بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده عمران

گروه سازه

تحلیل غیر خطی هندسی سازه به روش ایزوژئومتریک در مسائل تنش-کرنش مسطح

دانشجو : مهدی اردیانی

اساتید راهنما :

دکتر بهروز حسنی

دکتر سید مهدی توکلی

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ۱۳۹۳

شماره :
تاریخ :
ویرایش :

بسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم شماره (۶)

فرم صورتجلسه دفاع پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد آقای **مهدی اردیانی** رشته **عمران** گرایش **سازه** تحت عنوان:

تحلیل غیر خطی هندسی سازه به روش ایزوژئومتریک در مسائل تنش-کرنش مسطح

که در تاریخ **۱۳۹۳/۰۶/۱۶** با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه صنعتی شاهرود برگزار گردید به شرح زیر است :

قبول (با درجه : بسیار) امتیاز ۱۹/۵ ☑ دفاع مجدد ☐ مردود ☐

۱ـ عالی (۲۰ ـ ۱۹)

۲ـ بسیار خوب (۱۸/۹۹ ـ ۱۸)

۳ـ خوب (۱۷/۹۹ ـ ۱۶)

۴ـ قابل قبول (۱۵/۹۹ ـ ۱۴)

۵- نمره کمتر از ۱۴ غیر قابل قبول

عضو هیأت داوران	نام ونام خانوادگی	مرتبهٔ علمی	امضاء
۱ـ استادراهنما	دکتر بهروز حسنی	استاد	
۲ـ استادراهنما	دکتر سید مهدی توکلی	استادیار	
۳ـ نماینده شورای تحصیلات تکمیلی	دکتر مهدی گلی	استادیار	
۴ـ استاد ممتحن	دکتر فرشید علائی جندقی	دانشیار	
۵ ـ استاد ممتحن	دکتر رضا نادری	استادیار	

تأیید رئیس دانشکده : دکتر احمد احمدی

تقدیم به

پدر دلسوز، مادر صبور و همسر مهربانم

می‌دانم هیچگاه نتوانسته‌ام محبت‌هایتان را جبران نمایم.

هر چه هست از قامت ناسازِ بی‌اندام ماست

ورنه تکلیف تو بر بالای کس کوتاه نیست

در ابتدای این تحقیق برخود لازم دانسته تا از زحمات اساتید گرانقدر خود که در این مسیر دلسوزانه مرا یاری نمودند تشکر نمایم.

با تقدیر فراوان از معلم علم و اخلاق، آقای دکتر بهروز حسنی که خالصانه علم و تجربه خویش را در اختیار بنده قرار داده و همچون شمعی روشنگر این حقیر در قسمتهای تاریک این تحقیق بوده‌اند.

با سپاس فراوان از آقای دکتر سید مهدی توکلی که روشنگر راهم در تنظیم این پایان نامه بوده و با محبتهایشان مرا مدیون خود کرده‌اند زحماتش را هرگز فراموش نخواهم کرد.

با تشکر و سپاس فراوان از آقای دکتر رضا نادری که با بردباری و دلسوزی فراوان مزاحمت‌های این حقیر را تحمل نموده و پاسخگوی سوالات بنده بوده‌اند.

بنده پیر خراباتم که لطفش دائم است

ورنه لطف شیخ و زاهد گاه هست و گاه نیست

تعهد نامه

اینجانب **مهدی اردیانی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته **عمران- سازه** دانشکده **عمران** دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه **تحلیل غیر خطی هندسی سازه به روش ایزوژئومتریک در مسائل تنش-کرنش مسطح** تحت راهنمائی **دکتر بهروز حسنی و دکتر سید مهدی توکلی** متعهد می شوم .

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است .
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است .
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است .
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه صنعتی شاهرود » و یا « Shahrood University of Technology » به چاپ خواهد رسید .
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه ، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است .
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری ، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است .

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج ، کتاب ، برنامه های رایانه ای ، نرم افزار ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد . این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود .
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده:

مفاهیم مطرح شده در این تحقیق مبتنی بر فرمول‌بندی مسائل غیرخطی الاستیک بر پایه روش تحلیلی ایزوژئومتریک می‌باشد. بدین منظور به مرور خلاصه‌ای از سینماتیک ذرات اشاره شده و روابط مربوط به تعادل بررسی و ارائه می‌شود. در ادامه به فرمول‌بندی مصالح هایپرالاستیسیته پرداخته شده و ضمن بیان معادله تعادل حاکم بر مسئله، خطی‌سازی آن جهت استفاده از روش حل بر مبنای تکرار نیوتن- رافسون انجام گرفته است. با توجه به استفاده از روش تحلیل ایزوژئومتریک ضمن اشاره به مفهوم این روش، توابع مجهول و هندسه در مسائل خطی‌سازی شده هایپرالاستیسیته توسط توابع پایه و متغیرهای کنترلی گسسته‌سازی می‌شوند. جهت سهولت وکارائی الگوریتمی در تحلیل این دسته از مسائل پیشنهاد شده و در ادامه نتایج روش اجزای محدود و روش ایزوژئومتریک در مسائل هایپرالاستیسیته با یکدیگر مقایسه و سپس به بررسی تاثیر تعداد نقاط گوسی، تعداد تقسیمات بار ، استفاده از توابع انرژی کرنشی حجمی مختلف و بحث در انواع مواد تراکم ناپذیر در همگرایی جواب پرداخته شده است.

کلمات کلیدی: تحلیل ایزوژئومتریک، توابع پایه، نربز، هایپرالاستیسیته

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه:

فهرست مطالب

فصل اول..... ۱

مقدمه و کلیات..... ۱

۱-۱- تاریخچه موضوع: ۲

۱-۲- فرضیات و اهداف پایان نامه:..... ۶

۱-۳- مطالب فصلهای بعدی:..... ۶

فصل دوم ۸

تحلیل غیرخطی هندسی..... ۸

۲-۱- سینماتیک:..... ۹

۲-۱-۱- حرکت:..... ۹

۲-۱-۲- گرادیان تغییر شکل:..... ۱۰

۲-۱-۳- کرنش:..... ۱۲

۲-۱-۴- تجزیه قطبی گرادیان تغییر شکل:..... ۱۳

۲-۱-۵- تغییرات حجم و سطح:..... ۱۵

۲-۱-۶- مولفه اعوجاجی گرادیان تغییر شکل: ۱۶

۲-۱-۷- مشتقات زمانی و مکانی متغیرها:..... ۱۷

۲-۲- تنش و بررسی اصل کار مجازی:..... ۱۸

۲-۲-۱- تانسور تنش کوشی:..... ۱۹

۲-۲-۲- معادلات دیفرانسیل تعادل:..... ۲۰
۲-۲-۳- اصل کار مجازی:..... ۲۲
۲-۲-۴- تانسور تنش کیرشهف:..... ۲۲
۲-۲-۵- تانسور تنش پیولا-کیرشهف اولیه:..... ۲۳
۲-۲-۶- تانسور تنش پیولا-کیرشهف ثانویه:..... ۲۳
۲-۲-۷- مولفه انحرافی و فشردگی تانسور تنش:..... ۲۴
۲-۳- هایپرالاستیسیته:..... ۲۵
۲-۳-۱- تانسور الاستیسیته:..... ۲۶
۲-۳-۱-۱- تانسور الاستیسیته لاگرانژی یا مادی:..... ۲۶
۲-۳-۱-۲- تانسور الاستیسیته اویلری یا فضایی:..... ۲۷
۲-۳-۲- ایزوتروپیک هایپرالاستیسیته:..... ۲۸
۲-۳-۳- تعریف انواع مواد:..... ۲۹
۲-۳-۳-۱: مواد نیو- هوک تراکم پذیر:..... ۲۹
۲-۳-۳-۲- مواد نیو- هوک تراکم ناپذیر:..... ۳۰
۲-۳-۳-۳- مواد هایپرالاستیسیته نزدیک به تراکم ناپذیری:..... ۳۲
۲-۳-۳-۴- مواد هایپرالاستیسیته در راستای اصلی:..... ۳۲
۲-۳-۳-۵- مسائل تنش و کرنش مسطح:..... ۳۳
۲-۳-۴- خطی‌سازی معادلات تعادل:..... ۳۴

فصل سوم..... ۳۸
فرمول بندی روش ایزوژئومتریک در تحلیل مسائل غیرخطی هندسی..... ۳۸
۳-۱- شناخت تحلیل ایزوژئومتریک: ۳۹
۳-۲- تحلیل ایزوژئومتریک در مسائل هایپرالاستیسیته: ۴۵
۳-۲-۱-گسسته سازی محیط پیوسته:..... ۴۵
۳-۲-۱-۱-خطی‌سازی معادله تعادل با توجه به مفهوم روش ایزوژئومتریک:..... ۴۸
۳-۲-۱-۲- گسسته سازی معادله تعادل خطی‌سازی شده با توجه به مفهوم روش ایزوژئومتریک:.. ۵۰
۳-۲-۲- الگوریتم روش تحلیل ایزوژئومتریک در مسائل هایپرالاستیسیته:..... ۵۳
فصل چهارم..... ۵۶
کاربرد برنامه در تحلیل مسائل نمونه ۵۶
۴-۱- بررسی نتایج روش اجزای محدود و روش ایزوژئومتریک در مسائل هایپرالاستیسیته: ۵۷
۴-۱-۱- مدل سازی تیر طره، تحت اثر بارگذاری در انتها:..... ۵۷
۴-۱-۲- مدل سازی تیر دو سر گیردار، تحت اثر نیروی کالبدی وزن:..... ۶۱
۴-۱-۳- مدل سازی قسمتی از استوانه تحت اثر پیچش: ۶۳
۴-۲: ارائه چند مثال متنوع با استفاده از روش ایزوژئومتریک:..... ۶۸
۴-۲-۱- مدل سازی نیم مخروط ناقص تحت فشار خارجی:..... ۶۸
۴-۲-۲- مدل سازی صفحه خمیده تحت فشار خارجی: ۷۲
۴-۲-۳- مدل سازی نیم استوانه تحت فشار خارجی:..... ۷۴

۴-۲-۴- مدل سازی قلاب جرثقال تحت بار: ۷۶

۴-۲-۵- مدل سازی تیر طره تحت اثر پیچش: ۷۹

۴-۲-۶- مدل سازی تیر خمیده تحت اثر برش و کشش: ۸۱

۴-۲-۷- مدل سازی صفحه دارای پیش خیز تحت اثر بار در مرکز صفحه: ۸۵

فصل پنجم ۹۰

نتیجه گیری ۹۰

۵-۱- مقدمه ۹۱

۵-۲- جمع بندی نتایج ۹۲

ضمائم ۹۴

معرفی و ساخت فایل ورودی و خروجی برنامه *IGLAGSHYP V*1.0 : ۹۵

مراجع: ۱۰۴

فهرست اشکال

شکل۲-۱: بیان کلی حرکت یک جسم تغییر شکل پذیر ۹

شکل ۲-۲: بیان کلی حرکت در همسایگی ذرات..... ۱۱

شکل۲-۳: تجزیه قطبی گرادیان تغییر شکل ۱۴

شکل ۲-۴: بردار تنش کوشی بر روی صفحه با توجه به بردار نرمال N ۱۹

شکل۲-۵: مولفه‌های تانسور تنش کوشی در هر راستا..... ۲۰

شکل۲-۶: تعادل ۲۰

شکل ۳-۱: مدل سازی سطح به وسیله توابع پایه ب- اسپلاین و نقاط کنترلی..... ۳۹

شکل ۳-۲: وابسته سازی مسئله مورد تحلیل به توابع پایه و متغیرهای کنترلی..... ۴۶

شکل ۳-۳: فضای فیزیکی و فضای پارامتریک..... ۴۷

شکل ۳-۴: انتقال بین فضای فیزیکی، فضای پارامتریک و فضای الگو ۵۲

شکل ۳-۵: الگوریتم روش تحلیل ایزوژئومتریک در مسائل هایپرالاستیسیته..... ۵۵

شکل ۴-۱: تعریف مسئله۴-۱-۱ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک (ج)مش بندی اولیه در روش اجزای محدود..... ۵۸

شکل۴-۲: (الف)کانتور جابجایی در راستایZ در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ب) کانتور جابجایی در راستایZ در روش اجزای محدود (ج)کانتور جابجایی در راستایX در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (د) کانتور جابجایی در راستایX در روش اجزای محدود (ه)کانتور جابجایی در راستایY در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (و) کانتور جابجایی در راستایY در روش اجزای محدود (ز) نمودار بار- جابجائی در نقطه

اعمال بار..... ۶۰

شکل ۴-۳: تعریف مسئله۴-۱-۲ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک (ج)مش بندی اولیه در روش اجزای محدود..... ۶۲

شکل۴-۴: (الف)کانتور جابجایی در راستایZ در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ب) کانتور جابجایی در راستایZ در روش اجزای محدود (ج)کانتور جابجایی در راستایX در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (د) کانتور جابجایی در راستایX در روش اجزای محدود (ه)کانتور جابجایی در راستایY در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (و) کانتور جابجایی در راستایY در روش اجزای محدود ۶۳

شکل ۴-۵: تعریف مسئله۴-۱-۳ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک (ج)مش بندی اولیه در روش اجزای محدود..... ۶۵

شکل۴-۶: (الف)کانتور جابجایی در راستایZ در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ب) کانتور جابجایی در راستایZ در روش اجزای محدود (ج)کانتور جابجایی در راستایX در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (د) کانتور جابجایی در راستایX در روش اجزای محدود (ه)کانتور جابجایی در راستایY در روش ایزوژئومتریک به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (و) کانتور جابجایی در راستایY در روش اجزای محدود ۶۶

شکل۴-۷: منحنی بار- جابجایی در راستای Y (الف)روش ایزوژئومتریک بارگذاری در ۱۰۰ مرحله (ب)روش ایزوژئومتریک بارگذاری در ۵۰ مرحله (ج)روش اجرای محدود بارگذاری در ۱۰۰۰ مرحله۶۷

شکل ۴-۸: تعریف مسئله۴-۲-۱ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک..... ۶۹

شکل۴-۹: (الف)کانتور تنش YY با ۲۷ نقطه گوسی (ب) کانتور تنش YY با ۶۴ نقطه گوسی (ج)

کانتور تنش YY با ۲۱۶ نقطه گوسی (د)کانتور تنش XX با ۲۷ نقطه گوسی (ه) کانتور تنش با ۶۴ نقطه گوسی (و) کانتور تنش XX با ۲۱۶ نقطه گوسی (ز)کانتور تنش XZ با ۲۷ نقطه گوسی به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ح) کانتور تنش XZ با ۶۴ نقطه گوسی به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ط) کانتور تنش XZ با ۲۱۶ نقطه گوسی به همراه شبکه کنترلی تغییریافته ۷۱

شکل ۴-۱۰: تعریف مسئله۴-۲-۲ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک..... ۷۲

شکل ۴-۱۱: (الف) کانتور تنش xy با تعداد تقسمات بار=۱۰ (ب) کانتور تنش xy با تعداد تقسمات بار=۲۰ (ج) کانتور تنش xy با تعداد تقسمات بار=۵۰ (د) کانتور تنش xy با تعداد تقسمات بار= ۱۰۰ به همراه شبکه کنترلی تغییریافته ۷۳

شکل ۴-۱۲: نمودار بار-جابجائی در نقطه اعمال بار..... ۷۴

شکل ۴-۱۳: تعریف مسئله۴-۲-۳ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک..... ۷۵

شکل ۴-۱۴: (الف) کانتور تنش XX به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ب) کانتور تنش XZ به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ج) کانتور تنشYY به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (د) کانتور تنش ZZ به همراه شبکه کنترلی تغییریافته ۷۶

شکل۴-۱۵: نمودار انرژی کرنشی حجمی به نسبت تغییرات حجم، تابع اول قرمز، تابع دوم سبز، تابع سوم آبی و تابع چهارم آبی کمرنگ..... ۷۷

شکل ۴-۱۶: تعریف مسئله۴-۲-۴ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک..... ۷۸

شکل ۴-۱۷: (الف) کانتور تنش zz برای تابع انرژی کرنشی اول (ب) کانتور تنش zz برای تابع انرژی

کرنشی دوم (ج)کانتور تنش zz برای تابع انرژی کرنشی سوم (د)کانتور تنش zz برای تابع انرژی کرنشی چهارم..... ۷۹

شکل ۴-۱۸: تعریف مسئله۴-۲-۵ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک..... ۸۰

شکل ۴-۱۹: (الف) کانتور تنش XX به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ب) کانتور تنش XY به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ج) کانتور تنش XZ به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (د)کانتور تنشYY به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (ه) (ب) کانتور تنش YZ به همراه شبکه کنترلی تغییریافته (و) کانتور تنش ZZ به همراه شبکه کنترلی تغییریافته..... ۸۱

شکل ۴-۲۰: تعریف مسئله۴-۲-۶ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک..... ۸۲

شکل ۴-۲۱: (الف) کانتور تنش XX به همراه شبکه کنترلی تغییریافته مدل اول (ب) کانتور تنش Σ_{XX} به همراه شبکه کنترلی تغییریافته مدل دوم (ج)تغییرات ضخامت مدل اول (د)تغییرات ضخامت مدل دوم..... ۸۳

شکل ۴-۲۲: (الف) نمودار بار-جابجایی در راستایX مدل اول قرمز و مدل دوم سبز (ب) نمودار بار-جابجایی در راستایY مدل اول قرمز و مدل دوم سبز ۸۴

شکل ۴-۲۳: تعریف مسئله۴-۲-۷ (الف) هندسه، بارگذاری و شرایط مرزی (ب)شبکه کنترلی در روش ایزوژئومتریک..... ۸۶

شکل ۴-۲۴: (الف)کانتور تنشZZ به همراه شکل تغییریافته جسم قبل از وقوع پدیده (ب)کانتور تنشΣ_{ZZ} به همراه شکل تغییریافته جسم بعد از وقوع پدیده (ج)نمودار بار-جابجایی در راستایZ برای ۵۰ مرحله بارگذاری (د)نمودار بار-جابجایی در راستایZ برای ۲۰۰ مرحله بارگذاری (ه)کانتور

تنش XY به همراه شبکه کنترلی تغییریافته و تغییر شکل نهایی جسم..... ۸۹

فهرست جداول

جدول ۴-۱: تغییرات حجم آغازین و پایانی در روش اجزای محدود و ایزوژئومتریک..... ۶۰

جدول۴-۲: توابع انرژی کرنشی حجمی ۷۷

جدول۴-۳: حجم اولیه، حجم پایانی و نسبت تغییرات حجم..... ۷۹

جدول ۶-۱: اطلاعات مورد نیاز جهت ایجاد فایل ورودی..... ۹۶

جدول ۶-۲: تعریف شرایط مرزی نقاط کنترلی..... ۹۸

جدول۶-۳: پارامترهای خصوصیات مواد..... ۹۹

جدول۶-۴: توابع انرژی کرنشی حجمی ۹۹

فهرست علائم و اختصارات

تانسور تنش اولیه پیولا - کیرشهف	$\boldsymbol{P}$
مولفه انحرافی تانسور تنش اولیه پیولا- کیرشهف	$\boldsymbol{P}'$
مولفه فشار هیدرواستاتیکی	p
تانسور تنش ثانویه پیولا- کیرشهف	$\boldsymbol{S}$
مولفه انحرافی تانسور تنش ثانویه پیولا- کیرشهف	$\boldsymbol{S}'$
تانسور تنش کوشی	$\boldsymbol{\sigma}$
مولفه انحرافی تانسور تنش کوشی	$\boldsymbol{\sigma}'$
تانسور گرادیان تغییر شکل	F
تابع انرژی کرنشی ذخیره شده	Ψ
تانسور چرخشی	$\boldsymbol{R}$
تانسور کشیدگی	$\boldsymbol{U}$
تانسور تغییر شکل گرین- کوشی راست	$\boldsymbol{C}$
تانسور تغییر شکل گرین- کوشی چپ	$\boldsymbol{b}$
تانسور کرنش گرین یا لاگرانژی	$\boldsymbol{E}$
تانسور کرنش المانسی یا اویلری	$\boldsymbol{\varepsilon}$
نرخ تغییرات	$\boldsymbol{d}$
تانسور الاستیسیته مادی یا لاگرانژی	$\tilde{\boldsymbol{C}}$
مولفه انحرافی تانسور الاستیسیته مادی یا لاگرانژی	$\hat{\tilde{\boldsymbol{C}}}$
موافه فشار هیدرو استاتیکی تانسور الاستیسیته مادی یا لاگرانژی	$\tilde{\boldsymbol{C}}_p$
مولفه حجمی تانسور الاستیسیته مادی یا لاگرانژی	$\tilde{\boldsymbol{C}}_k$
تانسور الاستیسیته فضایی یا اویلری	$\tilde{\boldsymbol{c}}$
مولفه انحرافی تانسور الاستیسیته فضایی یا اویلری	$\hat{\tilde{\boldsymbol{c}}}$
مولفه فشار هیدرو استاتیکی تانسور الاستیسیته فضایی یا اویلری	$\tilde{\boldsymbol{c}}_p$
مولفه حجمی تانسور الاستیسیته فضایی یا اویلری	$\tilde{\boldsymbol{c}}_k$
چگالی	ρ
نسبت تغییرات حجم	J
حجم آغازین	V

حجم کنونی	v
مساحت آغازین	A
مساحت کنونی	a
بردار سرعت	$\boldsymbol{v}$
ماتریس سختی مماسی	$\boldsymbol{K}$
ماتریس ژاکوبین	$\boldsymbol{J}$
بردار نیروی خارجی	$\boldsymbol{F(u)}$
بردار نیروی داخلی	$\boldsymbol{T(u)}$
بردار باقیمانده‌های نیرو در نقاط گرهی	$\boldsymbol{R(u)}$
مختصات اولیه نقاط	$\boldsymbol{X}$
مختصات کنونی نقاط	$\boldsymbol{x}$
مختصات اولیه نقاط کنترلی	$\boldsymbol{X}_p$
مختصات کنونی نقاط کنترلی	$\boldsymbol{x}_p$
بردار جابجایی نقاط	$\boldsymbol{u}$
بردار جابجایی نقاط کنترلی	$\boldsymbol{u}_p$
تابع پایه ب- اسپلاین	$N_{i,p}$
تابع پایه نربز	$R_{i,p}$
بردار گره‌ای در راستای ξ	ξ
بردار گره‌ای در راستای η	η
بردار گره‌ای در راستای ζ	ζ