



دانشگاه صنعتی شهرورد

دانشکده: فیزیک

گروه: هسته ای

بررسی عددی و تحلیلی برهمکنش فوق ریز و سطوح انرژی ایزوتوب های مختلف

دانشجو: الهام مقصودی

استاد راهنما:

دکتر حسن حسن آبادی

استاد مشاور:

مهندس حامد رحیم اف

پایان نامه ارشد جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

شهریور ماه ۱۳۹۱

باد رو د فراوان به روح پر فتوح پدر بزرگوارم

تعدیم به

خانواده عزیزم و استاد بزرگوارم در دانشگاه صنعتی شهرورد

## تقدیر و شکر

سپاس پروردگار یکی تا که سخنواران، درستون او باند شما زندگان، شمردن نعمت‌های اونداند و کوشندگان، حق او را گزاردن نتوانند.

بدون شک جایگاه استاد بسیار والا است و در مقام قدردانی از زحات او، زبان قاصر است اما با این وجود بر خود لازم می‌دانم از زحات

و پشتیانی بی‌شایه استاد ارزشمند و شایسته‌ام جناب آقای دکتر حسن حسن آبادی که درحال سعد صدر، از پیچ‌گلی درین عرصه بر من دین

نمودند و زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عده گرفتند و همینطور از استاد صبور و ارجمند، جناب آقای مهندس حامد

رحمی اف که زحمت مشاوره این پایان نامه را متقابل شدند و همیشه باروی کشاده پاگخوی بهمی مشکلاتم بوده‌اند و نقش مهمی در به مریدین

این کاردانشته‌اند، سعیانه شکر و قدردانی نمایم. در اینها از مادر و برادر عزیزم علی که همواره در این راه مشوق من بوده‌اند و همیشه خود را مربون

لطف آن همی‌دانم و از دوستان و اساتید بزرگوارم، آقای صابر زرین کمر و خانم همایز رلو، مولایی و جوادی مش که همواره مایه دلگرمی من د

این مدت بوده‌اند سپاس گزارم و موقیت ایشان را در تمامی مراحل زندگی از خداوند متعال خواستارم.

## تعهد نامه

اینجانب الهام مقصودی دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته فیزیک هسته‌ای دانشکده فیزیک  
دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی عددی و تحلیلی برهمکنش فوق ریز و سطوح  
انرژی ایزوتوپ‌های مختلف تحت راهنمایی دکتر حسن حسن آبادی متعهد می‌شوم

- تحقيقات در این پایان‌نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش‌های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطلوب مندرج در پایان‌نامه تا کنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان‌نامه تاثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از پایان‌نامه رعایت می‌گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که از موجودات زنده (یا بافت‌های آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان‌نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.

تاریخ ۱۳۹۱/۰۶/۱۸

امضای دانشجو

### مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه‌های رایانه‌ای، نرم افزار‌ها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می‌باشد.
- این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج محدود د، نامه ندو، ذک، م، ح، محا؛ نم، ناشد.

## چکیده :

در چند دهه نخست قرن بیستم، مدل‌های مفهومی در زمینه فیزیک هسته‌ای نقش آفرینی اساسی داشتند و برای مطالعه ساختار هسته مدل‌های از جمله مدل‌های قطره مایع، لایه‌ای و کوارک-مانند ارائه شده‌اند. این پایان‌نامه براساس مطالعه‌ی مدل لایه‌ای و به دست آوردن سطوح انرژی برهمنکش فوق‌ریز می‌باشد.

ابتدا به منظور بررسی مدل لایه‌ای در محدوده‌ی مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی، معادله‌شروعینگر را در حضور پتانسیل وود-ساکسون حل کرده و با در نظر گرفتن اصل طردپائولی برای ایزوتوپ‌های منیزیم طیف انرژی را برای سطوح مختلف به دست می‌آوریم سپس با وارد کردن برهمنکش اسپین-مدار به عنوان جمله اختلالی، اثر این پتانسیل را روی مدل لایه‌ای بررسی می‌کنیم و علاوه بر این معادله شروعینگر را برای پتانسیل‌های وود-ساکسون و اسپین-مدار بدون در نظر گرفتن هیچ گونه تقریبی برای هسته‌های پایدار و ناپایدار به روش عددی حل کرده و نتایج به دست آمده از دو روش تحلیلی و عددی را مقایسه می‌کنیم. علاوه ویژه‌توابع برحسب توابع فوق‌هندسی گزارش شده‌اند. سپس برای بررسی مدل لایه‌ای و سطوح انرژی در محدوده مکانیک کوانتومی نسبیتی، معادله‌ی دیراک را برای تک نوکلئون منفرد موجود در هسته در شرایط تقارن اسپینی و تقارن شباهاسپینی در حضور پتانسیل‌های فیزیکی مناسب شعاعی و زاویه‌ای حل کرده و طیف انرژی و مولفه‌های اسپینور دیراک را بدست می‌آوریم و با در نظر گرفتن پتانسیل تانسوری، اثر این پتانسیل را بر طیف انرژی بدست آمده از حل معادله‌ی دیراک و تبهگنی‌های موجود بین حالت‌های مقید بررسی می‌کنیم و بستگی ویژه مقادیر انرژی را به برخی از پارامترهای پتانسیل و برخی دیگر از پارامترهای موجود در مساله در هر دو حالت غیرنسبیتی و نسبیتی توصیف می‌کنیم. در نهایت به بررسی یک مساله بنیادی در مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی می‌پردازیم و طیف انرژی یک ذره را در میدان پتانسیل کولنی یک دومرکزی حاصل از شکافت به دست می‌آوریم و رفتار انرژی را برحسب پارامترهای بکار گرفته شده در مساله بررسی می‌کنیم.

کلمات کلیدی: مدل لایه‌ای، مکانیک کوانتومی غیر نسبیتی و نسبیتی ، مساله‌ی دومرکزی

لیست مقالات مستخرج از پایان نامه پذیرفته شده:

An Approximate Solution of the Dirac Equation for Hyperbolic Scalar and Vector Potentials and a Coulomb Tensor Interaction by SUSYQM, Modern Phys. Lett. A, 26 (2011) 2703.

Dirac equation for generalized Pöschl-Teller scalar and vector potentials and a Coulomb tensor interaction by Nikiforov-Uvarov method, J. Math. Phys. 53 (2012) 022104.

Relativistic symmetries of the Dirac equation under the nuclear Woods–Saxon potential, Phys. Scr. 85 (2012) 055007.

Dirac particles in the presence of the Yukawa potential plus a tensor interaction in SUSYQM framework, Phys. Scr. 86 (2012) 015005.

A Quasi-Analytical Study of the Nonrelativistic Two-Center Coulomb Problem, Few-Body Syst DOI 10.1007/s00601-012-0459-2.

## فهرست مطالب

۱.....	فصل اول: مقدمه
۲.....	۱- ساختار هسته و مدل‌های هسته‌ای
۶.....	۱-۲- پتانسیل اسپین-مدار
۱۰.....	فصل دوم: بررسی غیرنسبیتی مدل لایه‌ای
۱۱.....	۱-۱- ترازهای انرژی و برهمنکش فوق ریز ایزوتوپ‌های منیزیم
۱۳.....	۱-۲- حل عددی معادله شروودینگر تحت پتانسیل وود-ساکسون و برهمنکش اسپین مدار
۱۹.....	۲-۱- حل تحلیلی معادله شروودینگر در حضور پتانسیل وود-ساکسون و بررسی تاثیر ترم اسپین-مدار با روش اختلال
۲۲.....	۲-۲- بررسی طیف انرژی غیر نسبیتی در حضور پتانسیل تیتر
۲۹.....	فصل سوم: بررسی نسبیتی مدل لایه‌ای
۳۰.....	۱-۱- معادله دیراک مستقل از زمان
۳۲.....	۱-۲- معادله دیراک برای پتانسیل‌های شعاعی
۳۴.....	۱-۳- معادله دیراک برای پتانسیل‌های شعاعی به همراه پتانسیل تانسوری
۳۶.....	۲-۱- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل یوکاوا
۴۵.....	۲-۲- اثرات برهمنکش تانسوری بر حالت‌های مقید در حضور پتانسیل یوکاوا
۴۶.....	۲-۳- اثرات پارامتر $\alpha$ بر حالت‌های مقید در حضور پتانسیل یوکاوا
۴۷.....	۳-۱- اثرات پارامتر $V_0$ بر حالت‌های مقید در حضور پتانسیل یوکاوا
۴۸.....	۳-۲- اثرات پارامتر $M$ بر حالت‌های مقید در حضور پتانسیل یوکاوا
۴۸.....	۳-۳- اثرات پارامترهای $C_s$ و $C_{ps}$ بر حالت‌های مقید در حضور پتانسیل یوکاوا
۴۹.....	۳-۴- توابع موج در حضور پتانسیل یوکاوا
۵۲.....	۳-۵- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل هسته‌ای وود-ساکسون
۵۸.....	۴-۱- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل تیتر
۶۳.....	۴-۲- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل پوشل-تیلر
۶۹.....	۴-۳- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل دنگ-فن
۷۲.....	۵-۱- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل منینگ-رزن
۷۹.....	۵-۲- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل مربع موبیوس
۸۴.....	۵-۳- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل ایکارت بعلاوهی پتانسیل تغییرشکل یافته و اصلاح شده هیلاری
۹۰.....	۵-۴- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل وابسته به انرژی

۱۱-۳- ترازهای انرژی نسبیتی تحت پتانسیل هولسن در حضور نوعی برهمنکنش تانسوری یوکاوا.....	۹۶
۱۲-۳- ترازهای انرژی نسبیتی در حضور پتانسیل وابسته به زاویه.....	۱۰۴
<b>فصل چهارم: بررسی سطوح انرژی فوق ریز در مساله دو مرکزی کولنی غیرنسبیتی .....</b>	<b>۱۰۸</b>
۱-۴- مدل لایه‌ای دو مرکزی .....	۱۰۹
۲-۴- مطالعه تحلیلی مساله‌ی غیرنسبیتی دو مرکزی کولنی .....	۱۱۰
نتایج و پیشنهادات .....	۱۲۲
پیوست الف .....	۱۲۴
مراجع .....	۱۲۸

## فهرست اشکال

شکل ۱-۱- اختلاف انرژی بین مقدار اندازه‌گیری شده‌ی $B/A$ و مقدار محاسبه شده با فرمول نیمه تجربی جرم بر حسب تعداد پروتون‌ها $Z$ (شکل الف) و تعداد نوترون‌ها $N$ (شکل ب). ....	۵.....
شکل ۱-۲- نمایش پتانسیل‌های معرفی شده برای بررسی مدل لایه‌ای، پتانسیل‌های نوسانگر هارمونیک، چاه مربعی و وود-ساکسون .....	۷.....
شکل ۱-۳- سطوح انرژی هسته‌ای در غیاب و حضور برهمکنش اسپین-مدار .....	۸.....
شکل ۱-۴- رفتار پتانسیل‌های وود-ساکسون و اسپین-مدار و ترکیب آن‌ها .....	۱۳.....
شکل ۲-۱- ویژه مقادیر انرژی بر حسب عدد جرمی برای حالت‌های مختلف .....	۱۷.....
شکل ۲-۲- توابع موج برای $Z=N$ در حضور پتانسیل‌های وود-ساکسون و اسپین-مدار .....	۱۸.....
شکل ۲-۳- توابع موج برای ایزوتوب‌های مختلف منیزیم .....	۱۸.....
شکل ۲-۴- توابع موج برای پتانسیل تیتر .....	۲۴.....
شکل ۲-۵- انرژی بر حسب $M$ تحت پتانسیل تیتر .....	۲۶.....
شکل ۲-۶- تابع موج تحت پتانسیل تیتر .....	۲۷.....
شکل ۲-۷- رفتار $\langle \cosh(\alpha r_0) - \sinh(\alpha r_0) \coth(\alpha r) \rangle^2$ بر حسب $\alpha$ برای بعضی از مقادیر $l$ و $n$ تحت پتانسیل تیتر .....	۲۷.....
شکل ۲-۸- رفتار $\langle \cosh(\alpha r_0) - \sinh(\alpha r_0) \coth(\alpha r) \rangle^2$ بر حسب $r_0$ برای بعضی از مقادیر $l$ و $n$ تحت پتانسیل تیتر .....	۲۷.....
شکل ۲-۹- تغییر قدرت نوسان بر حسب ضریب $V_0$ تحت پتانسیل تیتر .....	۲۸.....
شکل ۲-۱۰- رفتار پتانسیل یوکاو .....	۳۶.....
شکل ۳-۱- اثرات برهمکنش تانسوری بر سطوح انرژی مقید برای محدوده‌های شبه‌اسپینی (نمودار چپ) و اسپینی (نمودار راست) تحت پتانسیل یوکاو .....	۴۶.....
شکل ۳-۲- اثر پارامتر $\alpha$ بر سطوح انرژی در تقارن‌های شبه‌اسپینی و اسپینی برای $H=0$ و $H=0.75$ تحت پتانسیل یوکاو .....	۴۷.....
شکل ۳-۳- اثر پارامتر $V_0$ بر سطوح انرژی در تقارن‌های شبه‌اسپینی و اسپینی برای $H=0$ و $H=0.75$ تحت پتانسیل یوکاو .....	۴۷.....
شکل ۳-۴- محاسبه انرژی‌ها به صورت تابعی از $M$ بدون برهمکنش تانسوری (نمودار چپ) و با برهمکنش تانسوری (نمودار راست) در تقارن‌های شبه‌اسپینی و اسپینی برای سطوح انرژی مقید تحت پتانسیل یوکاو .....	۴۸.....
شکل ۳-۵- وابستگی سطوح انرژی مقید بر پارامترهای $C_{ps}$ و $C_s$ تحت پتانسیل یوکاو .....	۴۹.....
شکل ۳-۶- توابع موج شعاعی بالایی و پایینی در تقارن شبه‌اسپینی تحت پتانسیل یوکاو .....	۵۰.....
شکل ۳-۷- توابع موج شعاعی بالایی و پایینی در تقارن شبه‌اسپینی تحت پتانسیل یوکاو .....	۵۰.....
شکل ۳-۸- توابع موج شعاعی بالایی و پایینی در تقارن اسپینی تحت پتانسیل یوکاو .....	۵۰.....
شکل ۳-۹- انرژی بر حسب $a$ برای تقارن شبه‌اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل وود-ساکسون .....	۵۷.....
شکل ۳-۱۰- انرژی بر حسب $R$ برای تقارن شبه‌اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل وود-ساکسون .....	۵۷.....
شکل ۳-۱۱- رفتار پتانسیل تیتر .....	۵۸.....

شکل ۱۲-۳- انرژی بر حسب $\alpha$ برای تقارن شبه اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل تیتز به ازای $H = 1$	۶۳
شکل ۱۳-۳- انرژی بر حسب $\alpha$ تحت پتانسیل پوشل-تیلر	۶۹
شکل ۱۴-۳- رفتار پتانسیل دنگ-فن	۷۰
شکل ۱۵-۳- انرژی بر حسب $\alpha$ تحت پتانسیل مربع موبیوس	۸۳
شکل ۱۶-۳- انرژی بر حسب $H$ تحت پتانسیل مربع موبیوس	۸۴
شکل ۱۷-۳- انرژی بر حسب $H$ برای تقارن‌های شبه اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل ایکارت بعلاوه‌ی پتانسیل اصلاح شده‌ی هیلاری	۸۸
شکل ۱۸-۳- انرژی بر حسب $\alpha$ برای تقارن‌های شبه اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل ایکارت بعلاوه‌ی پتانسیل اصلاح شده‌ی هیلاری	۸۸
شکل ۱۹-۳- انرژی بر حسب $V_0$ برای تقارن‌های شبه اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل ایکارت بعلاوه‌ی پتانسیل اصلاح شده‌ی هیلاری	۸۹
شکل ۲۰-۳- توابع موج شعاعی بالایی و پایینی برای تقارن‌های شبه اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل ایکارت بعلاوه‌ی پتانسیل اصلاح شده‌ی هیلاری	۸۹
شکل ۲۱-۳- انرژی بر حسب $C_f$ تحت پتانسیل وابسته به انرژی برای دومین انتخاب	۹۵
شکل ۲۲-۳- انرژی بر حسب $\eta_f$ تحت پتانسیل وابسته به انرژی برای دومین انتخاب	۹۵
شکل ۲۳-۳- توابع موج شعاعی بالایی و پایینی در تقارن شبه اسپینی تحت پتانسیل هولسن	۹۹
شکل ۲۴-۳- توابع موج شعاعی بالایی و پایینی در تقارن اسپینی تحت پتانسیل هولسن	۱۰۲
شکل ۲۵-۳- اثر پارامتر $\alpha$ بر سطوح انرژی در تقارن‌های شبه اسپینی و اسپینی برای $V_i=0 \text{ fm}^{-1}$ تحت پتانسیل هولسن	۱۰۲
شکل ۲۶-۳- اثر پارامتر $V_1$ بر سطوح انرژی در تقارن‌های شبه اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل هولسن	۱۰۳
شکل ۲۷-۳- اثر پارامتر $M$ بر سطوح انرژی در تقارن‌های شبه اسپینی و اسپینی تحت پتانسیل هولسن	۱۰۳
شکل ۴-۱- تغییر انرژی پتانسیل یک هسته تغییر شکل یافته به صورت تابعی از تغییر شکل هسته یا انحراف از حالت کروی	۱۰۹
شکل ۴-۲- مختصات بیضوی $(\mu, \lambda)$ و مختصات کروی $(\varphi, \mu)$ کشیده	۱۱۱
شکل ۴-۳- انرژی حالت پایه بر حسب $R$ برای $Z_a = 2, Z_b = 1$	۱۱۹
شکل ۴-۴- انرژی حالت پایه بر حسب $m$ برای $Z_a = 2, Z_b = 1$	۱۲۰
شکل ۴-۵- انرژی حالت پایه بر حسب $Z_b$ برای $R = 5 \text{ fm}, m = 1 \text{ fm}^{-1}$	۱۲۰
شکل ۴-۶- $\Lambda_{0,5}(\lambda)$ بر حسب $\lambda$ و $M_{0,5}(\mu)$ بر حسب $\mu$ و تابع موج حالت پایه $\Psi_{0,5}(\lambda, \mu)$ بر حسب $\lambda$ و $\mu$	۱۲۱

## فهرست جداول

جدول ۲-۱- مقادیر عددی انرژی‌های حالت‌های مقید برای پتانسیل وود-ساکسون.....	۱۴
جدول ۲-۲- ویژه‌مقادیر عددی حالت‌های مقید برای پتانسیل وود-ساکسون بعلاوه‌ی برهمکنش اسپین-مدار برای هسته‌های پایدار.....	۱۵
جدول ۲-۳- نتایج تحلیلی برای پتانسیل های وود-ساکسون و اسپین-مدار ایزوتوب‌های منیزیم.....	۲۱
جدول ۲-۴- مقایسه‌ی نتایج عددی و تحلیلی برای پتانسیل های وود-ساکسون و اسپین-مدار ایزوتوب‌های منیزیم.....	۲۲
جدول ۲-۵- ویژه مقادیر حالت‌های مقید برای پتانسیل تیتر.....	۲۵
جدول ۳-۱- حالت‌های مقید برای تقارن شبه‌اسپینی برای پتانسیل یوکاوا.....	۴۴
جدول ۳-۲- حالت‌های مقید برای تقارن اسپینی برای پتانسیل یوکاوا.....	۴۵
جدول ۳-۳- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل وود-ساکسون.....	۵۵
جدول ۳-۴- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل وود-ساکسون.....	۵۶
جدول ۳-۵- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برحسب $V_0$ برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل تیتر.....	۶۱
جدول ۳-۶- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برحسب $V_0$ برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل تیتر.....	۶۲
جدول ۳-۷- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل پوشل-تیلر.....	۶۶
جدول ۳-۸- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل پوشل-تیلر.....	۶۷
جدول ۳-۹- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $C_{ps}$ تحت پتانسیل پوشل-تیلر.....	۶۸
جدول ۳-۱۰- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $C_s$ تحت پتانسیل پوشل-تیلر.....	۶۸
جدول ۳-۱۱- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل دنگ-فن.....	۷۱
جدول ۳-۱۲- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل دنگ-فن.....	۷۲
جدول ۳-۱۳- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل منینگ-رزن .....	۷۷
جدول ۳-۱۴- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل منینگ-رزن .....	۷۸
جدول ۳-۱۵- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل مربع موبیوس .....	۸۱
جدول ۳-۱۶- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل مربع موبیوس .....	۸۲
جدول ۳-۱۷- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $C_{ps}$ تحت پتانسیل مربع موبیوس .....	۸۲
جدول ۳-۱۸- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $C_s$ تحت پتانسیل مربع موبیوس .....	۸۳
جدول ۳-۱۹- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل ایکارت بعلاوه‌ی پتانسیل اصلاح شده‌ی هیلاری .....	۸۶
جدول ۳-۲۰- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $H$ تحت پتانسیل ایکارت بعلاوه‌ی پتانسیل اصلاح شده‌ی هیلاری .....	۸۷
جدول ۳-۲۱- انرژی در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $C_L, \eta_c, C_e$ و $\eta_L$ تحت پتانسیل وابسته به انرژی برای اولین انتخاب .....	۹۴
جدول ۳-۲۲- انرژی در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر $C_L, \eta_c, C_e$ و $\eta_L$ تحت پتانسیل وابسته به انرژی برای اولین انتخاب .....	۹۴
جدول ۳-۲۳- حالت‌های مقید در محدوده‌ی تقارن شبه‌اسپینی برای برخی از مقادیر $V_1$ تحت پتانسیل هولسن و برهمکنش تانسوری یوکاوا.....	۹۸

جدول ۲۴-۳- حالت‌های مقید در محدوده‌ی تقارن اسپینی برای برخی از مقادیر  $V_1$  تحت پتانسیل هولسن و برهمکنش تانسوری  
یوکاوا..... ۱۰۱

# فصل اول

## مقدمه

## ۱-۱- ساختار هسته و مدل‌های هسته‌ای

${}^N_Z X$  نشان دهنده هسته اتم و هسته مجموعه‌ای مقید از نوترون‌ها و پروتون‌ها است.  $X$  عنصر شیمیایی

است با  $A$  نوکلئون و  $Z$  نشان‌دهنده تعداد پروتون‌ها و  $N = A - Z$  نمایش‌گر تعداد نوترون‌ها است.

به  $A = N + Z$  عدد جرمی هسته می‌گویند. به هسته‌هایی که تنها از لحاظ تعداد نوترون تفاوت دارند

ایزوتوپ و به هسته‌هایی با  $A$  یکسان اما  $Z$  متفاوت، ایزوبار می‌گویند. نوکلئون‌ها همانند لپتون‌ها

فرمیون‌اند و اسپین  $\frac{1}{2}$  دارند. نوترون بار الکتریکی خالص ندارد. بار پروتون مخالف بار الکترون است، بار

الکتریکی پروتون در یک نقطه مرکز نیافته است بلکه به طور متقارن حول مرکز پروتون توزیع شده

است. با استفاده از روش‌های آزمایشگاهی شعاع میانگین این توزیع بار تقریباً برابر  $R_p \approx 0.8 fm$  است.

همچنین توزیع بار گستره‌ای برای نوترون یافت شده است، به طوریکه بار مثبت در ناحیه مرکزی با بار

منفی در فواصل دورتر خنثی می‌گردد. توزیع ماده نیز در نوکلئون‌ها به فاصله‌ای در حدود  $R_p$  گسترش

می‌یابد. هیچ نظریه‌ی کاملی وجود ندارد که تنها بر اساس شناسایی نیروی بین نوکلئون‌ها بتواند ساختار

و رفتار هسته‌های پیچیده را توصیف کند. هر مدل موفقی باید بتواند ویژگی‌هایی که تاکنون مطرح شده

را به طور منطقی توضیح دهد و همچنین خواص دیگری را پیش‌بینی کند که با تجربه سازگار باشند.

یکی از ساده‌ترین مدل‌های هسته‌ای که در دهه ۱۹۳۰ معرفی شد و به خوبی می‌تواند رفتار انرژی بستگی

نوکلئون و بستگی آن را به عدد جرمی هسته توضیح دهد، مدل قطره‌ای مایع است که مدلی است که هسته

را به شکل مجموعه‌ای از نوترون‌ها و پروتون‌ها در نظر می‌گیرد که به صورت قطره‌ای تراکم‌ناپذیر در آمد

و از جهاتی مانند قطره مایع کلاسیک رفتار می‌کند. این مدل بر اساس اشباع نیروی هسته‌ای استوار است

و اینکه نیروی هسته‌ای مستقل از نوع نوکلئون‌ها بوده و هسته از ماده‌ی غیرقابل تراکم تشکیل شده است.

در سال ۱۹۳۵ وایتساکر یک روش نیمه‌تجربی را که منجر به پیدایش رابطه‌ی ساده‌ای به صورت معادله

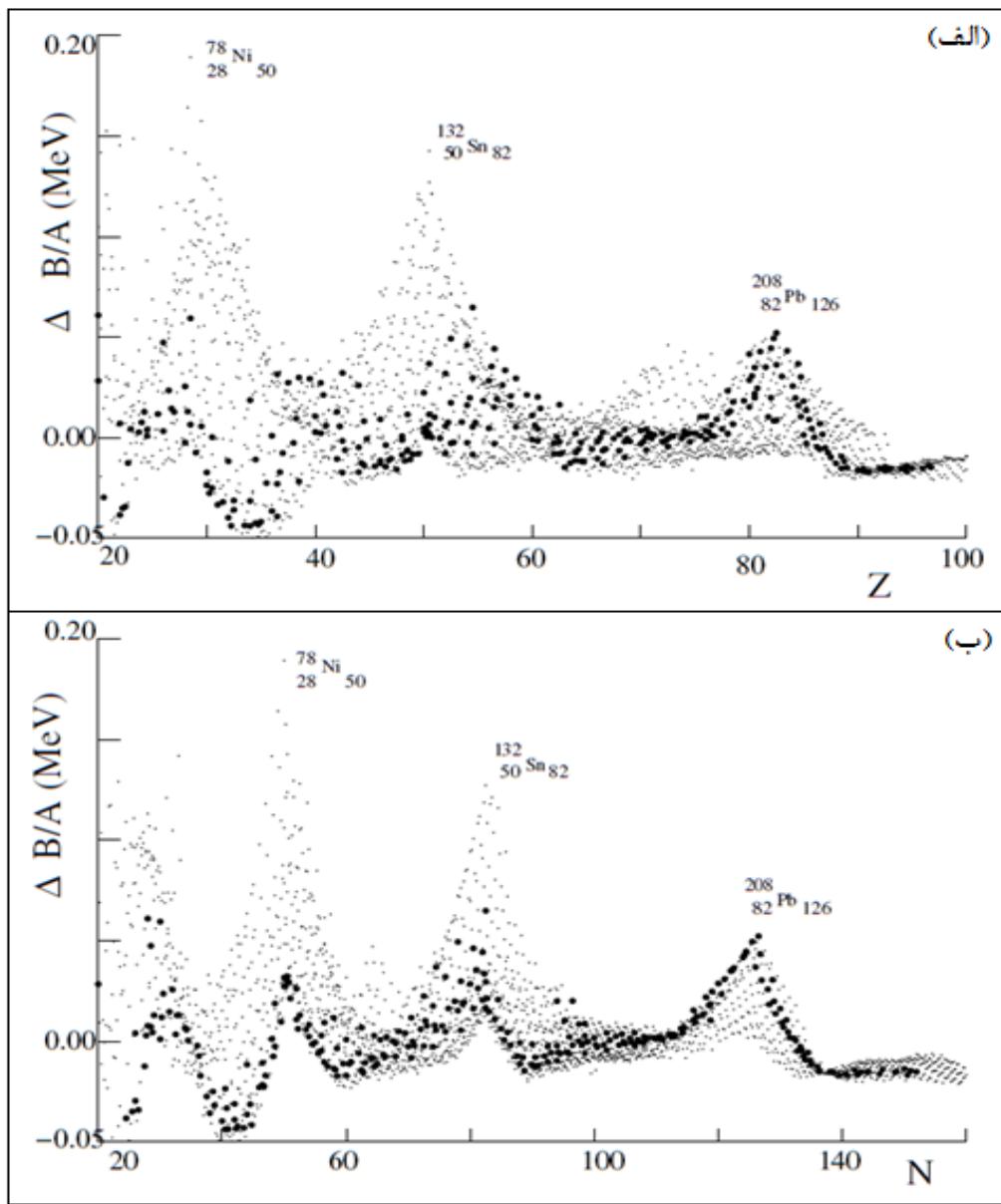
(۱-۱) برای انرژی بستگی هسته‌ها در حالت پایه‌شان می‌شود معرفی کرد [۱]

$$B(A, Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N - Z)^2}{A} + \delta(A), \quad (1-1)$$

پنج جمله موجود در معادله (۱-۱) را به ترتیب از چپ به راست اثرهای حجمی، سطحی، کولنی، تقارنی و جمله‌ی تصحیح انرژی زوجیت می‌نامند. به مرور زمان با کسب اطلاعات بیشتر در مورد هسته‌ها، نارسایی‌ها و کمبودهایی در مدل قطره مایع بروز کرد که تلاش در جهت رفع آن‌ها منجر به پیدایش مدل لایه‌ای شد. این مدل بر این اساس استوار است که هسته دارای ساختار منظمی است و نوترون‌ها و پروتون‌ها در هسته در چاه پتانسیلی که متعلق به همه‌ی آن‌هاست در حالت‌های کوانتمی پایداری قرار گرفته‌اند و به گونه‌ای رفتار می‌کنند که گویی بیشتر نوکلئون‌های درون هسته، بخش مرکزی خنثایی را تشکیل می‌دهند و فقط تعداد کمی از نوکلئون‌ها بیرون از این بخش مرکزی هستند که نماینده حالت‌های برانگیخته‌ی کم انرژی هستند و این به مانند حالت‌های اتمی است که الکترون‌ها در پوسته‌های آرایش یافته‌اند و فعالیت‌های شیمیایی آن توسط الکترون‌های ظرفیت تعیین می‌شود. یکی از کاربردهای مدل لایه‌ای، مدل ذرهی خیلی مستقل است که بر این اساس استوار است که به استثنای یکی از نوکلئون‌ها، بقیه‌ی نوکلئون‌های موجود در هسته به صورت زوج شده هستند و هسته با توجه به حرکت همین نوکلئون منفرد توصیف می‌شود. از لحاظ تاریخی، مدل لایه‌ای از همان ابتدا از طریق تئوری پیش‌بینی نشده بود بلکه شواهد تجربی و مقایسه نتایج حاصل از تجربه با مدل لایه‌ای و پوسته‌های پر گازهای نجیب در ساختار اتمی وجود مدل لایه‌ای را نشان داد. در فیزیک اتمی برای انرژی یونش، یعنی انرژی مورد نیاز برای جدا کردن یک الکtron از یک اتم خنثی با  $Z$  الکtron، ناپیوستگی‌هایی در اطراف  $Z = 2, 10, 18, 36, 54, 86$  یعنی برای گازهای نجیب، دیده می‌شود. این ناپیوستگی‌ها با پوسته‌های پر الکترونی همراه شده است. پدیده‌ای مشابه در فیزیک هسته‌ای رخ می‌دهد وجود بسیاری از نتایج تجربی نشان می‌دهد که هسته‌های اتمی دارای ساختار پوسته‌ای هستند و اینکه آن‌ها می‌توانند مانند اتم‌ها با پر کردن پوسته‌های پی‌درپی از چاه پتانسیل موثر ایجاد شوند و این آرایش به گونه‌ای است که اصل طرد پائولی در آن رعایت می‌شود. قیاس بین هسته و اتم نشان می‌دهد که در مقابل انرژی یونش اتم، هسته دارای انرژی‌های تفکیک  $S_n$  و  $S_p$  (انرژی لازم برای جدا کردن یک نوترون یا پروتون از هسته) می‌باشد.

$$\begin{aligned} S_n &= B(Z, N) - B(Z, N-1), \\ S_p &= B(Z, N) - B(Z-1, N), \end{aligned} \quad (2-1)$$

این دو کمیت بهازای مقادیر خاصی از  $N$  یا  $Z$  دارای ناپیوستگی‌هایی هستند که اعداد جادوئی نامیده می‌شوند که عبارتند از ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶. ناپیوستگی در انرژی‌های تفکیک ناشی از فروزنی انرژی بستگی برای هسته‌های جادوئی است. در شکل ۱-۱ این اختلاف انرژی بستگی تجربی و انرژی بستگی پیش‌بینی شده از فرمول نیمه تجربی جرم بر حسب  $Z$  و  $N$  رسم شده است و مشاهده می‌شود که تغییرات انرژی بستگی در مقابل  $N = Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$  افزایش می‌یابد و بیشترین مقادیر بهازای هسته‌های جادوئی مضاعف است یعنی هسته‌هایی که  $Z$  و  $N$  آن‌ها، هر دو یکی از اعداد جادوئی باشند.



شکل ۱۰- اختلاف انرژی بین مقدار اندازه‌گیری شده‌ی  $B/A$  و مقدار محاسبه شده با فرمول نیمه تجربی جرم بر حسب تعداد پروتون‌ها  $Z$  (شکل الف) و تعداد نوترون‌ها  $N$  (شکل ب). نقطه‌های پر برای هسته‌هایی هستند که از نظر واپاش  $\beta$  پایدارند [۲].

به طوریکه اگر تعداد پروتون‌ها یا نوترون‌ها یکی از اعداد جادوئی ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶ باشد،

هسته تبدیل به یک سیستم پایدار می‌شود که

- انرژی بستگی هسته در این حالت زیاد است.

- انرژی زیادی برای جدا کردن نوکلئون منفرد از هسته مورد دنیاز است.

- اختلاف انرژی زیادی بین حالت پایه و پایین‌ترین حالت برانگیخته وجود دارد.

تفاوت اساسی بین مدل لایه‌ای هسته‌ای و فیزیک اتمی این است که در فیزیک هسته‌ای برخلاف فیزیک اتمی منبع خارجی که پتانسیل هسته را تامین کند وجود ندارد و نوکلئون‌ها در هسته تحت تاثیر پتانسیلی هستند که منحصرا حاصل برهمکنش نوکلئون-نوکلئون است. مدل لایه‌ای در حالت غیرنسبیتی بر اساس معادله شرودینگر برای سطوح ذرهی مستقل استوار است [۳]

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(r)\right)\psi_i(r) = \epsilon_i \psi_i(r), \quad (3-1)$$

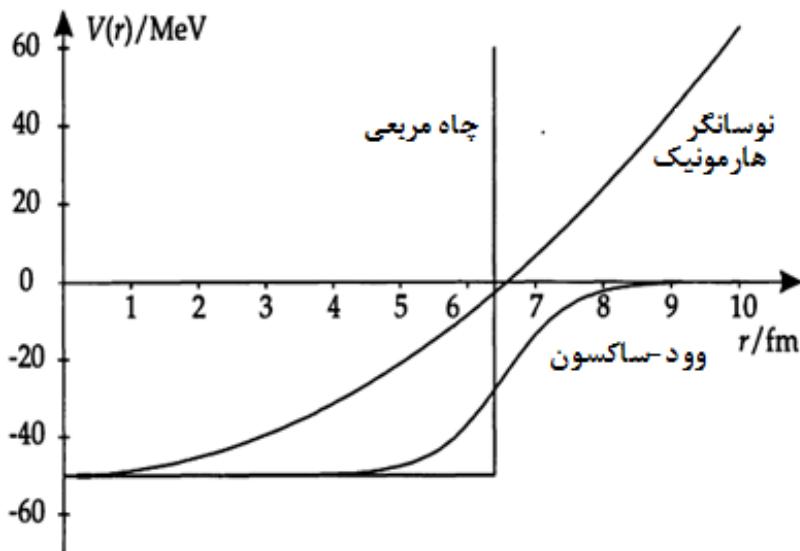
مدل لایه‌ای به صورت موققی خصوصیات حالت پایه و حالت‌های برانگیخته‌ی بسیاری از هسته‌ها را توصیف می‌کند.

## ۲-۱-پتانسیل اسپین-مدار

برای ارائه مدل لایه‌ای در ابتدا باید پتانسیل هسته‌ای مناسبی انتخاب شود. در ابتدا دو نوع پتانسیل چاه مربعی و نوسانگر هماهنگ در نظر گرفته شد ولی در ترازهای انرژی حاصل از این پتانسیل‌ها تنها ۳ عدد جادوئی اول یعنی ۲، ۸ و ۲۰ ظاهر شد و در ترازهای انرژی بالاتر هیچ‌گونه ارتباطی با اعداد جادوئی تجربی دیده نمی‌شد. این پتانسیل‌ها، پتانسیل هسته‌ای مناسبی نیستند زیرا با توزیع چگالی هسته‌ای همخوانی ندارند. از آنجاییکه پتانسیل هر نوکلئون در هسته ناشی از برهمکنش‌هایی است که این نوکلئون با نوکلئون‌های دیگر هسته دارد در این صورت شکل فضایی انرژی پتانسیل مشابه توزیع ماده‌ی هسته‌ای است، این توزیع در بخش درونی هسته مقدار تقریبا ثابتی دارد و در سطح، در فاصله‌ای تقریبا برابر با برد نیروی هسته‌ای و در حدود شعاع میانگین، کاهش می‌یابد و به سمت صفر می‌رود. لبه‌ی تیز چاه پتانسیل باعث می‌شود که پتانسیل به سرعت به سمت صفر برود و در مورد نوسانگر هماهنگ روند کاهش بیش از حد کند صورت می‌گیرد و ذره خیلی زود آزاد و انرژی جنبشی آن بینهایت می‌شود. اما انرژی پتانسیل هسته‌ای نوکلئون درون هسته را به شکل رابطه (۴-۱) نشان می‌دهند.

$$V(r) = \frac{-V_0}{1 + \exp[(r - R)/a]}, \quad (4-1)$$

و این شکل ایده‌آل پتانسیل را پتانسیل وود-ساکسون می‌نامند. پتانسیلهای معروفی شده برای مدل لایه‌ای در شکل ۱-۲ نمایش داده شده است.



شکل ۱-۲- نمایش پتانسیلهای معروفی شده برای برسی مدل لایه‌ای، پتانسیلهای نوسانگر هارمونیک، چاه مربعی و وود-ساکسون [۳]

اگرچه پتانسیل وود-ساکسون از فرم توزیع چگالی هسته‌ای تبعیت می‌کند اما بازهم در توجیه کامل اعداد جادوئی ناموفق است. تاینکه مایر و جنسن در سال ۱۹۴۹ یک جمله تصحیحی تحت عنوان پتانسیل اسپین-مدار که تابعی از  $l.s$  است، به پتانسیل وود-ساکسون اضافه کردند و موفق به اصلاح مدل لایه‌ای شده و فاصله مناسبی بین زیرپوسته‌ها به دست آوردند [۴].

پتانسیل اسپین-مدار ( $SO$ ) به شکل  $V_{so}(r) = l.s$  در نظر گرفته می‌شود، که در آن  $l$  و  $s$  به ترتیب تکانه‌های زاویه‌ای مداری و اسپینی نوکلئون در حال حرکت در چاه هسته‌ای هستند. جمله اسپین-مدار اگر  $l$  و  $s$  موازی باشند، انرژی بستگی را افزایش می‌دهد و در صورت پادموازی بودن آن‌ها انرژی بستگی را کاهش می‌دهد و این باعث می‌شود برای مقادیر مختلف تکانه‌ی زاویه‌ای کل  $j = l + s$  انرژی‌های متفاوتی داشته باشیم. برای نوکلئونی با عده‌های کوانتومی تکانه‌ی زاویه‌ای  $\ell$  و  $s$  داریم

$$\langle l.s \rangle = \frac{1}{2} [j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)] \hbar^2, \quad (5-1)$$