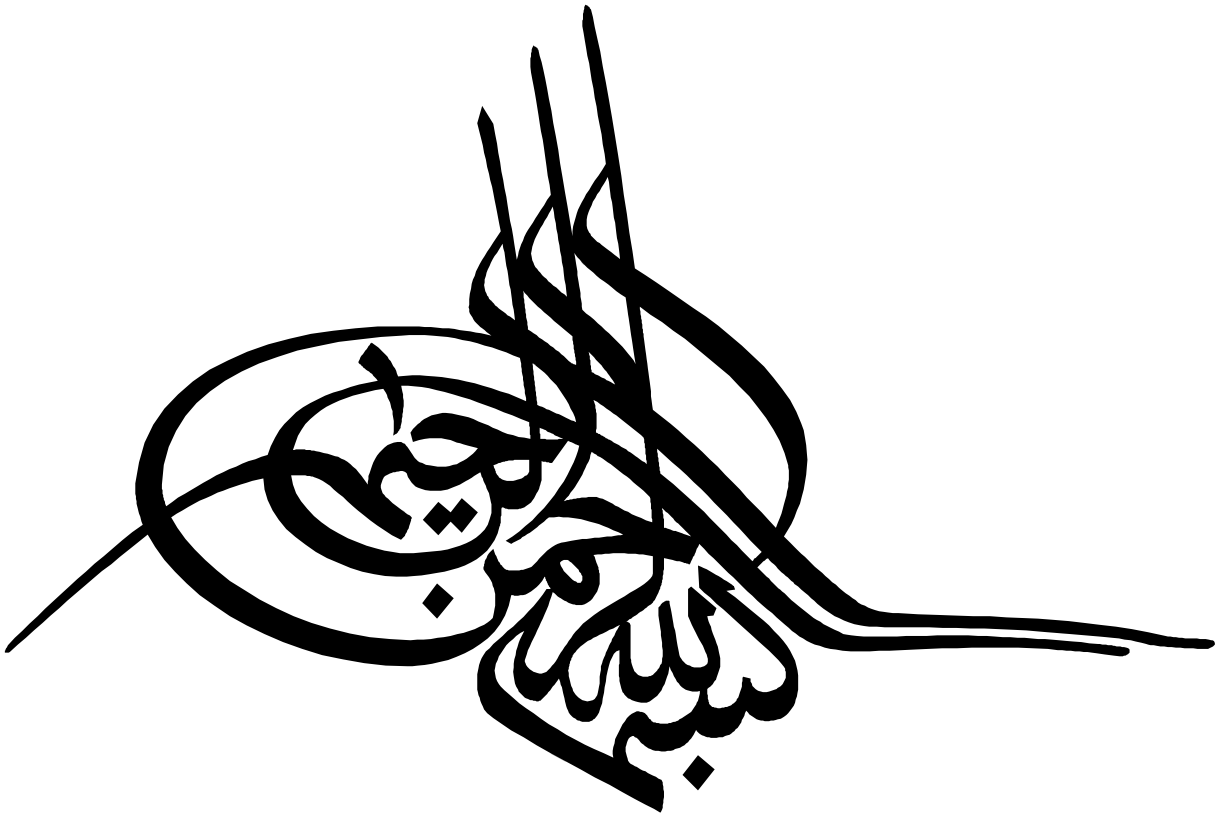
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی امیر کبیر

دانشکدهٔ مهندسی عمران و محیط زیست

پایان نامه جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد

تاثیر ترک در رفتار پانلهای برشی فولادی

استاد راهنما : دکتر محمّد مهدی علی نیا

تهیه و تنظیم : سید علی اصغر حسین زاده

پاییز ۱۳۸۵

بسمه تعالی

فرم اطلاعات پایان‌نامه

کارشناسی ارشد و دکترا

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)
معاونت پژوهشی

تاریخ:.....

پیوست:.....

نام و نام‌خانوادگی: سید علی اصغر حسین زاده **دانشجوی:** آزاد (■) بورسیه (...) معادل (...)

شماره دانشجویی: ۸۳۱۲۴۱۷۴ **دانشکده:** عمران **رشته تحصیلی:** زلزله

نام و نام‌خانوادگی استاد راهنما: دکتر محمد مهدی علی نیا

عنوان پایان‌نامه به فارسی: تاثیر ترک در رفتار پانلهای برشی فولادی

عنوان پایان‌نامه به انگلیسی: An investigation into the buckling and post bucking of cracked steel shear panels

نوع پروژه: کارشناسی ارشد (■) / دکتـــــرا (...) کاربردی (■) بنیادی (...) توسعه‌ای (...) نظری (...)

تاریخ شروع: ۸۴/۶/۳۰ **تاریخ خاتمه:** ۸۵/۹/۱۵ **تعداد واحد:** ۳۲

سازمان تأمین کننده اعتبار:

واژه‌های کلیدی به فارسی: کمانش صفحات، تحلیل غیرخطی صفحات، صفحات ترک خورده، کمانش برشی، المانهای محدود.

واژه‌های کلیده به انگلیسی: buckling of plates, nonlinear analysis of plates, cracked plates, shear buckling, finite element.

نظرها و پیشنهادها به منظور بهبود فعالیت‌های پژوهشی دانشگاه:

استاد راهنما:

دانشجو:

امضاء استاد راهنما: **تاریخ:**

نسخه ۱: معاونت پژوهشی

نسخه ۲: کتابخانه و به انضمام دو جلد پایان‌نامه به منظور تسویه حساب با کتابخانه و مرکز اسناد و مدارک علمی

با تشکر از استاد راهنمای گرامی

جناب آقای دکتر علی نیا

که مرا در کلیهٔ مراحل انجام این پروژه با

راهنمایی های راهگشای خویش، یاری نمودند

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست

چکیده پایان نامه ثبت شده توسط: سید علی اصغر حسین زاده

برای اخذ درجه کارشناسی ارشد با عنوان : تاثیر ترک در رفتار پانلهای برشی فولادی

زمان ثبت : پاییز ۸۵

چکیده:

کمانش و جاری شدن متعاقب مصالح در ورقهای نازک تحت برش یک پدیده کاملا طبیعی است. این پدیده در ورقهای دارای بریدگی یا ترک می تواند بصورت های مختلف بروز کرده و رفتار پس از کمانش را تحت تاثیر قرار دهد. هدف از مطالعه اخیر، مدلسازی ورقهای ترک خورده در محدوده مرکزی و کناره ها و بررسی پدیده کمانش و رفتار پس از کمانش ورقهای نازک ترک خورده تحت نیروی برشی خالص است. این موضوع در گذشته چندان مورد توجه قرار نگرفته است. این مطالعه با در نظر گرفتن اثر خصوصیات مختلف هندسی، مکانیکی و مصالح و با استفاده از روش المان محدود به تعیین ضریب تقلیل تنش بحرانی کمانش برشی صفحات ترک خورده با ترکهایی از پیش فرض شده می پردازد. به عبارت دیگر، ضریب تقلیل تنش بحرانی کمانش برشی برای اندازه ها، زوایا و موقعیت های مختلف استقرار ترک در پانلهای برشی دارای ضریب پواسون مختلف، شرایط مرزی متغیر و همچنین ضخامت و مدول الاستسیته مختلف محاسبه می گردد. در ادامه، اثر نسبت جانبی صفحه در ضریب تقلیل تنش بحرانی بررسی می شود. سپس، چندین نمونه تحلیل غیر خطی کامل هندسی و مصالح برای مدلهای ترک خورده و بدون ترک به منظور درک رفتار کلی سازه تحت بارهای فراتر از بار بحرانی صورت خواهد گرفت. در انتها چند نمونه تحلیل غیر خطی برروی دیوارهای برشی فولادی ترک خورده صورت گرفته و موارد برجسته آنها ذکر شده اند.

کلمات کلیدی : کمانش صفحات، تحلیل غیر خطی صفحات، صفحات ترک خورده، کمانش برشی، المانهای محدود.

فهرست علائم بکار رفته :

t, b, a : به ترتیب طول، عرض و ضخامت صفحه.

ℓ : طول ترک.

θ : زاویه ترک با راستای قطر کششی صفحه.

υ : ضریب پوآسون مصالح.

E : مدول الاستسیته مصالح.

F_y : تنش تسلیم مصالح.

$\Delta_{(in-plane)}$: تغییرمکان جانبی بالاترین گره صفحه.

$\Delta_{(out-of-plane)}$: تغییرمکان گره وسط صفحه در راستای عمود بر آن.

P : برآیند نیروی برشی در یک ضلع پانل.

R_0 : نیروی اعمال شده در گره های پانل سالم.

R_{VECP} : نیروی اعمال شده در گره های پانل ترک خورده با ترک لبه ای قائم.

R_{HECP} : نیروی اعمال شده در گره های پانل ترک خورده با ترک لبه ای افقی.

τ_0^{cr} : تنش بحرانی پانل سالم.

τ_{CCP}^{cr} : تنش بحرانی پانل ترک خورده در محدوده مرکزی.

τ_{ECP}^{cr} : تنش بحرانی پانل ترک خورده در کناره ها.

ψ : ضریب تقلیل تنش بحرانی یا نسبت تنش بحرانی پانل ترک خورده به پانل سالم.

ψ_s : ضریب تقلیل تنش بحرانی برای شرایط مرزی ساده.

ψ_c : ضریب تقلیل تنش بحرانی برای شرایط مرزی گیردار.

$\varphi = a/b$: نسبت جانبی صفحه یا نسبت طول صفحه به عزض آن.

ℓ/b یا $\ell' = \ell/a$: طول نسبی ترک یا نسبت اندازه ترک به بعد صفحه.

$S = x/a$: فاصله نسبی مرکز ترک یا یک گره مرزی از محور y صفحه.

$\lambda = t/b$: ضخامت نسبی صفحه یا نسبت ضخامت ورق به عرض صفحه.

$\rho_{c,a}$: اختلاف نسبی تنش بحرانی در پانل HECP(c) نسبت به HECP(a).

$\rho_{c,b}$: اختلاف نسبی تنش بحرانی در پانل HECP(c) نسبت به HECP(b).

$\rho_{b,a}$: اختلاف نسبی تنش بحرانی در پانل HECP(b) نسبت به HECP(a).

ξ : اختلاف نسبی تنش بحرانی در زاویه ترک $\theta = 90^\circ$ نسبت به $\theta = 0^\circ$ برای پانل ترک خورده در مرکز.

β : اختلاف نسبی تنش بحرانی در موقعیت ترک $S = 0$ نسبت به $S = 0.5$ در پانل ترک خورده با ترک لبه ای قائم.

k : سختی جانبی اولیه پانل یا دیوار ترک خورده.

$k_\circ$: سختی جانبی اولیه پانل یا دیوار سالم.

P_u : مقاومت برشی نهایی پانل یا دیوار برشی ترک خورده.

P_{u0} : مقاومت برشی نهایی پانل یا دیوار برشی سالم.

u_f : جابجایی نهایی پانل یا دیوار برشی ترک خورده در لحظه گسیختگی.

$u_{f\circ}$: جابجایی نهایی پانل یا دیوار برشی سالم در لحظه گسیختگی.

فهرست مطالب

عنوان

صفحه

چکیده

۱

فصل ۱ : مقدمه

۲

۱- ۱ کلیات

۲

۱- ۲ هدف و ساختار پایان نامه ۳

فصل ۲ : تحقیقات انجام شده بر روی صفحات ترک خورده **۵**

فصل ۳ : کمانش برشی صفحات

۳۱

۳- ۱ بررسی کمانش صفحه بدون تقویتی ۳۱

۳- ۱- ۱ روش دقیق محاسبهٔ بار کمانشی صفحات

۳۱

۳- ۱- ۲ روشهای تقریبی محاسبهٔ بار کمانشی صفحات ۳۷

۳- ۲ ظرفیت های پس از کمانش صفحات ۴۸

۳- ۳ محاسبهٔ ظرفیت باربری نهایی صفحات در برش ۵۰

فصل ۴ : تحلیل المان محدود به کمک نرم افزار ANSYS

۵۲

۴- ۱ کاربرد روش اجزای محدود در تحلیل سازه های صفحه‌ای ۵۲

۴- ۲ قابلیت های نرم افزارهای ANSYS ۶۰

عنوان

صفحه

۴- ۲- ۱ معرفی نرم افزار ANSYS ۶۰

۴- ۲- ۲ روشهای تحلیل ۶۰

۴- ۲- ۳ المان های مورد استفاده ۶۱

۴- ۲- ۴ مصالح مورد استفاده ۶۳

۴- ۲- ۵ معیار گسیختگی مورد استفاده ۶۴

فصل ۵ : کمانش برشی پانلهای ترک خورده در مرکز

۶۵

۵- ۱ چکیده ۶۵

۵- ۲ معرفی ۸۵

۵- ۳ مدلسازی المانهای محدود و تبیین مشخصات صفحه ترک خورده ۶۷

۵- ۴ کمانش ورقهای ترک خورده تحت نیروی برشی ۷۷

۵- ۵ بررسی نتایج ۷۹

۵- ۵- ۱ اثر متقابل ضخامت ورق و طول ترک بر ضریب تقلیل تنش بحرانی ۸۰

۵- ۵- ۲ اثر متقابل نسبت پوآسون و طول ترک بر ضریب تقلیل تنش بحرانی ۸۵

۵- ۵- ۳ اثر متقابل ضخامت صفحه و طول ترک بر تنش بحرانی برشی ۸۹

۵- ۵- ۴ تاثیر مدول یانگ بر ضریب تقلیل تنش بحرانی ۹۳

۵- ۵- ۵ تاثیر نسبت جانبی صفحه بر ضریب تقلیل تنش بحرانی ۹۵

۵- ۵- ۶ چند نمونه تحلیل غیر خطی ۱۰۰

عنوان

صفحه

۵- ۶ نتایج برجسته ۱۰۳

فصل ۶: کمانش برشی پانلهای دارای ترک های کناری

۱۰۸

۶- ۱ چکیده ۱۰۸

۶- ۲ معرفی ۱۰۹

۶- ۳ مدلسازی المانهای محدود و تبیین مشخصات صفحات ترک خورده ۱۱۰

۶- ۴ کمانش ورقهای ترک خورده تحت نیروی برشی ۱۲۴

۶- ۵ بررسی نتایج

۱۲۶

۶- ۵- ۱ نتایج تحلیل کمانشی پانلهای با ترک لبه ای قائم (VECP) ۱۲۷

۶- ۵-۱- ۱ اثر متقابل ضخامت ورق و طول ترک بر ضریب تقلیل تنش بحرانی

۱۲۷

۶- ۵-۱- ۲ اثر متقابل نسبت پوآسون و طول ترک بر ضریب تقلیل تنش بحرانی

۱۳۲

۶- ۵- ۱-۳ اثر متقابل ضخامت ورق و طول ترک بر تنش بحرانی برشی ۱۳۵

۶- ۵-۱-۴ بررسی تاثیر تغییر مدول یانگ مصالح در ضریب تقلیل تنش بحرانی

۱۴۰

عنوان

صفحه

۶- ۵- ۲ نتایج تحلیل کمانشی پانلهای با ترک لبه ای افقی (HECP) ۱۴۲

۶- ۵- ۲-۱ اثر متقابل ضخامت ورق و طول ترک بر ضریب تقلیل تنش بحرانی

۱۴۲

۶- ۵- ۲-۲ اثر متقابل نسبت پوآسون و طول ترک بر ضریب تقلیل تنش بحرانی

۱۴۸

۶- ۵- ۲-۳ اثر متقابل ضخامت ورق و طول ترک بر تنش بحرانی برشی ۱۵۲

۶- ۵- ۲-۴ بررسی اثر موقعیت نسبی ترک بر ضریب تقلیل تنش بحرانی پانل HECP(d) ۱۵۹

۶- ۵- ۲-۵ تاثیر مدول یانگ مصالح بر ضریب تقلیل تنش بحرانی ۱۶۱

۶- ۵- ۲-۶ بررسی تاثیر نسبت جانبی صفحه در ضریب تقلیل تنش بحرانی ۱۶۳

الف) صفحات با ترک لبه ای افقی (HECP) ۱۶۳

ب) صفحات با ترک لبه ای قائم (VECP) ۱۶۷

۶- ۵- ۳ چند نمونه تحلیل غیر خطی ۱۷۰

۶- ۶ نتایج برجسته ۱۷۴

۶- ۶- ۱ پانلهای با ترک لبه ای قائم (VECP)

۱۷۴

۶- ۶- ۲ پانلهای با ترک لبه ای افقی (HECP) ۱۸۰

عنوان

صفحه

فصل ۷ : رفتار غیرخطی پانلهای برشی دارای ترک

۱۸۷

۷- ۱ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای ترک خورده در محدوده مرکزی (CCP) ۱۸۹

۷- ۱- ۱ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای CCP(1) ۱۸۹

۷- ۱- ۲ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای CCP(2) ۲۰۰

۷- ۱- ۳ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای CCP(3) ۲۱۰

۷- ۱- ۴ مقایسه نتایج حاصل از تحلیل غیرخطی پانلهای CCP(1)، CCP(2) و CCP(3) ۲۱۹

۷- ۱- ۵ نتایج برجسته ۲۲۲

۷- ۲ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای ترک خورده با ترک لبه ای قائم (VECP) ۲۲۴

۷- ۲- ۱ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای VECP (1) ۲۲۴

۷- ۲- ۲ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای VECP (2) ۲۳۴

۷- ۲- ۳ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای VECP (3) ۲۴۳

۷- ۲- ۴ مقایسه نتایج حاصل از تحلیل غیرخطی پانلهای VECP(1)، VECP(2) و VECP(3)

۲۵۲

۷- ۲- ۵ نتایج برجسته ۲۵۵

۷- ۳ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی پانلهای ترک خورده با ترک لبه ای افقی (HECP) ۲۵۶

۷- ۳- ۱ مقایسه نتایج حاصل از تحلیل غیرخطی پانلهای HECP(a)-1، HECP(a)-2،

HECP(a)-3، HECP(b)، HECP(c)، HECP(d)-1 و HECP(d)-2 ۲۶۷

عنوان

صفحه

۷- ۳- ۲ نتایج برجسته ۲۷۴

فصل ۸ : رفتار غیرخطی دیوارهای برشی با ترک در محدوده مرکزی (CCSW) **۲۷۵**

۸- ۱ بررسی نتایج تحلیل غیرخطی دیوارهای برشی یک طبقه دارای ترک در محدوده مرکزی

۲۷۶

۸- ۲ نتایج برجسته ۲۸۹

فصل ۹ : خلاصه نتایج و ارائه پیشنهاد برای تحقیقات آینده ۲۹۰

۹- ۱ خلاصه نتایج

۲۹۰

۹- ۱- ۱ خلاصه نتایج تحلیل کمانشی پانلهای برشی ترک خورده

۲۹۱

۹- ۱- ۲ خلاصه نتایج تحلیل غیرخطی پانلها و دیوارهای برشی ترک خورده ۲۹۲

۹- ۲ ارائه پیشنهاد برای تحقیقات آینده ۲۹۳

فهرست منابع و مأخذ

۲۹۴

فصل اول

مقدمه

۱-۱ کلیات :

ورقهای نازک بعلت نسبت بالای مقاومت به وزن و حفظ سختی و مقاومت پس از کمانش در بسیاری از کاربردهای مهندسی نظیر تیرورقها، مقاطع جعبه ای، سیلوها، سازه های دریایی، فضاپیما، مخازن و دیوارهای برشی و ... مورد استفاده قرار می گیرند. طراحی اولیه سازه های جدار نازک در وهله اول منوط به ارزیابی پدیده کمانش در این سازه هاست. تا قبل از دهه ۱۹۶۰ طراحی این سازه ها متکی بر کمانش الاستیک آنها بوده و محدودیتهای قابل توجه ای برروی نسبت لاغری صفحه اعمال می کرد. با توسعه روش طراحی حد نهایی، محدودیتهای مربوط به لاغری صفحات کمتر شد. این سازه ها مستعد آسیبهای مختلفی از جمله شروع و گسترش ترک، خوردگی، ضربه، حمله مواد شیمیایی و

زوال مصالح در اثر گذشت زمان هستند. گاهی نیز برشهایی به دلیل نیازهای بهره برداری تعمدا ایجاد می شوند (مثلا عبور لوله های تاسیساتی ، کابلهای برق یا غیره). بررسی چنین نقصهایی در ارزیابی ظرفیت تحمل سازه و ایمنی آن باید در طراحی مد نظر قرار گیرد. در واقع وجود ترک یا نقص های مشابه می تواند بار کمانشی سازه های جدار نازک را بشدت کاهش دهد و پدیده کمانش در این سازه ها نسبت به نقص کاملا حساس است.

نوع دیگر از ترکها که ممکن است در سازه های جدار نازک بوجود بیاید ترک های خستگی هستند. بعنوان نمونه در تیرورقها تحت بارهای سیکلی، در اثر تکرار تغییرشکلهای ناشی از کمانش (web breathing) بخصوص در ناحیه اتصال جوشی جان نازک به اعضای پیرامونی ممکن است که این ترکها بوجود بیایند. در این حالت تنشهای خمشی ثانویه نسبتا بزرگی که در نواحی اتصال جوشی به اعضای پیرامونی بعلت تغییرشکلهای عمود بر صفحه ایجاد می شوند علت بروز این ترک ها هستند.

هدف از مطالعه اخیر، آشنایی با مدلسازی انواع مختلفی از ورقهای ترک خورده در محدوده مرکزی و کناره ها و بررسی پدیده کمانش و رفتار پس از کمانش آنها تحت نیروی برشی خالص است. این موضوع در گذشته چندان مورد توجه قرار نگرفته و عمده تحقیقات صورت گرفته در این زمینه تحت بارگذاری کششی یا فشاری بوده است. این مطالعه با در نظر گرفتن اثر خصوصیات مختلف هندسی، مکانیکی و مصالح و استفاده از روش المان محدود برای تعیین ضریب تقلیل تنش بحرانی کمانش برشی و بررسی رفتار پس از کمانش صفحات ترک خورده با ترکهایی از پیش فرض شده صورت گرفته است.

۱-۲ هدف و ساختار پایان نامه :

هدف از این تحقیق، بررسی اثر ترک در پانلهای برشی با یا بدون اعضای پیرامونی برروی بار کمانشی و رفتار پس از کمانش آنها می باشد. سه نوع ترک در این تحقیق در نظر گرفته شده اند که نوع اول در محدوده مرکزی صفحه، نوع دوم در لبه ها و در امتداد گره های مرزی و نوع سوم در لبه ها و در راستای عمود بر آن است.

پس از آن، تاریخچه ای از تحقیقات صورت گرفته در فصل دوم آورده می شود.

در فصل سوم و قبل از ورود به بحث اصلی، مقدمه ای در مورد کمانش برشی صفحات آورده شده و در ادامه به چگونگی استفاده از ظرفیت پس از کمانش و مقاومت نهایی صفحات مسطح و نحوهٔ محاسبهٔ آن اشاره شده است.

فصل چهارم، اختصاص به کاربرد روش المان محدود در تحلیل سازه های صفحه ای و معرفی نرم افزار مورد (ANSYS) استفاده در این پروژه دارد.

در فصل پنجم، اثر پارامترهای مختلف هندسی، مکانیکی و مصالح در بار کمانشی پانلهای ترک خورده در محدوده مرکزی با استفاده از تحلیل مقادیر ویژه مورد بررسی قرار می گیرد. نتایج بدست آمده در قالب نمودارهائی ارائه شده اند.

در فصل ششم، اثر پارامترهای مختلف هندسی، مکانیکی و مصالح در بار کمانشی پانلهای ترک خورده در کناره ها با استفاده از تحلیل مقادیر ویژه مورد بررسی قرار می گیرد.

همچنین در هر دو بخش پنجم و ششم، نحوه مش بندی و اثر ابعاد مش بندی بر روی نتایج بررسی شده و تعداد المان مورد نیاز جهت حصول نتیجهٔ مناسب، تعیین گردیده است.

بررسی نتایج بدست آمده از تحلیل غیرخطی پانلهای ترک خورده موضوع بحث فصل هفتم می باشد. در این فصل تاثیر مواردی چون طول و اندازه ترک و شرایط مرزی صفحه در ظرفیت پس از کمانش، مقاومت نهایی، سختی اولیه و تغییرمکان جانبی در لحظه گسیختگی مد نظر قرار گرفته و نتایج در قالب نمودارها و جداولی ارائه شده اند.

در فصل هشتم نیز نتایج مربوط به تحلیل غیر خطی چند مدل یکطبقه از دیوار برشی ترک خورده در محدوده مرکزی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

فصل دوم

تحقیقات انجام شده بر روی صفحات ترک خورده

در ۱۹۷۲، اشتال (Stahl) و کر (Keer) [۱] به مسئله مقادیر ویژه در ورقهای مستطیلی ترک خورده پرداختند. مسئله ارتعاش و کمانش برای صفحه ای با ترک لبه ای و صفحه با ترک داخلی میان صفحه حل و در قالب دو مجموعه معادله منحصربفرد ارائه شد. همچنین در این تحقیق در مورد شکلهای مدی کمانشی و ارتعاشی ورقهای ترک خورده نیز بحث شده است.

در سال ۱۹۷۴، ناسکی (Naschie) [۲] با استفاده از تحلیل خطی مقادیر ویژه پوسته های استوانه ای با ترک محیطی، راه حلی را جهت بررسی پدیده کمانش موضعی ارائه کرد. بر این اساس طول دیوار نامحدود فرض شد و رابطه ای مناسب

برای ارزیابی مقدار انحناء اولیه مسیر پس از کمانش بدست آمد که نشان داد این رابطه با بروز پدیده کمانش در پوسته های بتنی ترک خورده در سازه هایی چون برجهای خنک کننده در ارتباط است.

در ۱۹۸۶ سیه (Sih) و لی (Lee) [۳] کمانش ورقهای ترک خورده را تحت بارهای فشاری و کششی مورد مطالعه قرار دادند. با توجه به این تحقیق تغییرشکلهای مرتبط با مدهای مختلف کمانشی برای ورق ترک خورده در محدوده مرکزی، مشخص و به تصویر کشیده شد. نتایج این تحقیق نشان داد که بار کمانشی صفحه با افزایش اندازه ترک کاهش می یابد.

در ۱۹۸۸، شاو (Shaw) و هوآنگ (Huang) [۴] خصوصیات کمانشی ورقهای ترک خورده را تحت بار کششی تک محوری با استفاده از تکنیک المان محدود مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق تاثیر عواملی چون اندازه ترک، شرایط مرزی، ضریب پوآسون صفحه و بارگذاری دومحوری برروی بار کمانشی مطالعه شد. همچنین تاثیر تغییرشکل اولیه نیز مورد بحث قرار گرفت.

در سال ۱۹۹۰، ری (Arun Roy)، شاستری (Shastry) و راوٗ (Venkateswara Rao) [۵] پایداری ورقهای مربع شکل با ترکهای عرضی عمیق را تحت بار فشاری تک محوری با استفاده از المانهای مثلثیِ بسیار دقیق، بررسی کردند. بر این اساس پارامتر پایداری برای طولهای ترک مختلف و شرایط مرزی ساده و گیردار بدست آمد.

در ۱۹۹۱، شیموزو (Shigeru Shimizu) و اِناموتو (Shunya Yoshida Noriyasu Enomoto) [۶] کمانش الاستیک ورقهای سوراخ دار را تحت بارگذاری کششی با استفاده از تحلیل المان محدود بررسی کردند. مشاهده شد که در این حالت، صفحه تحت تاثیر تنشهای فشاری که در اثر بارگذاری کششی در مجاورت سوراخ بوجود می آید ممکن است دچار کمانش موضعی شود. در این تحقیق رفتار کمانشی صفحات و توزیع تنشها تحت بارگذاری کششی با تغییر در نسبت جانبی صفحه و شکل سوراخها مورد مطالعه قرار گرفته بود. بر این اساس، ضریب کمانش و مدهای کمانشی با توجه به نسبت جانبی صفحه بدست آمدند و تاثیر شکل سوراخها در مقاومت کمانشی صفحه مورد بحث قرار گرفت.

در ۱۹۹۲، ریکس (Riks)، رانکین (Rankin) و بروگان (Brogan) [۷] بکمک تکنیک المان محدود رفتار کمانشی و پس از کمانش ترکها در صفحات تحت کشش را بررسی کردند. در این تحقیق ترک در وسط صفحه و در راستای عمود بر

بارگذاری در نظر گرفته شد. نتایج این تحقیق نشان داد که تغییرشکلهای کمانشی صفحه سبب تشدید قابل توجه تمرکز تنش در اطراف نوک ترک می شود. این تاثیر موجب باز-توزیع میدان تنش شده و با افزایش طول ترک افزایش می یابد.

در ۱۹۹۷، باروت (Barut)، مادنسی (Madenci)، بریت (Britt) و استارنس (Starnes) [۸] کمانش موضعی و پارگی در ورقهای نازک کامپوزیت را با یک ترک مورب تحت بار کششی بررسی کردند. نتایج این تحقیق نشان داد که با تغییر زاویه ترک از حالت ترک عرضی به ترک طولی (ترک در راستای بارگذاری) بار کمانش موضعی افزایش و پتانسیل انرژی جذب شده کاهش می یابد.

در ۱۹۹۹، استکانچی و وفایی [۹] کمانش پوسته های استوانه ای ترک خورده را تحت بار محوری بررسی کردند. در این تحقیق یک مدل کلی المان محدود بجهت تحلیل پوسته های ترک خورده با طول ترک و زوایای مختلف پیشنهاد شد. رفتار کمانشی پوسته های استوانه ای ترک خورده تحت بار فشاری و کششی مورد مطالعه قرار گرفت و حساسیت بار کمانشی نسبت به طول ترک و زاویه آن بررسی شد. با توجه به نتایج آن، مشخص شد که کاربرد المانهای چهار وجهی و ریزکردن آنها در نوک ترک در مدل المانهای محدود پوسته ها و ورقهای ترک خورده نتایج قابل اعتمادی را بدنبال دارد. حساسیت بار کمانشی با کاهش ضخامت پوسته افزایش می یابد. همچنین مشخص شد که حساسیت بار کمانشی نسبت به طول ترک در پوسته های لاغر بیشتر بوده و چندان تابع تغییر زاویه ترک نیست. بعنوان نمونه در شکل ۲-۱ مد اول و دوم کمانش پوسته استوانه ای با ترک محوری (طولی) را تحت بار فشاری محوری نشان داده و شکل ۲-۲ ضریب کاهش بار کمانشی را در مقابل طول نسبی ترک برای ضخامتهای نسبی مختلف از پوسته با ترک طولی را نشان می دهد. P_{cr}، P_b به ترتیب بار کمانشی پوسته ترک خورده و سالم، R و t به ترتیب شعاع و ضخامت پوسته استوانه ای می باشند.

در تحقیقی دیگر [۱۰]، این دو محقق به مطالعه پارامتریک مدلسازی المانهای محدود صفحات و پوسته های ترک خورده پرداختند. در این تحقیق رفتار کلی ۴۰ صفحه و پوسته مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. تاثیر پارامترهای مختلفی چون اندازه ترک، شعاع انحناء پوسته، درجه ریزی المانها در نوک ترک و ضریب پوآسون مصالح در نظر گرفته شد. بر اساس نتایج این تحقیق، توزیع تنشها در مجاورت نوک ترک نسبت به ریز بودن مش در این ناحیه بسیار حساس است، در