دانشگاه اراک

دانشکده علوم پایه  گروه فیزیک

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد فیزیک

**عنوان :**

# شکست تقارن CP و تقارن لورنتس در واپاشی کایون‌ها

**استاد راهنما:**

**دکتر کریم قربانی**

**پژوهشگر:**

**سمیرا رضوانی**

پائیز ۱۳۹۳

## فهرست مطالب

**عنوان** **صفحه**

**فصل اول: مدل استاندارد و تقارن در ذرات بنیادی**

مقدمه.....۷....

۱-۱: مدل کوارکی.....۸....

۱-۲: ساختار و چارچوب مدل استاندارد.....۱۱....

۱-۳: تقارن ها ،گروهها و قوانین پایستگی.....۱۱....

تقارن های فضا-زمان.....۱۳....

ناوردایی انتقالی.....۱٤....

ناوردایی دورانی.....۱۷....

پاریته.....۱۸....

پاریته برای لپتون ها و پاد لپتون ها.....۲۱....

پاریته برای کوارک ها وهادرون ها.....۲۳....

عملگر همیوغ بار.....۲۵....

**فصل دوم: نقض P ، نقض C و CP**

مقدمه.....۲۸....

۲-۱: تقارن های واپاشی میون.....۳۰....

نوترینوهای چپ گرد و پاد نوترینوهای راست گرد.....۳۳....

۲-۲ : نقض CP.....۳۹....

ویژه حالت های CP..... ٤۰....

کشف نقض CP.....٤۳....

واپاشی های $K_L^{\circ}$ ناقض-CP .....٤٦....

**فصل سوم: نقض ناوردایی لورنتس در واپاشی مزون ها به ویژه کایون**

مقدمه.....۵۰....

۳-۱: سبک ترین هادرون ها.....۵۲....

مزون های سبک.....۵۲....

۳-۲: اولین آزمون ناوردایی لورنتس در واپاشی ضعیف هسته ی قطبی.....۵۳....

۳-۳: کشف نقض لورنتس در واپاشی کایون خنثی.....٦۲....

واپاشی غیر لپتونی کایون خنثی.....٦٤....

مدل نظری.....٦۹....

۳-٤: محدودیت های روی نقض لورنتس از داده هایKLOE.....۷۳....

قانون $\Delta I = ۱/۲$.....۷۳....

۳-۵: سهم واپاشی پایون از نقض لورنتس در بخش ضعیف.....۷۵....

نقض لورنتس در واپاشی پایون.....۷۵....

محدودیت های روی بخش ضعیف در نقض لورنتس.....۸۲....

**فصل چهارم: نتیجه گیری**

نتیجه گیری.....۸۸....

منابع و مآخذ

Abstract

فهرست جدول ها

عنوان جدول صفحه

جدول (۱-۱)..... ۱۰

جدول (۱-۲)..... ۱۰

جدول (۳-۱)..... ٦۳

جدول (۳-۲)..... ۷٤

جدول (۳-۳)..... ۸۷

فهرست شکل ها

عنوان شکل صفحه


شکل (۱-۱).....۲٤

شکل (۲-۱).....۲۹

شکل (۲-۲).....۳۱

شکل (۲-۳).....۳٤

شکل (۲-٤).....۳۵

شکل (۲-۵).....۳۷

شکل (۲-٦).....۳۸

شکل (۲-۷).....۳۹

شکل (۲-۸).....٤۲

شکل (۲-۹).....٤٦

شکل (۲-۱۰).....٤۷

شکل (۲-۱۱).....٤۸

شکل (۳-۱).....۵٤

شکل (۳-۲).....۵٦

شکل (۳-۳).....۵۹

شکل (۳-٤).....٦۱

شکل (۳-۵).....٦۲

شکل (۳-٦).....۷٤

چکیده:

**شکست تقارن CP و تقارن لورنتس در واپاشی کایون ها**

تقارن ها درساخت مدل های فیزیکی نقش اساسی بازی می کنند. کارهای پیش گامانه در این زمینه متعلق به ویگنر و دیگران، در جهت توضیح طیف های اتمی بر اساس گروه های تقارنی می باشد. از طرفی مدل استاندارد ذرات بنیادی بر اساس تقارن پیمانه ای بنا شده است. با این وجود نمی توان از نقش مهم اثرات نقض تقارن ها در مدل استاندارد صرف نظر کرد. از این میان می توان به شکست تقارن پاریته (p) و همیوغ بار(c) اشاره کرد که جریان های V-A را به مدل استاندارد دیکته می کند. با این وجود ناوردایی تقارن CP در چارچوب مدل استاندارد حفظ می شود. این در حالی است که برای اولین بار در سال ۱۹٦٤ نقض تقارن CP در واپاشی کایون ها کشف شد. مدل استاندارد ذرات بنیادی در این رابطه توضیحی نمی دهد. اخیراً نیز این علاقه به وجود آمده است که ممکن است تقارن لورنتس و CPT در مدل استاندارد ذرات بنیادی نیز نقض شود. تست این تقارن ها در مطالعات عدم تقارن ماده–پاد ماده در سیستم های مقید و در اندازه گیری های خواص میون مطالعه شده است. هدف ما اولاً مطالعه نقض CP و ثانیاً بررسی نقض تقارن لورنتس در واپاشی مزون ها، مخصوصاً کایون ها می باشد.

# فصل اول

# مدل استاندارد و تقارن در ذرات بنیادی

## مقدمه

بیش از ۲۰۰۰ سال است که دانشمندان در مورد کوچکترین اجزای ماده گمانه زنی می کنند، ولی درک ما ازفیزیک ذرات، علم اجزای نهایی ماده جهانی و تعاملات بین آنها درطول چند دهه گذشته، توسعه ی قابل توجهی یافته است. در طول قرن اخیر دانشمندان نظری و عملی یک پایگاه داده ی بزرگ از اطلاعات دقیق درمورد ذرات بنیادی و تفسیرهای نظری فرمول بندی شده آنها در یک چارچوب دقیق جمع آوری کرده اند. در حال حاضر این مدل استاندارد است که بهترین صورت ازدانش ما ازعلم فیزیک ذرات را توسط تعریف اجزای بنیادی ماده وتعاملات آنها فراهم می کند.

در پایان قرن گذشته مردم دریافتند که ماده از مولکول ، مولکول ها از اتم، اتم ها از الکترون و هسته، هسته ازنوکلئون (شامل پروتون ونوترون) و در نهایت نوکلئون ها از کوارک ها ساخته

شده اند. اکنون کوارک ها به همراه لپتون ها (مانند الکترون) ذرات بنیادی هستند. مدل استاندارد (به همراه نظریه ی گرانشی اینیشتین) ذرات بنیادی را همراه با اسپینشان در دو مجموعه خلاصه کرده است.

با توسعه ی شتاب دهنده های بزرگ در طی ۵۰ سال گذشته بسیاری (بیش از ۳۰۰ نوع) از ذرات به نام هادرون ها، علاوه بر پروتون، نوترون و پایون ها کشف شد. دو نوع هادرون وجود دارد: باریون ها (پروتون، نوترون و...) با عدد باریونی $B = ۱$ و مزون ها (پایون ها ، کایون ها و...) با $B = ۰$ .

## ۱–۱ مدل کوارکی

مدل کوارکی در سال ۱۹٦٤ توسط گل- من (Gell-man) وبه طور مستقل توسط زوئینگ (Zwing ) پیشنهاد شد. در مدل کوارکی باریون ها از سه کوارک تشکیل می شوند مانند $p=uud$ ، $n = udd$ ، $\Lambda = uds$ . و مزون ها از یک کوارک و یک پاد کوارک تشکیل می شوند مانند $\Pi^{+} = u\bar{d}$ ، $\Pi^{-} = \bar{u}d$ و $K^{+} = u\bar{s}$ و $K^{-} = s\bar{u}$ .

امروزه ٦ نوع مختلف کوارک از جمله $u, d, s, c, b, t$ شناخته شده اند، در نتیجه کوارک ها دارای ٦ درجه ی آزادی هستند که "طعم" نامیده می شوند. طعم یک کوارک می تواند توسط یک تعامل ضعیف با واسطه ی بوزون های ضعیف باردار $W^{\pm}$ به طعم کوارک دیگری تبدیل شود. به علاوه ی طعم ،کوارک ها درجه ی آزادی دیگری به نام رنگ نیز دارند.

تعامل بین کوارک ها ناشی از بار رنگ که چیزی جز تعامل قوی با واسطه ی گلئون ها نیست، توسط کرومودینامیک کوانتومی توصیف می شود. در طول زمانی که تقارن طعم توسط تفاوت جرم کوارکها شکسته می شود، تا حد زیادی برای کوارک های سنگین تقارن رنگ، یک تقارن دقیق است.

نوع دیگر ذرات بنیادی موجود در طبیعت لپتون ها (الکترون $e$ ، میون $\mu$ و تاو $\tau$ و نوترینوهای مربوط به آنها $\nu_e$ ،$\nu_\mu$ و $\nu_\tau$ ) هستند. لپتون ها در تعامل قوی شرکت نمی کنند و درجه ی آزادی رنگ ندارند، یا به عبارت دیگر لپتون ها بی رنگ هستند. در بین آنها نوترینوها تنها دارای

تعاملات ضعیف هستند در حالی که الکترون ، میون و تاو دارای تعاملات ضعیف و الکترومغناطیسی هستند. محصولات و واپاشی های لپتون ها به خوبی در مدل استاندارد شرح داده می شود. ذرات بنیادی در مدل استاندارد به شرح زیر هستند:

کوارک ها : $\binom{u}{d}$ و $\binom{c}{s}$ و $\binom{t}{b}$

لپتون ها : $\binom{\nu}{e}$ و $\binom{\nu}{\mu}$ و $\binom{\nu}{\tau}$

که هر کدام از نوترینوها ، نوترینوی مربوط به همان لپتون گروه خودش است.

بوزون های پیمانه ای = فوتون $\gamma$ ، بوزونهای ضعیف $W^{\pm}, z^{0}$ ، گلئون $g$

بوزون هیگز : H

کوارک ها ولپتون ها اجزای اصلی ساختمان مواد هستند. تمام آن ها فرمیون هستند واسپین $\frac{۱}{۲}$ دارند، که اعداد کوانتومی آن ها به طور خلاصه در جدول (۱-۱) آمده است. همان طور که می بینید کوارک ها و لپتون ها در سه جفت طبقه بندی شده اند، و اعضای هر یک از زوج ها در فرایند جریان باردار تعاملات ضعیف با هم شرکت می کنند. وجود این جفت ها این را اظهار می کند که سه نسل از کوارک ها و لپتون ها وجود دارد. ذرات متناظر با نسل های متفاوت اعداد کوانتومی دقیقاً یکسانی دارند. ویژگی که تفاوت نسل های متفاوت را با هم نشان می دهد جرم وابسته به کوارک ها و لپتون های نسل هاست. بیش ترین و کم ترین بار الکتریکی مؤلفه های جفت کوارک ها به ترتیب $+\frac{۲}{۳}$ و $-\frac{۱}{۳}$ است، در حالی که برای لپتون ها به ترتیب، ۰ و ۱- است. از میان این بوزون ها W یکی از ضروری ترین ذرات برای برهم کنش های ضعیف است که

بخاطر جرم نسبتاً سنگینش تا مدت ها مشاهده نشده بود، تا این که برای اولین بار در سال ۱۹۸۳ مشاهده شد. جرم W بوزون نقش بسیار مهمی را در مدل استاندارد اشغال می کند، زیرا با دانستن آن می توان پارامتر های مهم دیگر مدل استاندارد را ارزیابی کرد. با این مفهوم بررسی رابطه های پیش بینی شده توسط مدل استاندارد یا فراتر از آن ممکن می شود.

جدول ۱-۱) ۳ خانواده از فرمیون های چپ-دست و راست-دست در مدل استاندارد با بعضی از اعداد کوانتومی مانند Q (بار الکتریکی) ، $I_۳$ (مؤلفه ی سوم آیزواسپین) و Y (فوق بار) که با رابطه ی $Q = I_۳ + Y/۲$ به هم مربوط می شوند، و اندیس i به سه بار رنگ کوارک ها بر می گردد.

| فرمیون | نسل ۳ و ۲ و ۱ | Q | $I_۳$ چپ-دست | Y |
|---|---|---|---|---|
| لپتون | $\nu_e , \nu_\mu , \nu_\tau$ | ۰ | ۱/۲ | -۱ |
| | $e^- , \mu^- , \tau^-$ | -۱ | -۱/۲ | -۱ |
| کوارک | $u^i , c^i, t^i$ | ۲/۳ | ۱/۲ | +۱/۳ |
| | $d^i, s^i , b^i$ | -۱/۳ | -۱/۲ | +۱/۳ |

جدول۱-۲) بوزون های مدل استاندارد و واسطه های گرانشی با خواص اسپینی و جرم تقریبی شان.

| بوزون برداری | تعامل | اسپین | جرم ($Gev/c^۲$) |
|---|---|---|---|
| $\gamma$ | الکترومغناطیس | ۱ | ۰ |
| $W^- , W^+$ | جریان باردارضعیف | ۱ | ≅۸۰ |
| $Z^\circ$ | جریان طبیعی ضعیف | ۱ | ≅۹۱ |
| g | قوی | ۱ | ۰ |
| گراویتون | گرانش | ۲ | ۰ |
| هیگز | جفت شدگی یوکاوا | ۰ | >۱۱٤ |

## ۱–۲ ساختار و چارچوب مدل استاندارد

روابط ریاضی مربوط به ذرات ذکر شده در جدول های (۱–۱) و(۱–۲) درنظریه میدان کوانتومی شرح داده شده است، که در حال حاضر بهترین چارچوب در دسترس برای توصیف نظریه های بنیادی ماده و نیرو است. این نظریه ها بر اساس هامیلتونی کم ترین کنش پایه گذاری شده اند ($S=\int Ldt$ )، که کنش با عبارت هایی بر حسب لاگرانژی تعریف شده است. این لاگرانژی، کاربردی ازمیدان های عمومی و مشتقات زمانی آن ها است. انتگرال فضایی از یک تابع اسکالر به عنوان چگالی لاگرانژی $\mathcal{L}$ شناخته شده، است.

معادله ی میدان یا معادله ی اویلر– لاگرانژ از اصل کم ترین کنش (که بنا برآن $\delta s = ۰$ )، زمانی که میدان های توصیف شده در فضای هیلبرت متفاوت هستند به دست می آید. هرگاه، $\mathcal{L}$ اسکالر باشد، این معادله ناوردای لورنتس است. این صورت از لاگرانژی یک چارچوب طبیعی برای اجرای اصول تقارن مکانیک کوانتومی فراهم می کند، که به قضیه ی نوتر برای قانون پایستگی اشاره می کند. صورت غیر آبلی مدل استاندارد پیشنهاد شده توسط گلاشو (S.L.Glashow )، سلام (A.Salam) و واینبرگ (S.Weinberg ) تعامل بین ذرات بنیادی و گروه متقارن $SU(۳)_C \otimes SU(۲)_L \otimes U(۱)_Y$ را توصیف می کند. این گروه مجموعه ای از تبادلات متقارن، که نتایج آزمایش ما را تغییر نمی دهند و همیشه می توانند در عبارت های احتمالات بیان شوند، را توصیف می کند. اصول سنجش ناوردایی تحت تحولات فاز موضعی این گروه متقارن ، مستلزم معرفی سنجش میدان های بوزونی برحسب جبر لی نظریه گروه است. [6]و[7].

## ۱–۳ تقارن ها ،گروهها و قوانین پایستگی

این بخش مجموعه ای از مباحث ویژه مربوط به تقارن است. قسمت اول شامل بعضی مطالب کلی درباره ی توصیف ریاضی تقارن (نظریه ی گروه) و رابطه ی بین تقارن وقوانین پایستگی است (قضیه نوتر). سپس مورد تقارن دورانی و ارتباط آن با تکانه ی زاویه ای و اسپین را در

نظر می گیریم. این موضوع به تقارن های داخلی ، آیزواسپین SU(۳) و طعم SU(٦) می انجامد. سرانجام تقارن های گسسته شامل پاریته و همیوغی بار را در نظر می گیریم.

تقارن ها نقش بسیار مهمی در درک بیشتر مسائل دارند. مثلاً اگر یک تابع داشته باشیم و بدانیم که این تابع یک تابع فرد است می توانیم از قواعد زیر برای بررسی این تابع استفاده کنیم:

$$[f(-x)]^{۱} = [f(x)]^{۱} \quad , \quad \int_{-۳}^{+۳} f(x)\ dx = ۰$$

$$\frac{df}{dx}\Big|_{+۲} = \frac{df}{dx}\Big|_{-۲} \quad , \quad \int_{-۷}^{+۷} [f(x)]^{۲}\, dx = ۲\int_{۰}^{+۷} [f(x)]^{۲}\, dx$$

همچنین می دانیم که کسینوس ها در بسط فوریه $f(x)$ ظاهر نمی شوند و سری تیلور آن فقط شامل توان های فرد است. در واقع فقط با توجه به اینکه تابع دارای تقارن فرد است اطلاعات زیادی درباره ی $f(x)$ به دست می آوریم، اگر چه شکل تابعی آن را نمی دانیم. می-توان گفت روشن ترین مثال های تقارن در فیزیک بلورها هستند، ولی ما بیشتر به تقارن های دینامیکی می پردازیم که مستقیماً درحرکت اجسام بازتاب می یابند.

تا سال ۱۹۱۷ کاربرد دینامیکی تقارن کاملاً درک نشده بود تا اینکه در آن سال امی نوتر قضیه مشهور خود را درباره ی ارتباط تقارن ها و قوانین پایستگی منتشر کرد:

قضیه ی نوتر: هر تقارن در طبیعت به یک قانون پایستگی می انجامد.

بر عکس هر قانون پایستگی یک تقارن زیربنایی را آشکار می کند. برای مثال، قوانین فیزیکی نسبت به انتقال در زمان متقارن هستند، امروز همان طور عمل می کنند که دیروز عمل می-کردند. قضیه ی نوتر این ناوردایی را به پایستگی انرژی مربوط می کند. اگر دستگاهی تحت انتقال در فضا ناوردا باشد، تکانه پایسته است. اگر دستگاهی تحت دوران حول یک نقطه متقارن باشد، تکانه ی زاویه ای پایسته است. همین طور، ناوردایی الکترودینامیک تحت تبدیل های پیمانه ای به پایستگی بارمی انجامد. درمقایسه با تقارنهای فضا-زمان این تقارن را تقارن داخلی می نامیم. با همه ی این مطالب باید بدانیم که تقارن دقیقاً چیست؟

تقارن کاری است که ما بر روی یک دستگاه انجام می دهیم و بر اثر آن دستگاه ناوردا می ماند، یعنی آن را به یک پیکر بندی برده ایم که از پیکر بندی اولیه قابل تمیز نیست. مثلاً برای همان تابع $f(x)$ که در مورد آن صحبت کردیم و یک تابع فرد بود ، تغییر علامت مختصه ی $x \longrightarrow -x$ منجر به ضرب یک منها در کل تابع می شود یعنی $f(x) \longrightarrow -f(-x)$ ، که این کار یک عملکرد تقارنی است. مجموعه عملکرد های تقارنی روی هر دستگاه باید دارای ویژگی های زیر باشد:

۱. اگر f , g متعلق به یک مجموعه باشند ، حاصلضرب f g نیز عضو آن مجموعه هستند.

۲. یک عنصر همانی e وجود دارد، به طوری که برای هر عضو گروه مانند f داریم

$e f = f e = ۱$ .

۳. برای هر عضوی از گروه مانند f یک وارون $f^{-۱}$ وجود دارد، به طوری که

$f f^{-۱} = f^{-۱} f = e$ .

٤. برای هر یک از اعضای f , g , h متعلق به گروه داریم : $f (g h) = (f g) h$ [۱] .

## تقارن های فضا–زمان

تقارن و قوانین پایستگی موضوعی مهم در علم فیزیک بوده و در فیزیک ذرات از اهمیت بیشتری برخوردارند. در این قسمت به قوانینی که تقارن های فضا–زمان و کاربرد های آن ها در برهم کنش های قوی و الکترو مغناطیسی را بررسی می کند، می پردازیم. این قوانین بقا در طیف سنجی اهمیت ویژه ای دارند. درفیزیک اتمی طیف سنجی موضوعی اساسی در درک ساختار اتم ها بر حسب هسته ها والکترون ها بوده ونقش مشابهی نیز درشفاف سازی ساختار داخلی هادرون ها بر حسب اجزای سازنده شان یعنی کوارک ها بازی می کند. هر دو حالت درطیف سنجی نه تنها یک انرژی معین دارند، بلکه همچنین مقادیر کاملاً معینی

از اعداد کوانتومی خوب وابسته به مشاهده پذیرهای پایسته، مثل تکانه ی زاویه ای، که عملگر کوانتوم مکانیکی آن با هامیلتونی سامانه جابه جا می شود را نیز دارا هستند.

در فیزیک اتمی این اعداد کوانتومی نقش تعیین کننده ای در درک تبهگنی های مربوط به تراز های، رفتارشان در حضور میدان های مغناطیسی و قواعد گزینشی که گذار بین ترازها را پوشش می دهند، دارند. قوانین بقا در طیف سنجی هادرونی دارای جایگاه مهمی بوده و اولین هدف در مطالعه ی هادرون ها تعیین کمیت های پایسته مناسب و اندازه گیری مقادیرشان برای حالت های مشاهده شده است.

برخی از قوانین پایستگی(مربوط به تکانه ی خطی و زاویه ای ) که قوانین جهانی طبیعت هستند، برای همه ی برهم کنش ها معتبر هستند. برای فهمیدن ارتباط بین قوانین بقا و تقارن ها و این که خواص ناوردایی برهم کنش ها را پوشش می دهند، درابتدا مثال ساده ای را در نظر می گیریم که نشان دهنده ی ناوردایی انتقالی بوده و مستقیماً به بقای تکانه ی خطی منتهی می شود.

## ناوردایی انتقالی

ناوردایی انتقالی یا ناوردایی تحت انتقال این واقعیت را بیان می کند که تمام مکان ها در فضا از نظر فیزیکی تمیزناپذیرند. این بدین معنی است که وقتی یک سیستم بسته از ذرات (یعنی هیچ نیروی خارجی بر آن وارد نشود) از یک مکان در فضا به مکان دیگری حرکت کند، خواص فیزیکی آن هیچ تغییری نمی کند. در مکانیک کوانتومی این مطلب با ناوردایی هامیلتونی بیان می شود. اگر سیستم به اندازه ی مسافت $a$ جا به جا شود، آن گاه بردار مکان $r_i$ ذره ی $i$ ام به شکل

$$r_i \longrightarrow r'_i = r_i + a \qquad (۱-۱)$$

می شود. به طوری که برای ادامه ی مطلب در نظر گرفتن این جا به جایی به اندازه بی نهایت کوچک $a = \delta r$ کافی است. به طور مشابه هاملتونی با هامیلتونی جدید

$$H(r'_1, r'_2, \ldots) = H(r_1+\delta r, r_2+\delta r, \ldots)$$

جایگزین می شود. برای یک تک ذره ی آزاد با جرم m

$$H = -\frac{1}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$$

و به سادگی می توان دید که دو هامیلتونی با هم برابرند، یعنی

$$H(r') = H(r + \delta r) = H(r) \qquad (۲-۱)$$

و به طور کلی برای هر سیستم بسته از ذرات داریم

$$H(r'_1, r'_2, \ldots) = H(r_1, r_2, \ldots) \qquad (۳-۱)$$

که گفته می شود هامیلتونی تحت انتقال(۱-۱) ناورداست. اکنون به یک سیستمی که شامل تنها یک تک ذره است می پردازیم و عملگر انتقال $\widehat{D}$ را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$\widehat{D}\psi(r) \equiv \psi(r + \delta r) \qquad (٤-۱)$$

که $\psi(r)$ یک تابع موج دلخواه است. بسط سمت راست رابطه ی (۱-٤) نتیجه زیر را می دهد:

$$\psi(r + \delta r) = \psi(r) + \delta r.\nabla\, \psi(r)$$

بنابراین

$$\widehat{D} \equiv 1 + i\delta r.\hat{p} \qquad (۵-۱)$$

که درآن $\hat{p} = -i\nabla$ عملگر تکانه ی خطی است. قانون پایستگی برای تکانه ی خطی با اولین اعمال $\widehat{D}$ به تابع موج زیر

$$\psi'(r) = H(r)\psi(r)\ ,$$

نتیجه می دهد

$$\widehat{D}\psi'(r) = \widehat{D}\ H(r)\psi(r) \qquad (٦-۱)$$

و سپس مقایسه با نتایج بدست آمده از تعریف (۱–٤)، یعنی

$$\widehat{D}\psi'(r) = \psi'(r + \delta r) = H(r + \delta r)\psi(r + \delta r)$$
$$= H(r)\psi(r + \delta r) = H(r)\,\widehat{D}\psi(r) \qquad (۷–۱)$$

حاصل می شود، که در آن از خاصیت ناوردایی هامیلتونی (۱–۳) استفاده کرده ایم. با مقایسه ی رابطه ی (۱–٦) و (۱–۷) می بینیم که

$$(\widehat{D}H(r) - H(r)\,\widehat{D})\psi(r) = ۰\ ,$$

و از آنجا که $\psi(r)$ یک تابع موج دلخواه است نتیجه می شود که عملگر $\widehat{D}$ با هامیلتونی جا به جا می شود، یعنی

$$[\widehat{D},H\ ] = ۰$$

جایگذاری رابطه ی (۱–۵) دررابطه ی جا به جایی منجر به قانون پایستگی تکانه ی خطی برای تک ذره ای که هامیلتونی آن تحت انتقال (۱–۱) ناورداست، می شود. یعنی

$$[\hat{p},H] = ۰ \qquad (۸–۱)$$

تعمیم به حالت N – ذره ای که با تابع موج $\psi(r_۱, r_۲, \dots, r_N)$ توصیف می شود، کاملاً سر راست بوده و منجر به پایستگی تکانه ی خطی کل

$$p = \sum_{i=۰}^{N} p_i\ , \qquad (۹–۱)$$

که در آن $p_i$ تکانه ی ذره ی i ام است، می شود.

زنجیره ای از استدلال هایی که منجر به پایستگی تکانه ی خطی می شود از طریق ویژگی–های قوانین پایستگی به طور کلی در مکانیک کوانتومی به وجود می آیند. بسته به تقارن سیستم یک انتقال مختصات ذره ای نیز وجود دارد

$$r_i \rightarrow r'_i \qquad (۱۰–۱)$$

که هامیلتونی را ناوردا نگه می دارد.

$$H(r_1, r_2, \ldots) = H(r'_1, r'_2, \ldots). \qquad (۱۱-۱)$$

بدین ترتیب ، همان طور که در معادلات (۱-٦) و(۱-۹) توضیح داده شد، مشاهده پذیر وابسته به آن، با یک آزمون انتقال متناظر با یک تابع موج دلخواه $\psi(r_1, r_2, \ldots)$ ، همراه با قانون پایستگی که بر اساس اعمال همان انتقال به تابع موج $\psi' = H\psi$ صورت می پذیرد، تعیین می-شود.

## ناوردایی دورانی

پایستگی تکانه ی زاویه ای به عنوان یک نتیجه از ناوردایی چرخشی(ناوردایی تحت چرخش)، با همان روشی که پایستگی تکانه ی خطی ناشی از ناوردایی تحت انتقال بود، به دست می آید. ناوردایی چرخشی این حقیقت را بیان می کند که تمام جهت ها در فضا از نظر فیزیکی تمیزناپذیرند. خصوصاً وقتی که سامانه ی بسته ای از ذرات در کل، حول مرکز جرمش دوران کرده تا به سمت گیری جدیدی در فضا برسد، خواص فیزیکی سامانه دستخوش هیچ تغییری نمی شوند. تحت چنین دورانی بردار مکان $r_i$ هر ذره $i$ به مقدار جدید $r'_i$ تغییر می کند،که در آن مثلاً اگر دوران تحت زاویه ی $\theta$ حول محور $z$ باشد، آنگاه

$$x_i \rightarrow x'_i = x_i \cos\theta - y_i \sin\theta$$
$$y_i \rightarrow y'_i = x_i \sin\theta + y_i \cos\theta$$
$$z_i \rightarrow z'_i = z_i \qquad (۱۲-۱)$$

پس هامیلتونی $H(r_1, r_2, \ldots)$ با هامیلتونی جدید $H(r'_1, r'_2, \ldots)$ جایگزین می شود و اگر سیستم از نظر دورانی ناوردا باشد، آن گاه این دو هامیلتونی با هم برابر خواهند بود. یعنی

$$H(r_1, r_2, \ldots) = H(r'_1, r'_2, \ldots) \qquad (۱۳-۱)$$

این خاصیت ناوردایی برای هر سیستم بسته برقرار است و همچنین برای حالتی که ذره تحت تأثیر پتانسیل مرکزی $V(r)$ با هاملتونی

$$H = -\frac{1}{2m}\nabla^2 + V(r)\ ,$$

حرکت می کند نیز به طور معمول برقرار است، که در آن

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}\ .$$

استخراج پایستگی تکانه ی زاویه ای از این ناوردایی شبیه استخراج پایستگی تکانه ی خطی از ناوردایی تحت انتقال می باشد، با این تفاوت که فقط کمی پیچیده تر است. می توان مسأله را برای ذرات بدون اسپین بدست آورد و نتیجه را بدون اثبات برای ذرات اسپین دار بیان کرد.

## پاریته

انتقال تحت پاریته عبارت است از

$$r_i \rightarrow r'_i = -r_i \qquad (۱۴-۱)$$

به طوری که بردار مکان $r_i$ هر ذره نسبت به مبدأ منعکس شده است. گفته می شود که سیستم تحت تبدیل پاریته ناورداست اگر هامیلتونی تحت این تبدیل تغییر نکند، یعنی

$$H(r'_1, r'_2, \ldots) = H(-r_1, -r_2, \ldots) = H(r_1, r_2, \ldots) \qquad (۱۵-۱)$$

بر خلاف ناوردایی انتقالی وچرخشی، پاریته یک تقارن دقیق از طبیعت نیست که برای تمام سیستم های بسته برقرار باشد، بلکه توسط برهم کنش ضعیف نقض می شود.

در حال حاضر بر هم کنش های ضعیف را کنار گذاشته و تنها سیستم هایی را که توسط برهم کنش های قوی و الکترومغناطیسی برهم کنش می کنند بررسی می کنیم. فرض خواهیم کرد که این برهم کنش ها تحت تبدیل پاریته ناوردا هستند و سپس کاربرد های آن ها را مشخص می کنیم.

کار را با تمرکز روی یک تک ذره شروع کرده و عملگر پاریته را به صورت زیر بررسی می کنیم:

$$\hat{P}\,\psi(r, t) \equiv P_a\,\psi(-r, t), \qquad (۱-۱۶)$$

که در آن شاخص a معرف نوع ذره (به عنوان مثال $a = e^-$ برای الکترون، $a = \mu^-$ برای یک میون و ...) و $P_a$ ضریب فاز ثابت است. وقتی دو تا پاریته به صورت پی در پی اثر کند سیستم بدون تغییر می ماند، بنابراین می توان نوشت

$$P^{۲}\,\psi(r,t) = \psi(r,t) \qquad (۱-۱۷-\text{الف})$$

که برای مقادیر ممکن $P_a$ ایجاب می کند

$$P_a = \pm ۱ \qquad (۱-۱۷-\text{ب})$$

اگر یک ویژه تابع تکانه به صورت

$$\psi_p\,(r,t) = \exp\,[i(p.r - Et)]$$

را در نظر بگیریم، آن گاه خواهیم داشت

$$\hat{P}\,\psi_p(r, t) = P_a\,\psi_p(-r, t) = P_a\,\psi_{-p}(r,t)\ ,$$

به طوری که یک ذره در حالت سکون با $p = ۰$ ، یک ویژه حالت عملگر پاریته با ویژه مقدار $P_a$ است. به همین دلیل $P_a$ پاریته ی ذاتی ذره ی a یا فقط پاریته ذره ی a نامیده می شود، و واژه ی در حال سکون به طور ضمنی بیان می شود. در این جا ما به این نکته اشاره می کنیم که اگر برای تمام ذرات قرار دهیم $P_a = ۱$ آن گاه در مواردی که ذراتی تولید یا نابود می شوند به نتایجی می رسیم که با آزمایش متناقض است. برای سیستم های چند ذره ای تعمیم مناسب رابطه ی (۱-۱۶) به صورت زیر است:

$$\hat{P}\,\psi(r_۱, r_۲ ,\ldots,t) \equiv P_۱P_۲\ldots\psi(-r_۱, -r_۲,\ldots,t)\ ,$$

که برای هر ذره ی موجود یک ضریب پاریته ی ذاتی ظاهر می شود.

علاوه بر یک ذره ی در حال سکون، یک ذره با تکانه ی زاویه ای معین نیز یک ویژه حالت پاریته است. تابع موج برای چنین ذره ای به صورت