۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق–کنترل

طراحی جبران‌سازهای پس‌فاز–پیش‌فاز مقاوم مرتبه کسری برای سیستم‌های نامعین

توسط:

عطا اله گوگانی خیابانی

استاد راهنما:

پروفسور علی خاکی صدیق

زمستان ۹۱

بسم الله الرحمن الرحیم

تقدیم با بوسه بر دستان پدر بزرگوار و مادر مهربانم

دو فرشته ای که سختی ها را به جان خریدند تا من به جایگاهی که اکنون در آن ایستاده ام برسم...

تأییدیه هیأت داوران

اعضای هیأت داوران، نسخه‌ی نهایی پایان‌نامه‌ی آقای: **عطا اله گوگانی خیابانی**

را با عنوان:

طراحی جبران‌سازهای پس‌فاز-پیش‌فاز مقاوم مرتبه کسری برای سیستم‌های نامعین

از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و پذیرش آن را برای تکمیل درجه‌ی کارشناسی ارشد تأیید می‌کنند.

استاد راهنما: پروفسور علی خاکی صدیق　　　　امضاء:

استاد ممتحن داخلی: دکتر علیرضا فاتحی　　　　امضاء:

استاد ممتحن خارجی: دکتر وحید جوهری مجد　　　　امضاء:

نماینده‌ی تحصیلات تکمیلی: دکتر علیرضا فاتحی　　　　امضاء:

اظهارنامه دانشجو

اینجانب عطا اله گوگانی خیابانی دانشجوی کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق گرایش کنترل دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان:

طراحی جبران‌سازهای پس‌فاز-پیش‌فاز مقاوم مرتبه کسری برای سیستم‌های نامعین

با راهنمایی استاد محترم جناب آقای پروفسور علی خاکی صدیق، توسط شخص اینجانب انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده در این پایان نامه مورد تأیید می باشد، و در مورد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. بعلاوه گواهی می نمایم که مطالب مندرج در پایان نامه تا کنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری در هیچ جا ارائه نشده است و در تدوین متن پایان نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده ام.

امضاء دانشجو:

تاریخ:

حق طبع و نشر و مالکیت نتایج

چکیده

توجه به کنترل‌کننده‌های مرتبه کسری، به دلیل پاسخ بهتر این کنترل‌کننده‌ها نسبت به کنترل‌کننده‌های مرتبه صحیح، روز به روز در حال افزایش است. در این پایان نامه روشی برای طراحی کنترل‌کننده‌های پیش‌فاز- پس‌فاز مقاوم مرتبه کسری برای تضمین پایداری مقاوم در سیستم‌هایی با نامعینی غیرساختاری ارائه می‌شود. در این روش ابتدا با استفاده از جایابی قطب و حل معادله‌ی دیوفانتین، کنترل‌کننده‌ی مرتبه کسری طراحی می‌شود که سیستم نامی را پایدار کند، سپس یک مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید حل می‌شود، که تابع هزینه شامل ضرایب صورت ومخرج کنترل‌کننده مرتبه کسری و قیدها همان شروط پایداری مقاوم هستند، درنهایت پارامترهای کنترل‌کننده مرتبه کسری مقاوم بدست می‌آید. این روش بر روی چند سیستم پیاده‌سازی شده و نتایج شبیه‌سازی آورده شده‌اند.

کلید واژه: کنترل‌کننده‌ی پیش‌فاز- پس‌فاز مقاوم مرتبه کسری، پایداری مقاوم، نامعینی غیرساختاری،معادله‌ی دیوفانتین

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها

فهرست جدول‌ها

فصل ۱ مقدمه

۱–۱ پیشگفتار

با پیشرفت علم و گسترش کاربردهای علوم مختلف، نیاز به علم کنترل و رسیدن به پاسخی مناسب در فرآیندهای صنعتی احساس شد، بطوریکه در حال حاضر هیچ کدام از فرآیندها در زمینه‌های مختلف، بدون استفاده از کنترل‌کننده پاسخ قابل قبولی نخواهند داشت. حرکت بازوی یک ربات، پرتاب موشک، حرکت فضاپیماها، انجام پروسه‌های شیمیایی و بسیاری از پروسه‌های دیگر همه با استفاده از علم کنترل امکان‌پذیر شده‌اند.

برای کنترل سیستم‌های مختلف ابتدا باید یک مدل ریاضی از آن سیستم بدست آید، سپس کنترل‌کننده‌ای برای این مدل طراحی می‌شود. مدل‌های در نظر گرفته شده در اکثر مواقع دارای خطا هستند. این خطاها می‌توانند ناشی از دینامیک‌های مدل نشده یا نامعینی در پارامترهای خود سیستم و عوامل دیگر باشند. بنابراین ممکن است کنترل‌کننده‌ی طراحی شده برای یک سیستم نامی[1] بتواند پاسخ مناسبی داشته باشد ولی در حضور نامعینی‌ها نه تنها پاسخ مناسب نباشد، بلکه سیستم ناپایدار شود. برای حل این مشکل نیاز به روش‌های کنترل پیشرفته مانند کنترل تطبیقی و مقاوم داریم.

روش‌های کنترل مقاوم، برای یک بازه از نامعینی می‌توانند مؤثر باشند. این روش‌ها هم برای دستیابی به پایداری مقاوم و هم عملکرد مقاوم، استفاده می‌شوند. در این روش‌ها یک سیستم نامی در نظر گرفته می‌شود و نامعینی‌ها در سیستم بصورت‌های مختلف مدل می‌شوند و کنترل‌کننده‌ی طراحی شده علاوه بر سیستم نامی باید بتواند سیستم همراه با نامعینی را به پاسخی مطلوب برساند. در چند دهه‌ی اخیر نظریه‌ی کنترل مقاوم برای سیستم‌های مرتبه صحیح پیشرفت‌های قابل ملاحظه‌ای داشته است و سودمندی این روش به عنوان یکی از روش‌های کنترل پیشرفته به کرّات در مقالات و کاربردهای مختلف اثبات شده است.

با ورود نظریه‌ی مشتقات مرتبه‌ی کسری به علم کنترل، بررسی مقاوم بودن سیستم‌های مرتبه‌ی کسری و یا در نظر گرفتن کنترل‌کننده‌ی مقاوم به شکل کسری، امری طبیعی به نظر می‌رسید. با وجود مطالعات

---

[1] Nominal System

انجام‌شده روی این نوع کنترل‌کننده‌ها، همچنان این موضوع یکی از موضوعات جدید در نظریه‌ی کنترل مرتبه‌ی کسری شناخته می‌شود. تمرکز این پایان نامه نیز روی همین مسئله‌ی کنترل مقاوم مرتبه کسری است.

۱–۲ تاریخچه

مفهوم مشتق و انتگرال با مرتبه‌ی غیرصحیح، به هیچ وجه موضوع جدیدی نیست. تاریخچه‌ی حسابان کسری به اواخر قرن هفدهم میلادی و همزمان با آغاز حسابان کلاسیک بازمی‌گردد. در سال ۱۶۹۵ هوپیتال[۱] در نامه‌ای به لایبنیتز[۲] ، مفهوم مشتق مرتبه‌ی نیم را جویا می‌شود و وی در پاسخ به این نامه چنین می‌نویسد: این تناقض آشکاری است که روزی نتایج مفیدی از آن بدست می‌آید[۱]. بعد از آن ریاضیدانان دیگری از جمله لیوویل[۳]، ریمان[۴]، اویلر[۵]، لاگرانژ[۶] و گرونوالد[۷] در این زمینه مطالعاتی انجام دادند. لیوویل توابع را بصورت سری توانی بسط داد و مشتق مرتبه‌یq روی این سری‌ها را تعریف کرد که البته در آن رابطه q عددی صحیح بود. ریمان تعریف متفاوتی بیان کرد که در آن از انتگرال معین استفاده می‌شد و قابل اعمال روی سری‌های توانی با توان‌های غیرصحیح نیز بود. سرانجام گرونوالد و کراگ[۸] برای اولین بار نتایج لیوویل و ریمان را اثبات کردند. گرونوالد با استفاده از تعریف مشتق مرتبه صحیح، توانست رابطه‌ای برای مشتق مرتبه‌ی کسری به شکل انتگرال معین بدست آورد و کراگ نشان داد که انتگرال معین ریمان باید یک حد پایین محدود داشته باشد در حالیکه حد پایین انتگرال لیوویل باید $-\infty$ باشد[۲].

در طی سه قرن، نظریه‌ی مشتقات مرتبه‌ی کسری به عنوان شاخه‌ای از ریاضیات بصورت نظری گسترش یافت. ولی در چند دهه‌ی اخیر، نویسندگان مختلفی به این موضوع اشاره کرده‌اند که مشتق و انتگرال غیرصحیح برای توصیف ویژگی‌های برخی مواد مانند پلیمرها بسیار مناسب می‌باشند. مشتقات مرتبه کسری، ابزاری مناسب برای بیان حافظه در مواد و پروسه‌های مختلف هستند و مزیت اصلی مشتق مرتبه کسری نسبت به مرتبه صحیح نیز همین خاصیت است[۳]. در واقع برای نشان دادن سیستم‌های واقعی، استفاده از مرتبه‌ی کسری خیلی بهتر از مرتبه‌ی صحیح است[۴]. رفتار بسیاری از سیستم‌های فیزیکی را می‌توان با معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری بیان کرد، از جمله مواد ویسکوالاستیک[۶-۵]، پروسه‌های الکتروشیمیایی[۷]، خطوط انتقال بلند[۸]، قطبیت

[1] L’Hospital
[2] Leibniz
[3] Liouville
[4] Riemann
[5] Euler
[6] Lagrange
[7] Grunwald
[8] Krug

دی‌الکتریک‌ها[۹] و نویز رنگی[۱۰].

یک مثال عملی از سیستم مرتبه کسری، انتشار حرارت در یک جامد نیمه نامتناهی[1] است. در این سیستم، فلوی حرارت $q(t)$ بصورت طبیعی، برابر با مشتق مرتبه نیم از دما $T(t)$ است یعنی: $d^{0.5}T(t)/dt^{0.5} = q(t)$ [۱۱]. بنابراین مشخص است که معادلات دیفرانسیل مرتبه صحیح نمی‌توانند عملکرد واقعی این سیستم را بیان کنند. یکی از کاربردهای دیگر مشتقات مرتبه کسری نظریه فرکتال‌ها[2] است. گسترش نظریه‌ی فرکتال‌ها بینش جدیدی از مشتقات مرتبه کسری بخصوص در مدل‌سازی پروسه‌های دینامیکی خودمتشابه به ریاضیدانان داده است[۱۲]. کاربردی دیگر از مشتقات مرتبه کسری، استفاده از این مشتقات در سیستم‌های کنترلی است و این کاربرد مدنظر این پایان نامه است.

۱–۳ مروری بر سیستم‌های کنترلی مرتبه کسری

سیستم‌های کنترلی مرتبه کسری سیستم‌هایی هستند که معادلات دیفرانسیل آنها شامل مشتقات مرتبه کسری است. در حالت کلی چهار حالت برای سیستم‌های کنترلی را می‌توان در نظر گرفت: ۱) سیستم مرتبه صحیح، کنترل‌کننده مرتبه صحیح. ۲) سیستم مرتبه صحیح، کنترل‌کننده مرتبه کسری. ۳) سیستم مرتبه کسری، کنترل‌کننده مرتبه صحیح. ۴) سیستم مرتبه کسری، کنترل‌کننده مرتبه کسری[۱۳]. بنابراین در حالتی که کنترل‌کننده یا سیستم حلقه‌باز مرتبه کسری باشند، سیستم کنترلی حلقه‌بسته نیز مرتبه کسری خواهد شد. در حال حاضر چند نوع کنترل‌کننده مرتبه کسری مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، از جمله:

- کنترل‌کننده $PI^{\lambda}D^{\mu}$ که تعمیمی از کنترل‌کننده PID برای حالت کسری است[۱۴]، در حال حاضر مطالعات فراوانی روی این کنترل‌کننده و نحوه‌ی تنظیم پارامترهای آن انجام گرفته است که در [۱۸-۱۵] به تعدادی از آنها اشاره شده است.
- کنترل‌کننده کرون[3] که در واقع کنترل‌کننده مقاوم مرتبه کسری است و شامل سه نوع کنترل‌کننده است[۲۰-۱۹].
- کنترل‌کننده پیش‌فاز- پس‌فاز مرتبه کسری که تعمیمی از کنترل‌کننده مرتبه صحیح متناظر است، البته در این زمینه مطالعات کمی صورت گرفته است[۲۲-۲۱].
- کنترل‌کننده مرتبه کسری بهینه [۲۳].

---
[1] Semi-infinite solid
[2] Fractals
[3] CRONE

- کنترل‌کننده مرتبه کسری تطبیقی [۲۵-۲۴].

این کنترل‌کننده ها در سیستم‌های مختلفی استفاده شده‌اند و پاسخ‌های مناسب و حتی بهتری نسبت به کنترل‌کننده‌های مرتبه صحیح داشته‌اند. از کاربردهای این کنترل‌کننده‌ها می‌توان به نمونه‌هایی از جمله: کنترل بازوی ربات[۲۶]، کنترل موقعیت موتور DC[۲۷]، کنترل کانال‌های آبیاری[۲۸]، کنترل سیستم‌های انتقال حرارت[۲۹] و بسیاری از سیستم‌های دیگر اشاره کرد.

۱-۴ هدف از این پروژه

مسئله‌ی مقاوم بودن، یکی از مسائل اساسی در نظریه‌ی کنترل است، همانطور که گفته شد این مسئله در حالت مرتبه صحیح، پیشرفت‌های چشمگیری داشته است ولی برای حالت مرتبه کسری، موضوع نسبتاً جدیدی است. البته مطالعاتی روی این نوع از کنترل‌کننده‌ها انجام شده است که مهمترین آنها کنترل کرون است[۳۰] که ایده‌ی اصلی آن ایجاد حد فاز ثابت در حوالی فرکانس شکست است تا سیستم بتواند اوورشوت[۱] و زمان نشست[۲] ثابتی داشته باشد. برای نامعینی پارامتری در سیستم نیز مطالعات زیادی صورت گرفته که در آنها از قضایایی مانند شرط برون داشت صفر[۳]، مجموعه مقادیر[۴] و خاریتانوف تعمیم‌یافته[۵] استفاده شده است[۳۴-۳۱]. ولی کنترل مقاوم مرتبه کسری برای سیستم‌هایی با نامعینی غیرساختاری خیلی کم مورد مطالعه قرار گرفته است مثلاً نمونه‌ای از آن در [۳۵] آمده است. هدف از این پایان نامه طراحی کنترل‌کننده‌ی پیش‌فاز- پس‌فاز مرتبه کسری مقاوم برای سیستم‌هایی با نامعینی غیرساختاری است. ساختار کنترل‌کننده به شکلی است که می‌توان آن را حاصلضرب مجموعه‌ای از کنترل‌کننده‌های پیش‌فاز یا پس‌فاز در نظر گرفت. نوآوری این تحقیق در این است که با استفاده از روشی جدید و حل یک مسئله بهینه‌سازی، کنترل‌کننده‌ای طراحی می‌شود که پایداری مقاوم را تضمین می‌کند و همچنین کنترل‌کننده‌ی استفاده شده ساختاری جدید داشته و می‌تواند شکلی کلی داشته باشد.

[1] Overshoot
[2] Settling time
[3] Zero exclusion condition
[4] Value set
[5] Extended Kharitonov

۵-۱ ساختار پایان نامه

ساختار این پایان نامه به این شکل است که در فصل دوم دربارهی حساب دیفرانسیل و انتگرال مرتبه کسری بصورت خلاصه توضیحاتی داده میشود. در این فصل ابتدا توابعی خاص که در نظریهی حسابان کسری کاربرد دارند معرفی میشود، سپس تعاریفی از مشتقات مهم کسری ارائه شده، خواص آنها بیان میشود و در نهایت کاربردی از معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری بیان میگردد. در فصل سوم تبدیل لاپلاس مشتقات مرتبه کسری به عنوان ابزاری برای نمایش سیستمهای مرتبه کسری معرفی میشود در این فصل نمایش تابع تبدیل و فضای حالت سیستمهای کسری بیان شده و ارتباط بین این دو نمایش ذکر میشود. همچنین قضایای پایداری برای این دو نمایش بیان میگردد. در فصل چهارم کنترلکنندهی $PI^{\lambda}D^{\mu}$ و کنترلکنندهی پیشفاز- پسفاز مرتبه کسری معرفی شده و برای هر کدام یک روش طراحی بیان میشود و با شبیهسازیهایی عملکرد بهتر این دو کنترلکننده نسبت به همتای مرتبه صحیحشان نشان داده میشود سپس روشهایی برای تقریب کنترلکنندههای مرتبه کسری با کنترلکنندههای مرتبه صحیح بیان شده و با هم مقایسه میشوند. فصل پنجم این پایان نامه به ارائهی روش طراحی کنترلکنندهی مقاوم مرتبه کسری اختصاص مییابد. در این فصل ابتدا معادلهی دیوفانتین و روش حل آن بیان میشود سپس کنترلکنندهای پیشنهاد شده و خواص آن ذکر میشود و در نهایت روش ارائه شده توضیح داده میشود. این روش روی چند سیستم پیادهسازی شده و نتایج شبیهسازی آورده میشوند.

فصل ۲ حسابان کسری

۲–۱ مقدمه

در این فصل بصورت خلاصه درباره‌ی حسابان کسری مطالبی ذکر می‌شود. ابتدا تعاریف چند تابع خاص که در نظریه‌ی حسابان کسری کاربرد دارند بیان می‌شود سپس تعاریف مهمی از مشتق و انتگرال کسری و خـواص این تعاریف ذکر می‌شود. در بخش بعد مشتق تعدادی از توابع مهم بیان می‌شـود و در نهایـت مثـالی از کـاربرد معادلات دیفرانسیل مرتبه کسری آورده می‌شود. مطالب این فصل از مراجع [۳-۱] و [۳۶] گردآوری شده‌اند.

۲–۲ توابع خاص در حسابان کسری

در این بخش دو تابع گاما[1] و میتاگ- لفلر[2] که در حسابان کسری بسیار کاربرد دارند بطـور خلاصـه مـورد مطالعه قرار می‌گیرند.

۲–۲–۱ تابع گاما

تابع گاما یکی از مهمترین توابع در بررسی مشتق و انتگرال کسری است. ایـن تـابع تعمیمـی از فاکتوریـل است و برخلاف فاکتوریل که فقط برای اعداد صحیح تعریف می‌شود تابع گامـا بـرای اعـداد غیرصـحیح و حتـی مختلط نیز قابل تعریف است. تابع گاما بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty e^{-t} t^{z-1} dt \tag{۲-۱}$$

این تابع برای نیمه‌ی راست صفحه‌ی مختلط $Re(z) > 0$ همگرا خواهد بود. یکی از خواص اساسـی تـابع گامـا عبارت است از:

$$\Gamma(z+1) = z\Gamma(z) \tag{۲-۲}$$

که اگر z یک عدد صحیح باشد می‌توان به رابطه‌ی زیر رسید:

$$\Gamma(n+1) = n! \tag{۲-۳}$$

یکی از خواص دیگر تابع گاما این است که این تابع دارای قطب‌های ساده در $z = -n, (n = 0,1,2,\dots)$ است.

[1] Gamma function
[2] Mittag-Leffler function