخل یک قطره روغن (o) در آب (w)

به خاطر پایین آوردن انرژی سطح، قطره یک شکل کروی به شعاع R می‌گیرد. اگر فصل مشترک روغن-

^۵ Thomas Young

^۶ Pierre-Simon Laplace

آب (o/w) به اندازه مقدار dR جابجا شود کار انجام شده بوسیله نیروی فشار و موینگی برابر خواهد بود با :

$$\partial w = -p_o dv_o - p_w dv_w + \gamma_{ow} dA \quad (1-3)$$

که در آن فشار داخل روغن p_w فشار داخل آب p_o تغییر حجم روغن dv_w تغییر حجم آب و dA تغییر مساحت در فصل مشترک است.

$$dv_o = -dv_w = 4\pi R^2 dR$$

$$A = 4\pi R^2 \rightarrow dA = 8\pi R dR$$

$$\partial w = -(p_o - p_w) 4\pi R^2 dR + 8\pi R \gamma dR \quad (1-4)$$

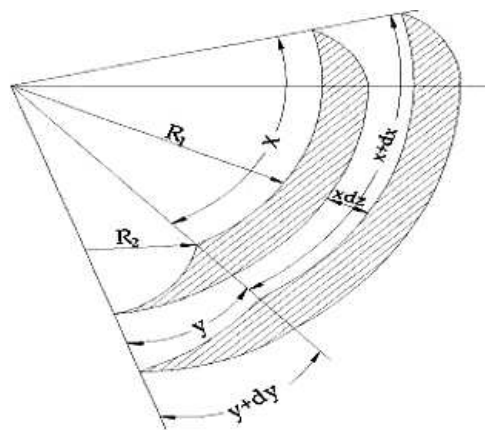
شرط تعادل مکانیکی این است که $\partial w = 0$ شود پس طبق معادله (1-4) خواهیم داشت:

$$\partial w = 0 \rightarrow p_o - p_w = \frac{2\gamma}{R} \quad (1-5)$$

معادله (1-5) رابطه یانگ-لاپلاس برای کره است.

رابطه یانگ-لاپلاس در حالت کلی [3]: بخش کوچکی از یک سطح خمیده دلخواه در شکل (1-3) نشان

داده شده است. شعاع‌های انحنای سطح قبل از جابجایی R_1 و R_2 هستند.



شکل ۱-۳: اثبات قانون لاپلاس در حالت کلی [3].

به علت کوچک بودن سطح خمیده مورد نظر می‌توان R_1 و R_2 را تقریباً ثابت در نظر گرفت. تصویر این

مقطع در صفحه xy دارای مساحت xy است. فرض می‌کنیم این سطح خمیده یک جابجایی کوچک dz به سمت راست داشته باشد، تغییر مساحت تصویر آن در صفحه xy از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$dA = (x + dx)(y + dy) - xy = xdy + ydx$$

کاری که باید برای افزایش این مقدار سطح انجام شود، به صورت زیر خواهد بود:

$$w_1 = \gamma(xdy + ydx) \quad (1-6)$$

یک اختلاف فشار Δp روی این سطح وجود دارد که بر مساحت xy در فاصله dz عمل می‌کند و کار وابسته به این اختلاف فشار از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$w_2 = \Delta p xy dz \quad (1-7)$$

در این جابجایی به دلیل کوچک بودن این مقطع تغییر شعاع‌های انحنای R_1 و R_2 یکسان بوده و هر دو به اندازه dz تغییر می‌کنند، R_1 به $R_1 + dz$ و R_2 به $R_2 + dz$ تبدیل می‌شود. اگر سطح ما در تعادل مکانیکی باشد، باید w_1 با w_2 مساوی باشند. پس طبق روابط (1-6) و (1-7) داریم:

$$\gamma \left(x \frac{dy}{dz} + y \frac{dx}{dz} \right) = \Delta p xy \quad (1-8)$$

می‌توان نسبت‌های $\frac{dx}{dz}$ ، $\frac{dy}{dz}$ را از تشابه مثلث‌ها به دست آورد و در معادله (1-8) قرار داد، با استفاده از تشابه مثلث‌ها خواهیم داشت:

$$\frac{x + dx}{R_1 + dz} = \frac{x}{R_1} \rightarrow \frac{dx}{dz} = \frac{x}{R_1} \quad (1-9)$$

$$\frac{y + dy}{R_2 + dz} = \frac{y}{R_2} \rightarrow \frac{dy}{dz} = \frac{y}{R_2} \quad (1-10)$$

با قرار دادن روابط (1-9) و (1-10) در رابطه (1-8) معادله یانگ-لاپلاس در حالت کلی به دست می‌آید.

$$\gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \Delta p \quad (1-11)$$

Δp فشار لاپلاس یا موینگی است. برای صفحات تخت $R_1, R_2 \rightarrow \infty$ ، Δp صفر است و هیچ اختلاف فشاری در دو طرف صفحه وجود نخواهد داشت.

۴.۱.۱ زاویه تماس و ترشدگی

وقتی یک قطره آب روی یک شیشه کاملاً تمیز قرار گیرد، روی آن کاملاً پخش می‌شود، ولی اگر همان قطره روی یک تخته یا پلاستیک قرار گیرد، در محلس باقی می‌ماند. دو نوع رژیم ترشدگی وجود دارد: ترشدگی کامل و ترشدگی جزئی. پارامتری که نوع ترشدگی را مشخص می‌کند پارامتر پخش S نامیده می‌شود که برابر اختلاف انرژی سطحی (در واحد سطح) زیر لایه خشک و تراست [۱].

$$S = (E_{\text{sublayer}})_{\text{dry}} - (E_{\text{sublayer}})_{\text{wet}} \quad (1-12)$$

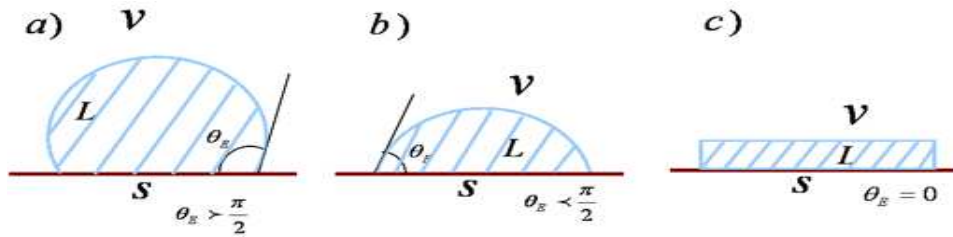
اگر γ_{sl} ، γ_{so} و γ به ترتیب انرژی سطحی هوا-جامد، مایع-جامد و مایع-هوا باشد، با قرار دادن آن‌ها در رابطه (۱-۱۲) خواهیم داشت:

$$S = \gamma_{so} - (\gamma_{sl} + \gamma) \quad (1-13)$$

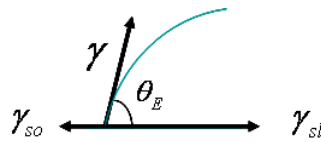
اگر $S > 0$ باشد، به دلیل پایین آوردن انرژی سطحی مایع کاملاً پخش می‌شود و زاویه تماس θ_E صفر خواهد بود و لایه مایع روی سطح جامد تشکیل می‌شود، این نوع ترشدگی را ترشدگی کامل می‌نامند. اگر $S < 0$ باشد، ترشدگی جزئی رخ می‌دهد. در این نوع ترشدگی قطره پخش نمی‌شود و در حالت تعادل شکل یک کلاهک را می‌گیرد و سطح ترشده جامد با یک مرز محدود می‌شود که معمولاً محیط یک دایره است. به این مرز جداکننده «خط تماس» یا «خط سه‌گانه» گفته می‌شود و زاویه‌ای که مایع با سطح جامد می‌سازد، زاویه تماس نامیده می‌شود که در حالت تعادل با θ_E نشان داده می‌شود. اگر $\theta_E < \frac{\pi}{2}$ باشد، مایع ترکننده نامیده می‌شود و وقتی $\theta_E < \frac{\pi}{4}$ باشد، مایع معمولاً غیر ترکننده نامیده می‌شود.

در شکل (۱-۴) نمونه‌ای از ترکنندگی کامل و جزئی نشان داده شده است. زاویه تعادلی θ_E به وسیله رابطه یانگ، رابطه (۱-۱۴) داده می‌شود.

$$\gamma \cos \theta_E = \gamma_{so} - \gamma_{sl} \quad (1-14)$$



شکل ۱-۴: در a مایع غیر ترکننده بوده، در b مایع ترکننده جزئی است و در c ترکننده کامل می باشد. برای اثبات رابطه یانگ می توانیم نیروهای وارد شده روی خط تماس را در نظر بگیریم و برآیند این نیروها در راستای افقی را مساوی صفر قرار دهیم (شکل ۱-۵).



شکل ۱-۵: اثبات رابطه یانگ - لاپلاس، از راه تعادل نیروها

باقرار دادن رابطه (۱-۱۳) در (۱-۱۴) داریم:

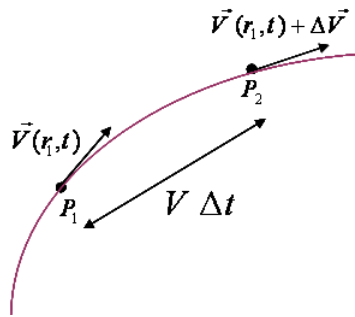
$$S = \gamma(\cos\theta_E - 1) \quad (1-15)$$

θ_E می تواند تنها در صورتی که پارامتر پخش منفی باشد، تعریف شود و وقتی مایع غیر ترکننده باشد، θ_E افزایش می یابد. هنگامی که $\theta_E \rightarrow 0$ ، $S \rightarrow 0$ است که نشان می دهد که ما از ترکنندگی جزئی به ترکنندگی کامل می رویم.

۲.۱ دینامیک ترشدگی

برای بحث درباره دینامیک ترشدگی ابتدا به بررسی حرکت یک سیال و توصیف این حرکت می پردازیم. یک ذره سیال را در نظر می گیریم که در زمان t در مکان $p_1(\vec{r}_1)$ قرار دارد و سرعتش در آن $\vec{v}(\vec{r}_1, t)$ می باشد کمی بعد $t' = t + \delta t$ ، ذره در نقطه $p_2(\vec{r}_2)$ واقع شده که $\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{v}(\vec{r}_1, t)\delta t + \dots(\delta t)^2$ و سرعتش $\vec{v}(\vec{r}_2, t')$ است، شکل (۱-۶). تغییر سرعت $\partial\vec{v}$ این ذره سیال چنین خواهد بود:

$$\partial\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}_2, t') - \vec{v}(\vec{r}_1, t)$$



شکل ۱-۶: مسیر حرکت ذره سیال و تغییر سرعت آن در این مسیر نشان داده شده است.

$$\partial \vec{v} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \delta t + \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} \delta x + \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} \delta y + \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \delta z \quad (1-16)$$

که δx ، δy ، و δz مولفه های برداری $\vec{r}_2 - \vec{r}_1$ هستند. شتاب ذره چنین خواهد بود:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{v}}{dt} &= \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + v_x \frac{\partial \vec{v}}{\partial x} + v_y \frac{\partial \vec{v}}{\partial y} + v_z \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \\ \frac{d\vec{v}}{dt} &= \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \end{aligned} \quad (1-17)$$

$\frac{d\vec{v}}{dt}$ شتاب ذره سیال است [۴].

۱.۲.۱ معادله حرکت برای یک سیال

برای به دست آوردن معادله کلی برای حرکت یک سیال ما از قانون دوم نیوتن استفاده می کنیم که بیان می کند جمع برداری نیروهای (حجمی و سطحی) وارد شده به حجم معینی از سیال V با آهنگ تغییر تکانه آن برابر است.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{v} d\tau = \int_V \rho \vec{f} d\tau + \oint_S [\sigma] \cdot \hat{n} da \quad (1-18)$$

$d\tau$ حجم دیفرانسیلی از یک مقدار کوچکی ماده است و da عنصر سطح S است که حجم V را محصور کرده است. σ تانسور همه نیروهای (فشار و وشکسانی) عمل کننده روی da با بردار واحد عمود بر سطح \hat{n} می باشد. نیروی حجمی \vec{f} در واحد جرم سیال ممکن است نیروی گرانش، نیروی الکتروستاتیک روی سیال باردار، نیروی کریولیس در یک سیستم مختصات چرخشی یا غیره باشد. اگر ما دستگاه مختصاتی را در نظر بگیریم که با سیال حرکت می کند، ضرب $\rho d\tau$ ثابت خواهد بود که نشان می دهد جرم مقدار کوچکی از سیال ثابت است. پس