



دانشگاه تهران

۱۳۷۹ / ۱۲ / ۲۶

دانشکده فنی

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی

عنوان

بررسی اثرات شوکهای فشار، برش و درجه حرارت بر پوسته‌های مخروطی

جدار نازک با استفاده از حل معادلات ترموالاستیسیته وابسته دینامیکی

توسط

پدرام قادری

۹۸۵۱

استاد راهنما

دکتر ناصر سلطانی

شهریورماه ۱۳۷۹

۳۲۴۲۰

عنوان

بررسی اثرات شوکهای فشار، برش و درجه حرارت بر پوسته‌های مخروطی

جدار نازک با استفاده از حل معادلات ترموالاستیسیته وابسته دینامیکی

از این پایان نامه در تاریخ در مقابل هیئت داوران

دفاع شد و مورد تصویب قرار گرفت .

محل امضاء

سرپرست کمیته تحصیلات تکمیلی دانشکده :

مدیر گروه آموزشی :

نماینده تحصیلات تکمیلی گروه، استاد راهنما :

عضو هیئت داوران :

عضو هیئت داوران :

۳۲۴۲۰

"بِسْمِ تَعَالِي"

تشکر و قدردانی :

به پاس کوششهایی که در فرهیختگی ام نمودند، مراتب سپاس خود را به تمامی اساتید
گرانقدرم در دانشگاه تهران تقدیم میدارم. از تلاشهای همه جانبه استاد راهنمای ارجمندم دکتر
ناصر سلطانی که انجام این پایان نامه بدون کمکهای بیدریغ ایشان میسر نبود، کمال تشکر را
مینمایم. از مهندس بهزاد حکیم الهی نیز، به سبب مشاورتها و انتقال تجربیات ارزشمند خود
قدردانی میکنم.

بررسی اثرات شوکهای فشار، برش و درجه حرارت بر پوسته‌های مخروطی

جدار نازک با استفاده از حل معادلات ترموالاستیسیته وابسته دینامیکی

توسط: پدram قادری، کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک-طراحی کاربردی

استاد راهنما: دکتر ناصر سلطانی

چکیده

در این پروژه مسئله ترموالاستیسیته وابسته دینامیکی پوسته مخروطی جدار نازک بررسی می‌شود. این مسئله برای حالتیکه پوسته مخروطی تحت شوکهای فشار، برش و حرارت به صورت متقارن محوری و متغیر در امتداد طول پوسته (و نیز با زمان) قرار دارد، حل می‌گردد. ابتدا با استفاده از معادلات تعادل الاستیسیته و معادله انرژی و با تقریب سهموی دما در جهت ضخامت پوسته، معادلات ترموالاستیسیته وابسته دینامیکی حاکم بر پوسته مخروطی جدار نازک استخراج می‌شود. سپس با توجه به عدم وجود حل تحلیلی برای این معادلات، از روش عددی المان محدود گالرکین به حل معادلات حاکم پرداخته می‌شود. سرانجام به کمک برنامه کامپیوتری تهیه شده، چند مسئله دینامیکی در پوسته‌های مخروطی حل شده و نتایج ارائه می‌گردد. از حل چند مسئله نمونه، چنین استنباط می‌شود که اثر عبارت وابسته ساز ترموالاستیک بر روی میدان کرنش به مراتب بیشتر از میدان دما است و حل تنشهای حرارتی (نیمه وابسته) بغیر از مواردیکه نرخ کرنش خیلی زیاد باشد، نتایج قابل قبولی ارائه خواهد داد.

فهرست عناوین

عنوان	صفحه
۱- مقدمه.....	۱
۲- پیشینه پژوهش.....	۵
۳- معادلات حاکم بر مسئله.....	۱۴
۱-۳- معادلات تعادل الاستیسیته حاکم بر پوسته مخروطی جدار نازک.....	۱۴
۲-۳- تقریب دما در جهت ضخامت پوسته.....	۱۹
۳-۳- معادلات انرژی حاکم بر پوسته مخروطی.....	۲۲
۴-۳- اعمال روش مانده وزنی گالرکین بر معادله انرژی در جهت ضخامت پوسته.....	۲۵
۵-۳- بی‌بعد کردن معادلات حاکم بر مسئله.....	۳۰
۴- حل معادلات حاکم بر مسئله.....	۳۵
۱-۴- تقریب متغیرهای تغییر مکان و درجه حرارت.....	۳۵
۲-۴- اعمال روش مانده وزنی کاهش یافته گالرکین در جهت مولد مخروط.....	۴۱
۳-۴- تبدیل معادلات ماتریسی به شکل استاندارد معادلات ماتریسی	
مرتب‌بندی دوم از زمان.....	۵۴
۴-۴- حل دستگاه معادلات مرتبه دوم از زمان حاکم بر مسئله با استفاده	
از روش نیومارک.....	۵۶
۵-۴- محاسبه نیروها، گشتاورها و تنشها.....	۵۹
۵- نتایج.....	۶۲
۱-۵- پوسته استوانه‌ای دو سر گیردار تحت شوک فشار داخلی.....	۶۳
۲-۵- پوسته مخروطی دو سر گیردار تحت شوک فشار داخلی.....	۶۸
۳-۵- پوسته مخروطی دو سر گیردار تحت شوک دمای داخلی.....	۷۱
۴-۵- پوسته مخروطی دو سر گیردار تحت شوک همزمان فشار داخلی و	
دمای داخلی.....	۷۳

۶- نتیجه گیری و پیشنهادات..... ۱۰۷

فهرست مراجع..... ۱۱۰

پیوستها..... ۱۱۸

پیوست (الف)-ماتریسهای محاسبه شده توسط برنامه Maple..... ۱۱۸

"فصل اول"

"مقدمه"

مسائلی که در آنها اجسام بطور همزمان تحت اثر بارهای ضربه‌ای مکانیکی (شوک مکانیکی) و شوک حرارتی یا در معرض یکی از بارهای مذکور قرار می‌گیرند، بعد وسیعی از کاربردهای عملی مهندسی را شامل می‌شوند که بطور نمونه می‌توان از دیگهای بخار، موتور راکت‌های سوخت جامد، توربینها، مخازن تحت فشار مورد استفاده در تحولات مکانیکی، شیمیایی و یا اتمی، موتورهای جت و بطور کلی قطعاتی که در معرض فعل و انفعالات انفجاری می‌باشند، نام برد. برای طراحی و تحلیل اینگونه قطعات، احتیاج به بدست آوردن توزیع تنش و توزیع دما در کل قطعه می‌باشد تا براساس آنها بتوان جنس، ابعاد و استحکام مورد نیاز قطعه را تعیین نمود.

هدف از حل یک مسئله ترموالاستیسیته، بدست آوردن توزیع تنش و دما در میدان حل می‌باشد. در حالت کلی، توزیع تنش در میدان، از حل معادلات تعادل الاستیسیته حاکم بر یک مسئله (برقراری تعادل بارهای وارده با توزیع تنش ایجاد شده در قطعه)، اعمال شرایط مرزی و اولیه و استفاده از روابط موجود در تئوری الاستیسیته بدست می‌آید. شکل تانسوری معادله تعادل در یک محیط پیوسته به صورت زیر است:

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = \rho a_i$$

در رابطه فوق σ_{ij} تانسور تنش، ρ چگالی، b_i بردار نیروهای حجمی و a_i بردار شتاب خطی می‌باشند. معمولاً توزیع تنش در قطعه بطور مستقیم یا غیرمستقیم از رابطه فوق و اعمال شرایط مربوطه بدست می‌آید. در مواقعی که در قطعه توزیع درجه حرارتی متفاوت با حالت بدون تنش ایجاد شود، تنشهای حرارتی نیز وارد مسئله شده و با توجه به شکل قانون هوک در این حالت، در معادلات تعادل ظاهر می‌گردند. بنابراین در این موارد، احتیاج به تعیین توزیع درجه حرارت در قطعه می‌باشد تا بتوان با استفاده از آن و بکارگیری معادلات تعادل، توزیع تنش در قطعه را بدست آورد. برای محاسبه توزیع دما در قطعه، احتیاج به حل، معادلات انرژی (قانون اول ترمودینامیک) می‌باشد. معادله انرژی نیز از برقراری تعادل بین انرژیهای عبوری از مرزهای میدان با میزان تغییرات انرژی و انرژی تولیدی در داخل میدان حل، بدست می‌آید. شکل تانسوری معادله انرژی در یک محیط پیوسته به صورت زیر می‌باشد:

$$K \nabla^2 T + \dot{Q} = (3\lambda + 2\mu) \alpha T_a \dot{\epsilon}_{kk} + \rho C \dot{T}$$

در رابطه فوق K ضریب هدایت حرارتی، T درجه حرارت مطلق، \dot{Q} نرخ انرژی تولیدی در واحد حجم جسم، λ و μ ثابتهای لامه، α ضریب انبساط حرارتی، T_a درجه حرارت اولیه در حالت بدون تنش، $\dot{\epsilon}_{kk}$ نرخ تغییرات کرنش حجمی، ρ چگالی و C ضریب گرمایی ویژه می‌باشند. حل معادله فوق به همراه اعمال شرایط مربوطه، توزیع دما در قطعه را در اثر بارهای وارده بدست می‌دهد. در حالتیکه مسئله دینامیکی بوده و نرخ کرنش وجود داشته باشد، با توجه به معادله فوق، توزیع درجه حرارت در قطعه به نرخ کرنش ارتباط داشته و در نتیجه

برای تعیین توزیع درجه حرارت در قطعه احتیاج به مشخص بودن نرخ کرنش در قطعه می‌باشد.

با توجه به توضیحات فوق، معادلات حاکم بر یک مسئله ترموالاستیسیته، شامل معادلات تعادل الاستیسیته و معادله انرژی (قانون اول ترمودینامیک) می‌باشند. با توجه به اینکه معادلات تعادل به درجه حرارت و معادله انرژی به نرخ کرنش وابسته می‌باشند، در مواردیکه بارگذاری دینامیکی باشد، معادلات تعادل و انرژی وابسته بوده و در نتیجه برای حل میدان تنش و درجه حرارت، احتیاج به حل همزمان معادلات حاکم و محاسبه همزمان مقادیر تنش و درجه حرارت در قطعه می‌باشد. این مسئله بخصوص در مواردی مانند انفجارات که نرخ کرنش زیاد بوده و بارگذاری شامل بارهای حرارتی نیز می‌باشد، حائز اهمیت است. در این حالت مسئله مورد نظر، مسئله ترموالاستیسیته وابسته نامیده می‌شود.

در صورتیکه بارگذاری حرارتی وجود نداشته باشد (نرخ تغییرات دما کم باشد) و مسئله فقط شامل بارهای مکانیکی باشد و نرخ کرنش نیز چندان زیاد نباشد، می‌توان از اثر دما بر معادلات تعادل و از اثر نرخ کرنش بر معادلات انرژی صرفنظر نمود. در این حالت، معادلات تعادل و انرژی از یکدیگر مستقل شده و مسئله مورد نظر، مسئله ترموالاستیسیته غیروابسته نامیده می‌شود.

در صورتیکه نرخ کرنش وجود نداشته باشد یا مقدار آن کم باشد، می‌توان از اثر آن بر معادله انرژی صرفنظر نمود و عبارت وابسته ساز مربوطه را از معادله انرژی حذف کرد. در این صورت توزیع دما در قطعه مستقل از توزیع تنش شده و می‌توان معادله انرژی را بطور جداگانه حل کرد. سپس با اعمال دماهای حاصل بر معادله تعادل، توزیع تنش در قطعه را نیز بدست

آورد. این مورد بطور نمونه در بارگذاریهای استاتیکی که شامل بارهای حرارتی باشد، مطرح میگردد. در این حالت مسئله مورد نظر، مسئله ترموالاستیسیته نیمه وابسته نامیده می شود. چنانچه نرخ تغییرات دما کم باشد بطوریکه بتوان از اثر آن در معادلات تعادل صرفنظر کرد نیز، مسئله به شکل ترموالاستیسیته نیمه وابسته خواهد شد.

مسئله‌ایکه در این پروژه بدان پرداخته می شود، مسئله ترموالاستیسیته وابسته دینامیکی و حل آن برای پوسته مخروطی جدار نازک می باشد. این مسئله برای حالتیکه پوسته مخروطی تحت شوکهای فشار، برش و حرارت به صورت متقارن محوری و متغیر در امتداد طول پوسته (و نیز با زمان) قرار دارد، بررسی می گردد.

"فصل دوم"

"پیشینه پژوهش"

معادلات سه بعدی کلاسیک ترموالاستیسیته دینامیکی وابسته¹ برحسب عبارات تغییر مکان

و درجه حرارت می تواند در شکل تانسوری بصورت زیر نوشته شود:

معادله تعادل:

$$\lambda u_{k,ki} + \mu (u_{i,kk} + u_{k,ki}) - \alpha (3\lambda + 2\mu) T_{,i} - \rho \ddot{u}_i + \rho b_i = 0$$

$$KT_{,ii} = (3\lambda + 2\mu)\alpha T_{,a} \dot{\epsilon}_{kk} + \rho C \dot{T} - \dot{Q} \quad \text{معادله انرژی:}$$

در روابط فوق u_k مولفه های تغییر مکان و T درجه حرارت می باشند.

با مشاهده روابط فوق مشاهده می گردد که وجود عبارت $T_{,i}$ در معادله تعادل، موجب

وابسته شدن میدان تغییر مکان به میدان درجه حرارت می شود. همچنین وجود عبارت $\dot{\epsilon}_{kk}$ در

معادله انرژی موجب وابسته شدن میدان درجه حرارت به میدان تغییر مکان می گردد. در

صورتیکه از هر دو عبارت وابسته ساز در معادلات ترموالاستیسیته صرفنظر گردد، تئوری

ترموالاستیسیته غیروابسته² بدست می آید که در آن صورت، هر کدام از میداین تغییر مکان و

درجه حرارت مستقل از دیگری می باشد. در این حالت، معادله تعادل به معادله تعادل

1- The classical three dimensional equations of coupled dynamic thermoelasticity

2- Uncoupled

الاستیسیته همدم و معادله انرژی به معادله هدایت حرارتی تقلیل می‌یابند. عبارت نیمه وابسته^۱ برای مواقعی که یکی از دو عبارت وابسته ساز حذف گردند، به کار برده می‌شود. این حالت اغلب با حذف اثر اغتشاشات مکانیکی در معادله انرژی صورت می‌گیرد. به عبارت دیگر از عبارت $\dot{\epsilon}_{kk}$ در معادله انرژی صرف‌نظر می‌گردد. لحاظ کردن هر دو عبارت وابسته ساز در معادلات ترموالاستیسیته، منجر به تئوری ترموالاستیسیته وابسته^۲ می‌گردد که در این حالت برای بدست آوردن میادین تغییر مکان و درجه حرارت، احتیاج به حل همزمان معادلات تعادل و انرژی می‌باشد که در صورت چشمپوشی از اینرسی و دینامیک مربوط به آن، مسئله شبه استاتیکی^۳ نامیده می‌شود.

با توجه به مشکلات ریاضی موجود در ترموالاستیسیته وابسته بخصوص در اثر وجود اینرسی و عبارت وابسته ساز ترموالاستیک در معادلات حاکم، این مسئله به یک حل بسته^۴ منجر نمی‌شود. بسیاری از تحقیقات مانند: Youngdahl و Sternberg [1]، Noda و Takeuti [2] و Ghosen و Sabbaghian [3] یا با در نظر گرفتن مسائل یک بعدی و یا با ساده‌سازی مسئله با نادیده گرفتن یکی از ضرایب مذکور انجام شده است. اما اگر هم اثر دینامیکی و هم عبارات وابسته ساز ترموالاستیک منظور شوند، رسیدن به یک حل تحلیلی بسیار مشکل می‌باشد. به همین دلیل تحقیقات اولیه بر روی مسائل ترموالاستیسیته با بدست آوردن میدان دما از حل معادله هدایت حرارتی و تعیین رفتار دینامیکی سازه براساس میدان دمای محاسبه شده

1- Semicoupled

3- Quasi - static

2- Coupled

4- Closed - form

و بارهای وارده صورت می‌گرفت. این روش حل نیمه وابسته در صورتیکه مشخصه زمانی^۱ اغتشاشات حرارتی بسیار بزرگتر از مشخصه زمانی اغتشاشات سازه‌ای باشد، معتبر می‌باشد. روشن است که در بسیاری از مسائل مهندسی معمولی، پدیده فوق کاملاً معتبر است.

خلاصه کارهایی که بر روی اثرات تقابل ترمومکانیکی تا سال ۱۹۶۰ انجام شده است در دو کتاب [4,5] چاپ گردیده است. اولین توجه به وارد کردن اثرات اینرسی در یک مسئله ترموالاستیسیته گذرا حدود سال ۱۹۵۰ بوسیله Danilovskaya [6] گزارش شده است. اگرچه مسئله یک بعدی و غیروابسته بود، ولی حل ارائه شده فرآیند انتقال تنشهای حرارتی را در میان انتشار امواج الاستیک روشن ساخت. تصحیحات بیشتری برای آن حل تحلیلی بوسیله [7] Danilovskaya, Sternberg و Chakrovorty [8]، Boley و Tolins [9] و Nowacki [10] ارائه شده است. حلهای اولیه برای مسائل ترموالاستیسیته تیر و سازه‌های صفحه و پوسته عموماً براساس تئوری نیمه وابسته بود. بطور مثال Boley و Barber [11] ارتعاشات القاء شده حرارتی در صفحات و تیرها را در اثر اعمال ناگهانی شار حرارتی یکنواخت مورد آزمایش قرار دادند. آنها از تئوری نیمه وابسته با حذف اثر اغتشاشات مکانیکی استفاده کرده و نشان دادند که اثرات اینرسی فقط برای سازه‌های نازک خیلی مهم بوده بطوریکه بیشترین نسبت تغییر مکان دینامیکی به استاتیکی برابر عدد ۲ می‌باشد. مطالعات دیگری روی ارتعاشات القاء شده حرارتی بوسیله Lu و Sun [12] روی پوسته‌های مخروطی و بوسیله Kraus [13] روی پوسته‌های کروی انجام شده است. این تحقیقات حرارت اعمالی یکنواخت را که موجب تحریک موده‌های

کششی^۱ می‌شود، در نظر گرفته‌اند. بعنوان یک نتیجه، اثرات دینامیکی فقط برای پوسته‌های خیلی نازک مهم می‌باشند. برای حالات استوانه و مخروط، کمترین فرکانسها مربوط به موده‌های غیرکششی در جهت محیطی که بوسیله حرارت اعمالی یکنواخت تحریک نشده‌اند. می‌باشد. بسیاری از تحقیقات نیز روی مسائل یک بعدی حل شده بوسیله پتانسیلهای ترموالاستیک^۲ انجام گرفته است. بهر حال معایب مشخصی در ارتباط با معرفی این پتانسیلها وجود دارد. این معایب بوسیله Bahar و Hetnarski [14] بازبینی و خلاصه شده است. در تحقیق [15] Manson درباره این موضوع، رفتار مرسوم برای مسائل شوک حرارتی در یک صفحه تحت میدان حرارتی تابع زمان، با این فرض که عبارت اینرسی می‌تواند در معادله حرکت حاکم حذف شود و نیز فرض اینکه عبارت وابسته ساز ترموالاستیک می‌تواند در معادله هدایت حرارتی حذف شود، انجام گرفته است. این فرضیه مشخص کرد که در کاربردهای مهندسی عملی، می‌توان بدون ایجاد خطاهای زیاد، نتایج مفیدی بدست آورد. بهر حال هنگامیکه میدان دما یک گرادیان باندازه کافی تند را نمایش دهد، مشاهده می‌گردد که اثر دینامیکی عبارت وابسته ساز ترموالاستیک، برخلاف رفتار مرسوم، مهم می‌گردد. با توجه به اثرات منفرد اینرسی و عبارت وابسته ساز برای مسائل شوک حرارتی، Takeuti و Furukawa [16] دریافته‌اند که در نظر گرفتن اثرات وابستگی، مهمتر از در نظر گرفتن اثرات اینرسی برای مواد معمولی می‌باشد. بنابراین لازم نیست که اینرسی در رفتار شدید مسائل تنش حرارتی گذرا بصورت یک تقریب اولیه در نظر گرفته شود. در بسیاری از کاربردهای صنعتی، مشخصه‌های زمانی اغتشاشات

سازه‌ای و حرارتی مقادیر قابل مقایسه‌ای دارند. محیطهایی مانند لیزرهای تحریک شده¹، شتابدهنده ذرات با انرژی بالا²، رآکتورهای هسته‌ای سریع‌سوز³، و سازه‌های هوا فضایی از جمله این موارد می‌باشند. در این حالات باید از تئوری ترموالاستیسیته وابسته استفاده نمود. بدلیل پیچیدگیهای ریاضی موجود در حل تحلیلی اینگونه مسائل، مسائل کم و کلی در ترموالاستیسیته کلاسیک، حل تحلیلی گردیده‌اند. معادلات حاکم کلاسیک ترموالاستیسیته دینامیکی بصورت بسیار کلی در فضای بینهایت و نیمه بینهایت بوسیله Nowacki [5] و Weiner و Boley [4] ارائه گردیده‌اند.

Bahar و Hetnarski [14, 17] یک روش تحلیلی بنام فضای حالت⁴ را ارائه کرده و آنرا برای مسائل یک بعدی ترموالاستیسیته دینامیکی بکار برده‌اند. بدلیل محدودیتهای ریاضی که این روش به خصوص در مسائل دو بعدی و سه بعدی اعمال می‌کند، کاربرد این روش محدود شده است. روش‌های تقریبی نیز برای حل این نوع مسائل ارائه شده است که در این میان روش گالرکین⁵ جالب توجه می‌باشد (Brull و McQuillen [18]). بعضی روش‌های تحلیلی شامل تبدیل لاپلاس⁶ و سریهای اغتشاشات جزئی⁷ نیز به کار رفته است. با توجه به مشکلات ریاضی تئوریهای میدان وابسته و پیچیدگیهای هندسی بسیاری از کاربردهای مهندسی، تکنیک‌های عددی روشهای موثری در بدست آوردن حل‌های این چنین مسائلی می‌باشند.

1- Pulsed lasers

3- Fast-Burst Nuclear Reactors

5- Galerkin

7- Perturbation series

2- High-Energy particle accelerators

4- State - space

6- Laplace Transform