به نام خدا

۱۱۸۴۲۰

دانشکده فیزیک

گروه فیزیک نظری و اختر فیزیک

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

عنوان

مطالعه درهم‌تنیدگی کوانتومی بین اتم‌ها

استادان راهنما

دکتر مهدی رضایی کرامتی

دکتر رضا خردمند

استاد مشاور

دکتر حسین متولی

پژوهشگر

لادن پیروی

۱۳۸۸/۷/۱۸

تاریخ اطلاعات مدارک علمی دانشگاه
تهیه مدارک

۱۳۸۸ تیر

۱۱۸۴۲۰

نام خانوادگی دانشجو: پیروی **نام :** لادن

عنوان پایان نامه:

درهم‌تنیدگی کوانتومی بین اتم‌ها

اساتید راهنما : دکتر مهدی رضایی کرامتی

دکتر رضا خردمند

استاد مشاور : دکتر حسین متولی

مقطع تحصیلی : کارشناسی ارشد **رشته :** فیزیک **گرایش :** نظری

دانشگاه : تبریز **دانشکده :** فیزیک **تاریخ فارغ التحصیلی:** ۸۸/۴

تعداد صفحه:

کلید واژه‌ها : سنجه درهم‌تنیدگی، درهم‌تنیدگی شکل‌یابی، کیوبیت، کیوتریت ، نامساوی مونوگمی، تلاقی، شاهد درهم‌تنیدگی، نگاتیویتی، ارزش درهم‌تنیدگی، افت ناگهانی درهم-تنیدگی، سیستم چند ذره‌ای

چکیده :

درهم‌تنیدگی کوانتومی یک پدیده غیر کلاسیکی است که از همبستگی کوانتومی بین زیر سیستم‌های جدا از هم ناشی می‌شود و نقش مهمی در فرایندهای کوانتومی همچون رمز نگاری، کدگذاری فشرده، انتقال از راه دور و همچنین محاسبات کوانتومی ایفا می‌کند. در واقع درهم‌تنیدگی کوانتومی مانند پتانسیل در فرایندهای اطلاعات کوانتومی بوده، لذا بایستی بتوان مقدار کمی برای آن تعریف کرد. هر تابعی که مقدار کمی درهم‌تنیدگی کوانتومی را تعیین می‌کند، سنجه درهم‌تنیدگی نامیده می‌شود.

از مهمترین سنجه‌هایی که تا کنون برای تعیین محتوای کمی درهم‌تنیدگی کوانتومی سیستم‌های دو ذره ای پیشنهاد شده است، درهم‌تنیدگی شکل‌یابی است. تا کنون درهم‌تنیدگی تقسیم شده بین دو اتم دو ترازی بررسی شده است و معیارهای جداپذیری و درهم‌تنیدگی در مورد آنها به کار رفته است. در این پایاننامه ضمن معرفی سنجه‌های درهم‌تنیدگی به معرفی درهم‌تنیدگی شکل‌یابی خواهیم پرداخت و با استفاده از تلاقی که تابعی از درهم‌تنیدگی شکل‌یابی می‌باشد، به بررسی

نامساوی مونوگمی برای سیستم‌های چند کیوبیتی پرداخته و نا مساوی مونـوگمی را بـرای سیـستم های چند کیوتریتی تعمیم خواهیم داد، که در نهایت نقض نامساوی را برای سیستم‌های کیوتریتی با استفاده درهم‌تنیدگی شکل‌یابی و نگاتیویتی مشاهده می‌کنیم. بنابراین سنجه ارزش درهم‌تنیـدگی را به عنوان روشی مناسب برای تشکیل این نامساوی ارائه خواهیم کرد، که با اسـتفاده از ایـن سـنجه صحت نامساوی مونوگمی را برای سیستم‌های چند کیوتریتی مشاهده خواهیم کرد. به دلیل حجیم بودن روابط محاسباتی برای مونوگمی درهم‌تنیدگی سیستم‌هـای چنـد کیـوبیتی و چنـد کیـوتریتی، تعمیم رابطه برای درجات بالاتر غیر ممکن می‌نماید. بنابراین به مطالعه عددی و کیفی درهم‌تنیدگی سیستم‌های اتمی چند ذره ای و چند ترازی تحت شرایط محیطی مختلف می‌پردازیم.

تقدیم به :

مادر و پدر دلسوز و مهربانم و

همسر و همسفر زندگیم

با سپاس فراوان از:

جناب آقای دکتر رضایی کرامتی

که دانش سرشار خویش را بی‌دریغ در راه تعلیم ما به کار گرفت.

جناب آقای دکتر خردمند

که راهنمایی‌های حکیمانه ایشان روشنی‌بخش مسیر انجام این پایان‌نامه بود.

جناب آقای دکتر جعفری زاده

که از راهنمایی‌ها و دانش ایشان بهره فراوان برده‌ایم.

جناب آقای دکتر صحرایی

که داوری این پایان نامه بر عهده ایشان بود.

جناب آقای دکتر متولی و جناب آقای دکتر جسور

که نه تنها در مقام استاد بلکه در پست معاونت آموزشی تحصیلات تکمیلی و مدیریت گروه نظری و اخترفیزیک همواره از مساعدت‌های ایشان بهره‌مند شده‌ایم.

در نهایت از ریاست محترم دانشکده و سایر اساتید ارجمند که هر یک به نوبه خود سهمی عظیم در مسیر آموزش ما در دوره کارشناسی‌ارشد داشته‌اند و همچنین از آقای حمیدی , آقای اسعدی و کارکنان محترم کتابخانه‌ها که زمینه مناسبی برای فعالیت‌های علمی ما فراهم نمودند و دوستان خوبم صمیمانه قدردانی و تشکر می‌کنم.

لادن پیروی

تیرماه ۱۳۸۸

فهرست مطالب

مقدمه..... ۶

فصل اول: بررسی منابع:

۱-۱-درهم‌تنیدگی کوانتومی..... ۸

۱-۲-درهم‌تنیدگی و غیرموضعیت..... ۱۱

۱-۳-مفاهیم درهم‌تنیدگی و جداپذیری..... ۱۳

۱-۴-سنجه‌های درهم‌تنیدگی و سنجه‌های جداپذیری..... ۱۸

۱-۵-تبدیلات LOCC..... ۱۹

۱-۶-مطالعه درهم‌تنیدگی سیستم‌های اتمی و رابطه مونوگمی..... ۲۱

فصل دوم: مبانی و روش‌ها:

۲-۱-آزمایش فکری EPR..... ۲۳

۲-۲-درهم‌تنیدگی و جداپذیری..... ۲۵

۲-۳-سنجه‌های درهم‌تنیدگی..... ۲۶

۲-۳-۱-درهم‌تنیدگی شکل‌یابی..... ۲۸

۲-۳-۲- تلاقی..... ۲۹

۲-۳-۳-قدرت درهم‌تنیدگی..... ۳۰

۲-۳-۴-آنتروپی نسبی درهم‌تنیدگی..... ۳۱

۲-۳-۵- تجزیه لونشتاین و سنپرا (L -S)..... ۳۲

۲-۳-۶-ارزش درهم تنیدگی..... ۳۳

۲-۳-۷-درهم‌تنیدگی تقطیرپذیر..... ۳۳

۲-۳-۸-نگاتیویتی..... ۳۳

۲-۴-رابطه مونوگمی برای درهم‌تنیدگی کیوبیت‌ها..... ۳۴

۲-۴-۱-نامساوی CKW..... ۳۵

۲-۵-معیارهای جداپذیری..... ۳۵

۲-۵-۱-معیارPPT..... ۳۶

۲-۵-۲-معیار GCN و CCN.....۳۸

۲-۵-۳-شاهد درهم‌تنیدگی EW.....۳۹

۲-۶-بررسی درهم‌تنیدگی سیستم‌های دو کیوبیتی و سه‌کیوبیتی.....۴۰

۲-۶-۱-مطالعه درهم‌تنیدگی سیستم‌های دوکیوبیتی.....۴۱

۲-۶-۲-مطالعه درهم‌تنیدگی سیستم‌های سه‌کیوبیتی.....۴۲

۲-۶-۳- بررسی نامساوی مونوگمی برای سیستم های سه کیوبیتی.....۴۶

۲-۶-۴-آنتروپی خطی و ارتباط آن با تلاقی.....۴۹

فصل سوم: نتایج و بحث:

۳-۱- نامساوی مونوگمی سیستم‌های کیوتریتی با استفاده از درهم‌تنیدگی شکل‌یابی.....۵۴

۳-۱-۱- نامساوی مونوگمی سیستم‌های کیوتریتی با استفاده از نگاتیویتی.....۵۸

۳-۱-۲- نامساوی مونوگمی سیستم‌های کیوتریتی با استفاده از ارزش درهم‌تنیدگی.....۶۴

۳-۲-درهم‌تنیدگی دو اتم در یک تله هارمونیکی یک بعدی.....۶۵

۳-۲-۱-مدلی برای مطالعه درهم‌تنیدگی دو اتم در تله هارمونیکی یک بعدی.....۶۶

۳-۲-۲-درهم‌تنیدگی دو اتم بوزونی یکسان در تله هارمونیکی یک بعدی.....۷۲

۳-۲-۳- درهم‌تنیدگی در حالت پایه دو اتم بوزونی یکسان در یک تله هارمونیکی.....۷۴

۳-۲-۴-درهم تنیدگی دو اتم بوزونی یکسان در یک تله هارمونیکی در دمای مشخص.....۷۹

۳-۳- درهم‌تنیدگی دو اتم فرمیونی یکسان در تله هارمونیکی یک بعدی.....۸۳

۳-۳-۱- بررسی درهم‌تنیدگی در حالت پایه دو اتم فرمیونی یکسان در یک تله هارمونیکی.....۸۶

۳-۳-۲- درهم‌تنیدگی دو اتم فرمیونی یکسان در تله هارمونیکی در دمای مشخص.....۹۰

۳-۴-افت ناگهانی درهم‌تنیدگی در سیستم دو کیوبیتی در محیط‌های نوفه‌دار کلاسیکی.....۹۶

۳-۵- افت ناگهانی درهم تنیدگی بین دو اتم دو ترازی به مدل جنیس کامینگ.....۱۰۲

۳-۶- افت ناگهانی و طول عمر درهم‌تنیدگی دو یون سه ترازی اندرکنشی با میدان لیزری ۱۰۶

۳-۷- تحولات درهم‌تنیدگی وابسته به زمان در سیستم دو کیوبیتی تحت تاثیر پارامترهای مختلف.....۱۱۱

نتایج و پیشنهادات..... ۱۱۲

منابع.....۱۱۵

مقدمه:

درهم‌تنیدگی کوانتومی[۱] یکی از شگفت انگیزترین وجهه‌های مکانیک کوانتومی است. این پدیده غیرکلاسیکی که اولین بار در سال ۱۹۳۵ توسط اینیشتین[۲] در مقاله معروفEPR[۳][۱] و شرودینگر[۴] [۲] معرفی شد سالیان درازی توجه زیادی را به خود جلب نمود. در ابتدا درهم‌تنیدگی به صورت کیفی مورد بررسی قرار گرفت و به طور چشمگیری تئوری کوانتومی را از درک کلاسیکی متمایز نمود. اینیشتین و پیروانش بر این عقیده بودند که وجود چنین پدیده‌هایی در مکانیک کوانتومی دلیل بر نقض آن است، لذا معتقد بودند که با استفاده از متغیر پنهانی[۵] می‌توان نظریه کاملی بدون اثرات غیرموضعیت به وجود آورد. در این راستا تلاش‌های زیادی برای توسعه متغیر پنهانی صورت گرفت که برجسته‌ترین آنها توسط بوهم[۶] [۳] انجام شد. از طرفی بل[۷] در سال ۱۹۶۴ نشان داد که تمامی تلاشها برای توسعه نظریه متغیر پنهانی محکوم به شکست است چرا که اصولاً ایده‌های مقاله EPR دربارهٔ موضعیت با بعضی پیش‌بینی‌های مکانیک کوانتومی ناسازگار است. بل نشان داد که وجود مدلی مبتنی بر متغیر پنهانی برای مکانیک کوانتومی مستلزم برقراری یک نامساوی (نامساوی بل) است[۴]، در حالی که مکانیک کوانتومی پیش‌بینی حالت‌هایی را می‌کند که نامساوی را نقض می‌کنند. بعد از ارائه نامساوی بل ویژگی‌های کمی درهم‌تنیدگی نمایان شد و مورد توجه قرار گرفت. در حقیقت نامساوی بل از جمله تلاش‌های اولیه برای تعیین

---

۱. Quantum entanglement
۲. Einestein
۳. Schorodinger
۴. Schorodinger
۵. Hidden variable
۶. Bohm
۷. Bell

همبستگی کوانتومی محسوب می‌شود. در آن زمان چنین همبستگی‌هایی که بتوانـد در محـیط‌هـای کنتـرل شده میان سیستم‌های کوانتومی ایجاد شود غیرقابل تصور بود اما با پیشرفت تکنولوژی در دهـه‌هـای اخیـر اکنون بشر قادر است که ضمن اندازه‌گیری سیستم‌های کوانتومی با دستکاری آنها همبستگی‌های کوانتـومی قابل کنترل ایجاد کند. همزمان با این پیشرفت‌ها، همبستگی کوانتومی به سمتی پـیش رفتنـد کـه بـه‌عنـوان سرچشمه انجام کارهایی که در ناحیه کلاسیک غیرممکن بود، در نظر گرفته شدند. برای شناخت دقیـق‌تـر درهم‌تنیدگی، ساختار ریاضی آنرا مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای ایـن منظـور مـسائل مطـرح را بـه سـه قسمت کلی تقسیم می‌کنیم:

۱- توصیف ویژگی و مشخصات درهم‌تنیدگی [۱].

۲- دستکاری و به‌کار بردن درهم‌تنیدگی [۲].

۳- تعیین مقدار درهم‌تنیدگی [۳].

که در میان آنها قسمت سوم به لحاظ اینکه در بررسی سنجه‌های درهـم‌تنیـدگی نقـش مـوثری دارد حـائز اهمیت است. مطالعات مربوط به سنجه نیز نیازمند شناخت دقیق درهم‌تنیدگی است.

---

۱. Characterisation
۲. Manipulation
۳. Quntification

فصل اول

بررسی منابع

(پایه های نظری و پیشینه پژوهش)

۱-۱-درهم‌تنیدگی کوانتومی:

در سالهای اخیر توجه زیادی به درهم‌تنیدگی کوانتومی جلب شده و بسیار مورد مطالعه قرار گرفته است. درهم‌تنیدگی کوانتومی در فرآیندهای اطلاعات کوانتومی[۱]، محاسبات کوانتومی[۲]، انتقال از راه دور[۳]، ارتباطات و کپی سازی و رمزنگاری[۴] و کدگذاری فشرده[۵] و... کاربرد وسیعی پیدا کرده است و روز به روز در حال توسعه و پیشرفت می‌باشد[۵،۶،۷،۸]. در حقیقت آینده عصر تکنولوژی بر اساس درهم‌تنیدگی قرار دارد. با بررسی‌های صورت گرفته در مقیاس اتمی پدیده‌های ناملموس رخ می‌دهد که همتای کلاسیکی نداشته و در حقیقت به جای یک دنیای قابل کنترل باید از احتمال و نامشخص بودن صحبت کنیم. نظریه اطلاعات کوانتومی امکان ارسال اطلاعات با استفاده از سیستم‌های کوانتومی را فراهم می‌کند و درهم-تنیدگی این سیستم‌ها در میزان ارسال اطلاعات نقش مهمی را ایفا می‌کند. در فرستادن اطلاعات مساله امنیت بازگرداندن و درجای خود گذاشتن اطلاعات بسیار مهم می‌باشد که به خاطر درهم‌تنیدگی این امنیت به صورت بسیار خوبی اما نه به طور کامل حفظ شده است. در واقع با هیچ روشی نمی‌توانیم یک پیام را باز کنیم بدون اینکه اطلاعاتی از دریافت کننده داشته باشیم. در واقع تنها با استفاده از یک بخش سوم در انتقال این پیام می‌توانیم آن را بدست آوریم و به خاطر پیچیدگی که این بخش دارد قسمتی از اطلاعات از دست می‌رود.اما همین ماهیت جالب درهم‌تنیدگی باعث این انتقال‌ها می‌شود.

---

۱. Quantum information processing
۲. Quantum computation
۳. Telepotration
۴. Cryptography
۵. Dense coding

۱-۲-درهم‌تنیدگی و غیرموضعیت:

وقتی دو سیستم فیزیکی با هم برهم‌کنش دارند، همبستگی خاصی از ماهیت کوانتومی بین آن دو ایجاد می‌شود که حتی وقتی برهم‌کنش را قطع و دو تا سیستم را از هم جدا کنیم باز هم همبستگی باقی می‌ماند. اگر یک اندازه‌گیری بر روی مشاهده‌پذیر محلی[۱] سیستم اول انجام دهیم حالتش تغییر می‌کند(حالتی که ویژه حالت مشاهده پذیر باشد). و حالت سیستم دوم بلافاصله دچار تغییر می‌شود. مسئول انجام این کنش از راه دور همبستگی کوانتومی غیرکلاسیکی و غیرمحلی(غیرموضعی) است که به عنوان درهم‌تنیدگی شناخته می‌شود. به طور کلی درهم‌تنیدگی کوانتومی از همبستگی کوانتومی بین زیرسیستم‌های جدا از هم ناشی می‌شود. این همبستگی کوانتومی که نمی‌توان آن را توسط عملیات محلی بر روی زیر سیستم‌های جدا از هم به وجود آورد معمولاً در زیر سیستم‌هایی وجود دارد که تنها در گذشته با یکدیگر برهم کنش داشته‌اند و اکنون هیچ برهم‌کنشی با یکدیگر ندارند. بنابراین اگر دو سیستم در گذشته با یکدیگر برهم‌کنش داشته باشند عموماً این امکان وجود ندارد که حالت هر یک از زیر سیستم‌ها را مستقل از دیگری معین نمود. حالت یک دستگاه کوانتومی به جای آنکه با یک بردار حالت مشخص شود با یک ماتریس چگالی مشخص می‌شود. این ماتریس چگالی در برگیرنده تمامی اطلاعاتی است که ما می‌توانیم از دستگاه کوانتومی کسب کنیم.ماتریس چگالی خاصیت‌های زیر را دارد:

همواره مثبت است، رد آن واحد است و همیوغ ترانهاد آن با خودش برابر است.اگر رد توان دوم ماتریس چگالی یک باشد، یعنی حالت ρ یک حالت خالص است.یک حالت درهم‌تنیده دوکیوبیتی را در نظر می گیریم، فرض کنید که کیوبیت اول دست آلیس و دومی در دست باب است. حالت‌های $|0\rangle,|1\rangle$ را برای

---

[۱]. Local

نشان دادن ویژه حالت‌های اسپین در راستای Z به کار برده‌ایم. اگر آلیس روی ذره خود یک اندازه‌گیری در راستای Z انجام دهد و مقدار صفر بدست آورد، می‌تواند به طور قطع نتیجه اندازه‌گیری باب را پیش-گویی کند، زیرا باب در صورت اندازه‌گیری در همین پایه به طور قطع مقدار یک را بدست خواهد آورد. بالعکس اگر آلیس مقدار یک را بدست آورد، می‌تواند به طور قطع بگوید که باب نتیجه صفر را در اندازه-گیری خود بدست خواهد آورد. این قدرت پیش‌بینی نتیجه توسط آلیس حتی در وضعیتی که اندازه‌گیری-های آلیس و باب فاصله فضاگونه با هم دارند نیز برقرار است. از آنجا که دو رویداد با فاصله فضاگونه هیچ‌گونه رابطه علی با یکدیگر ندارند، به نظر می‌رسد که یک نوع اثر غیرموضعی در مکانیک کوانتومی وجود دارد که هیچ نوع سابقه‌ای در فیزیک کلاسیک ندارد. (همچنین به نظر می‌رسد که این نوع پدیده‌ها به نوعی نسبیت خاص را نقض می‌کنند.) اما می‌توان نشان داد که آلیس با اندازه‌گیری‌های خود تنها می-تواند نتایج آزمایش‌های باب را پیش‌گویی کند و به هیچ روی نمی‌تواند علامت یا سیگنالی را به او مخابره کند. یعنی حالت ذره‌ای که در دست باب است با اندازه‌گیری‌های آلیس تغییر نمی‌کند و در نتیجه اندازه-گیری‌های آلیس به هیچ روی باعث تغییری در حالت ذره باب نخواهد شد و در نتیجه هیچ نوع علامت یا اطلاعی به باب مخابره نمی‌شود. این امر این ادعا را ثابت می‌کند که غیرموضعیت به معنای نقض نسبیت خاص نیست. با این وجود حالت‌های درهم‌تنیده نشان دهنده اثرات غیرموضعی درمکانیک کوانتومی هستند، خصلت‌های غریبی دارند که آنها را شایسته مطالعه جدی و وسیع می‌کند. در دو دهه اخیر که موضوع کامپیوترها و اطلاعات کوانتومی گسترش یافته است، نتایج فراوانی در مورد این نوع حالت‌ها بدست آمده است. این موضوع در ۱۹۳۵ توسط اینیشتین، پودولسکی و روزن طرح شده است. اینیشتین به دلیل علاقه و اعتقاد عمیقی که به نظریه فیزیکی به عنوان توصیف کننده جهان خارج داشت، یعنی جهانی

واقعی که مستقل از مشاهدات و تصورات ما وجود عینی دارد هرگز نتوانست مکانیک کوانتومی را به عنوان یک نظریه کامل و همچنین تعریفی دقیق ارائه کند و سپس به کمک آن نشان دهد که مکانیک کوانتومی یک نظریه کامل نیست. بنابر مکانیک کوانتومی، یک خصلت معین از یک ذره از قبل یک مقدار مشخص ندارد که توسط عمل اندازه‌گیری «مشاهده» یا «آشکار» شود، بلکه عمل اندازه‌گیری یکی از مقادیر کمیت مشاهده‌پذیر را «خلق» می‌کند. هرگاه که قائل به وجود چنین کمیتی واقعی و از قبل موجود شویم به تناقض‌های آشکاری با آزمایش‌ها مواجه خواهیم شد. به عنوان مثال مولفه اسپین یک ذره در یک راستای معین، قبل از اندازه‌گیری مقدار معینی ندارد و نمی‌توان از مقدار واقعی آن قبل از اندازه‌گیری سخن گفت. زیرا می‌دانیم که نتایج اندازه‌گیری مولفه‌های اسپین یک ذره‌ای اسپین۲ /۱ در هر راستایی همیشه دو مقدار $\hbar/2,\hbar/2-$ را بدست می‌دهد، در صورتی که نمی‌توان برداری را تصور کرد که مولفه-های آن در هر راستایی تنها همین دو مقدار را اختیار کند.

ملاک کامل بودن یک نظریه:

اگر نظریه‌ای فراهم کنیم که تنها به بخشی از مشاهدات ما نظم و ترتیب دهد و برایمان قدرت پیشگویی فراهم کند و به وضوح درباره جنبه‌ها یا عناصری از جهان واقعی که می‌دانیم وجود دارند ساکت باشد، آنگاه می‌توانیم بگوییم که نظریه ما یک نظریه کامل نیست. به عبارت دیگر نظریه‌ای کامل است که هر عنصری از واقعیت در آن قابل توصیف باشد. به کمک تعریف بالا و با ارائه یک آزمایش فکری که آن را آزمایش EPR می نامیم اینیشتین، پودلسکی و روزن سعی کردند نشان دهند که مکانیک کوانتومی یک نظریه کامل نیست.

۱-۳-مفاهیم درهم‌تنیدگی و جداپذیری:

حالت خالص $|\psi\rangle$ سیستم N ذره‌ای را در نظر می‌گیریم. بنابه تعریف این سیستم درهم‌تنیده است اگر نتوان آن را به صورت حاصل‌ضرب تانسوری از حالت‌های خالص هر یک از زیرسیستم‌ها نوشت. برای حالات آمیخته بسته به اینکه چه نوع همبستگی در سیستم وجود داشته باشد حالت‌های مختلفی را می‌توان در نظر گرفت. یک سیستم مرکب از چندین زیرسیستم تشکیل شده است. ساده‌ترین وضعیت زمانی است که زیرسیستم‌ها هیچ‌گونه همبستگی نداشته باشند و لذا ماتریس چگالی سیستم را می‌توان به صورت ضرب مستقیم زیرسیستم‌ها نوشت که به آن حالت حاصل‌ضرب گفته می‌شود. وقتی که زیرسیستم‌ها درهم‌تنیده باشند، دیگر امکان اینکه زیرسیستم انفرادی مربوط به بردار حالت مشخص را بدست آورد مقدور نیست و به وسیله مشاهده‌های محلی هر زیرسیستم، همبستگی میان آنها را نمی‌توان بدست آورد. همچنین عمل‌های محلی و ارتباطات کلاسیکی هرگز بر روی زیرسیستم‌های درهم‌تنیده نمی‌توانند سبب افزایش درهم‌تنیدگی شوند[۸]. بنابراین هر حالت کوانتومی باید یا درهم‌تنیده باشد و یا جداپذیر باشد. در نتیجه یک حالت دو قسمته جداپذیر، به عنوان حالتی تعریف می‌شود که بتوان آن را به صورت ترکیب محدبی از حالت‌های حاصل‌ضربی نوشت، این حالت را می‌توان بوسیله حالت‌های مستقل و جدا از هم ایجاد کرد و اگر یک اندازه‌گیری از یکی از حالت‌ها انجام شود تاثیری بر دیگری ندارد، در غیر اینصورت حالت را درهم‌تنیده می‌گوییم: $\rho_{AB} = \sum P_i \rho_A^i \otimes \rho_B^i$

که در اینجا ρ ماتریس چگالی بوده و P_i احتمال یافتن در هر حالت است که مجموع آنها برابر یک است یعنی: $\sum_i P_i = 1$.

در حالت‌های خالص $P_i = ۱$ و در نتیجه عملگر ماتریس چگالی بصورت $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ می‌باشد. برای توصیف حالات خالص[۱] و مرکب[۲] مثالی می‌زنیم:

فرض می‌کنیم تعدادی توپ به رنگ سفید و سیاه داخل یک جعبه باشند که نشان‌دهنده دو امکان برای یک حالت است مثل صفر و یک برای یک کیوبیت[۳] .هنگامی که حالت ما خالص باشد(قبل از اندازه-گیری) همه توپ‌ها یک رنگ دارند. در واقع حالت هر توپ با احتمال مساوی سفید و سیاه است ولی تا اندازه‌گیری انجام ندهیم و یکی از آنها را انتخاب نکنیم، حالت توپ برای ما ناشناخته می‌باشد ولی با اندازه‌گیری بر روی یکی از توپ‌ها، رنگ بقیه هم مشخص می‌شود، باید خاطرنشان کرد که اندازه‌گیری منجر به تغییر حالت می‌شود. برای حالت مرکب مخلوطی از رنگ‌ها را داریم و اگر نیمی از توپ‌ها سفید و نیمی دیگر سیاه باشند در واقع بزرگ‌ترین آنتروپی را داریم، در حالیکه برای حالت خالص آنتروپی صفر است.

۱-۴-سنجه‌های درهم‌تنیدگی و سنجه‌های جداپذیری:

برای آشکارسازی درهم‌تنیدگی، خالص یا مرکب بودن یک سیستم بسیار مهم است و از طرفی دیگر، تعیین کمی درهم‌تنیدگی یک حالت در نظریه اطلاعات کوانتومی نیز مسأله بسیار مهمی است.در واقع درهم‌تنیدگی کوانتومی همانند پتانسیل در فرآیندهای اطلاعات کوانتومی عمل می‌کند و لذا بایستی بتوان مانند هر پتانسیلی مقدار کمی برای آن تعریف کرد. هرتابعی که مقدار کمی درهم‌تنیدگی کوانتومی را

---

۱. Pure state
۲. Mixed state
۳. Qubit

مشخص می‌کند، سنجه[١] درهم‌تنیدگی نامیده می‌شود، برای حالات خالص اگر هیچ‌گونه همبستگی در سیستم وجود نداشته باشد سیستم جداپذیر است و در حالات آمیخته اگر سیستم تنها همبستگی کلاسیکی داشته باشد سیستم جداپذیر است و چنانچه همبستگی کوانتومی وجود داشته باشد، درهم‌تنیده است. برای حالات خالص دو قسمته فقط یک سنجه وجود دارد که برای تعیین درهم‌تنیدگی متقاعد کننده است و آن آنتروپی فون- نویمن[٢] برای ماتریس چگالی کاهش‌یافته می‌باشد[٩]. در موقعیت‌های دیگر غیر ممکن به نظر می‌رسد که یک سنجه بتواند میزان درهم‌تنیدگی را مشخص کند. یکی از آنها حالت مرکب دو قسمته می‌باشد. اگر حالت جداپذیر باشد که می‌تواند به صورت حاصل‌ضرب مستقیم زیرسیستم‌ها نوشته شود، همواره این حالت غیردرهم‌تنیده خواهد بود و اگر چنین حالتی همبستگی هم داشته باشد از نوع کلاسیکی است که می‌توان آن را به صورت ترکیبی از حاصل‌ضرب‌ها با ضرایب مثبت نوشت. ولی اگر نتوان ماتریس چگالی این سیستم‌ها را به شکل ترکیبی از حاصل‌ضرب‌ها با ضرایب مثبت نوشت در این صورت آن را درهم‌تنیده می گویند. در زیر تعدادی از سنجه‌های درهم‌تنیدگی را معرفی می‌کنیم:

١-در هم تنیدگی شکل یابی[٣] :

از مهمترین سنجه‌هایی که برای تعیین محتوای کمی درهم‌تنیدگی کوانتومی سیستم‌های دو ذره‌ای پیشنهاد شده است درهم‌تنیدگی شکل‌یابی است که اولین بار توسط بنت و همکارانش معرفی شده است [٧] و در مورد آن درهم تنیدگی بر اساس میزان آنتروپی سنجیده می شود[١٠]. درهم‌تنیدگی شکل‌یابی

---

١. Measure
٢. Von Neumann entropy
٣. Entanglement of formation