

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

۱۷۱۱۰۲۲۱۸

۱۷۱۵۶۹



دانشگاه الزهرا(س)

دانشکده علوم پایه

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد
رشته فیزیک ماده چگال

عنوان

ناهمواری سطح و نقش آن در چسبندگی بین سطوح
ناهموار

استاد راهنما

دکتر امیر علی مسعودی

۱۳۸۷ / ۱۰ / ۲۸

استاد مشاور

دکتر غلامرضا جعفری

دانشجو

پونه سعادت کیا

خرداد ۱۳۸۷

کتابخانه دانشگاه الزهرا(س)

۱۰۷۶۹۳

برنام بزرگ دادار آفیدگار، آفیدگار خوبی و نیکی و سودمندی، پروردگار بی و هر چه بهتر و هر که بهترین

است و سپاس و درود بر کرامی ترین ارجمندان، امورگاران و راستی و رادی و نیکی و پاکی.

هزاران درود بر کاروانسالار مهربانان پدر عزیزم که با پارسایی و دادگری و برابری و مهربانی، همواره درس

درست کرداری و راست گفتاری را به من آموخت و باران ستایش بر بهترین افسانه گوی زندگی ام پاسدار

شکوه و آرامش و آسایش، امورگاری و عهد و پیمان و روشنی، مادر مهربانم و درود و آفرین بسیار بر پاکمرد

آزاده داد آفرین، بهین، همراه و چاوشی خوان قوافل زندگی ام، نوازنده آهنگ زندگی ام امیر عزیز.

در این شکی نیست پرورهای که ملاحظه می فرمایید پایان نمی یافت مگر با هدایت و حمایت بی دریغ اساتید بزرگوارم.

جناب آقای دکتر امیر علی سعودی و جناب آقای دکتر غلامرضا حضرتی، هزاران درود شایسته ایشان باد.

چکیده

زبری سطح تأثیر بسزایی در بسیاری از پدیده‌های مهم فیزیکی مانند مکانیک تماسی، چسبندگی و اصطکاک دارد. به عنوان مثال نتایج تجربی نشان می‌دهند که یک زیرلایه با ریشه میانگین مربعی (rms) ناهمواری حدود $1 \mu m$ می‌تواند چسبندگی بین یک توپ و زیرلایه را از بین ببرد، همانطور که ناهمواریهای در مقیاس نانو، چسبندگی بین جامدات خیلی سخت مثل فلزات را از بین می‌برد. به عبارت دیگر ناهمواری دلیل اصلی آن است که در بسیاری از پدیده‌های ماکروسکوپی چسبندگی مشاهده نمی‌شود. یکی از مهمترین خاصیت سطوح ناهموار، طیف توانی زبری سطح، $C(q)$ می‌باشد که به عنوان یک داده مهم در مقایسه چسبندگی و همچنین تعیین ضریب اصطکاک سطوح تلقی می‌شود. در این رساله خواص آماری برای فیلمهای الکتروانباشت شده‌ی پلاتین محاسبه شده است. برای انباشت لایه‌های نازک پلاتین از زیرلایه طلا استفاده شده است. با استفاده از برنامه‌ای که به زبان فرترن نوشته شد، نمودارهای مربوط به تابع ساختار، تابع همبستگی و طیف توانی زبری برای نمونه‌ها رسم شده است. با استفاده از مقادیر طیف توانی، چسبندگی سطوح با هم مقایسه شده است. این نمونه‌ها دارای ضخامت یکسان هستند و عامل متغیر میان آنها جریان اعمالی در حین انباشت است. تصاویر دو بعدی و سه بعدی این نمونه‌ها، توسط تکنیک AFM تهیه گردیده است.

فصل اول

معرفی طیف توانی زبری سطح

- ۱ زبری سطح
- ۲ طیف توانی زبری سطح
- ۴ تابع توزیع ارتفاع
- ۵ سطوح فراکتال
- ۵ سطح خودمشابه
- ۵ سطح خودمقارب
- ۶ نمای هارست و ارتباط آن با بعد فراکتال
- ۶ طیف توانی برای فراکتال خودمقارب همسانگرد
- ۷ تعریف طیف توانی از طریق مدول مربعی h
- ۹ شیب میانگین برای سطح فراکتال خودمقارب
- ۹ دامنه زبری rms برای فراکتال خودمقارب

فصل دوم

مکانیک تماسی و چسبندگی

- ۱۱ مکانیک تماسی
- ۱۱ تاریخچه
- ۱۲ مکانیک تماس الاستیک
- ۱۴ معنای فیزیکی معادله پخش
- ۱۶ محاسبه مساحت تماس واقعی برای سطح فراکتال خودمقارب
- ۱۷ چسبندگی

۱۷ بحث کیفی
۲۱ Pull-off نیروی
۲۲ $P(\xi)$ تابع توزیع
۲۴ $\sigma_a(\xi)$ تنش جداسازی
۲۵ $\gamma_{eff}(\lambda)$ انرژی مؤثر سطح
۲۶ چسبندگی در زیست
۲۸ شکست پیوندهای چسبنده از طریق انتشار ترک
۳۰ بررسی ساختار چسبندگی در مارمولک
۳۵ مقایسه ساختار چسبندگی مارمولک با سوسک

فصل سوم

نحوه تهیه نمونه‌ها

۳۷ پتانسیو استات
۳۹ مشخصات پلاتین
۳۹ زیرلایه
۴۰ فرآیند کندوپاش
۴۲ آماده سازی زیرلایه
۴۲ الکترولیت
۴۳ رشد لایه‌ی نازک پلاتین
۴۳ محاسبه‌ی بار برای ضخامت مورد نظر
۴۴ فرآیند انباشت فلز

فصل چهارم

بررسی خواص آماری نمونه‌ها

۴۶مقدمه
۴۶روش‌های اپتیکی
۴۶روش باریکه‌ی یونی(الکترونی)
۴۶روش مکانیکی
۴۶زبری سینتیک سطح
۴۷مقیاس‌بندی عادی
۴۹مقیاس‌بندی غیر عادی
۵۰محاسبه پارامترهای آماری برای فیلم‌های الکتروانباشت شده‌ی Pt

فصل پنجم

بحث و نتیجه‌گیری

۶۲بحث و نتیجه‌گیری
----	-----------------------

پیوست‌ها

پیوست الف

۶۴روشهای عددی برای محاسبه طیف توانی
----	--

پیوست ب

۶۹بدست آوردن تابع توزیع بدون در نظر گرفتن چسبندگی
----	--

پیوست ج

۷۶شرط مرزی برای $\sigma = 0$
----	---------------------------------

۷۸مراجع
----	------------

فصل اول

معرفی طیف توانی زبری سطح

- زبری سطح
- طیف توانی زبری سطح
- تابع توزیع ارتفاع
- سطوح فراکتال
- نمای هارست و ارتباط آن با بعد فراکتال
- طیف توانی برای فراکتال خودمقارب همسانگرد
- تعریف طیف توانی از طریق مدول مربعی h
- شیب میانگین برای سطح فراکتال خودمقارب
- دامنه زبری rms برای فراکتال خودمقارب

۱-۱ زبری سطح

زبری سطح تأثیر بسزایی در بیشتر پدیده‌های فیزیکی از قبیل مکانیک تماسی، چسبندگی و اصطکاک دارد. به عنوان مثال آزمایشات نشان دادند زیرلایه‌ای با زبری rms از مرتبه $1 \mu m$ می‌تواند چسبندگی بین توپ پلاستیکی و زیرلایه را از بین ببرد، در حالیکه زبری در مقیاس نانو سبب از بین رفتن چسبندگی بین جامدهای به مراتب سخت‌تر مثل فلزات و مواد معدنی خواهد شد. به عبارت دیگر، زبری سطح دلیل اصلی برای ندیدن چسبندگی در بیشتر پدیده‌های ماکروسکوپی است.

سطحی با ناهمواری تصادفی که با پروفایل ارتفاع $z = h(x)$ توصیف می‌شود را در نظر می‌گیریم [۲]. پروفایل ارتفاع سطح توسط میکروسکوپ نیروی اتمی یا روش‌های اپتیکی اندازه‌گیری می‌شود. $\vec{x} = (x, y)$ یک بردار دو بعدی در صفحه $z = 0$ است، و از صفحه میانگین سطح اندازه‌گیری می‌شود، در نتیجه $\langle h \rangle = 0$ و بنابراین $\langle (h - \langle h \rangle)^2 \rangle$ مینیمم است. $\langle \dots \rangle$ بیانگر میانگین‌گیری آنسامبلی است، یعنی میانگین‌گیری روی مجموعه‌ای از سطوح مختلف با خواص آماری کاملاً مشابه. خواص آماری این سطوح وقتی بطور کامل توصیف می‌شود که همه توابع همبستگی آن یعنی

$$\langle h(x_1)h(x_2) \rangle, \quad \langle h(x_1)h(x_2)h(x_3) \rangle, \dots,$$

شناخته شده باشند. در بیشتر موارد توابع همبستگی که در برگزیده تعداد فردی از تابع h باشد صفر می‌شود، در حالیکه توابع همبستگی که شامل تعداد زوجی از تابع h باشند، به حاصلضرب جفت توابع همبستگی تجزیه می‌شود. مثلاً اگر بنویسیم $h(x_1) = h_1$ و به همین ترتیب، داریم:

$$\langle h_1 h_2 h_3 h_4 \rangle = \langle h_1 h_2 \rangle \langle h_3 h_4 \rangle + \langle h_1 h_3 \rangle \langle h_2 h_4 \rangle + \langle h_1 h_4 \rangle \langle h_2 h_3 \rangle$$

در این موارد، سطح بطور کامل توسط $C(q)$ که همان تبدیل فوریه تابع همبستگی $\langle h(x)h(0) \rangle$ است، توصیف می‌شود و تابع توزیع ارتفاع $P(h)$ گوسی است.

امکان ایجاد پروفایل ناهمواری سطح که خیلی شبیه پروفایلهای سطح مشاهده شده به روش تجربی است، به صورت زیر وجود دارد. ارتفاع سطح روی مساحت مربعی به ابعاد $L \times L$ به صورت سری فوریه بسط داده می‌شود، در نظر داشته باشید که اندازه خطی سیستم L ، در محاسبات عددی و اندازه‌گیریهای تجربی متناهی است. در بعضی موارد میانگین‌گیری فضایی برای هر مقدار عملی L با میانگین‌گیری آنسامبلی برابر نیست. در این حالت می‌گوییم سیستم ارگودیک نمی‌باشد.

$$h(x) = \sum_q B(q) e^{i[q \cdot x + \phi(q)]} \quad (1-1)$$

q بردارهایی را اندازه می‌گیرد که مؤلفه‌های آن مضربی از $2\pi/L$ هستند. چون $h(x)$ ، یک کمیت حقیقی است، در نتیجه

$$B(-q) = B(q), \phi(-q) = -\phi(q)$$

اگر $\phi(q)$ متغیرهای تصادفی مستقل باشند که بطور یکنواخت در بازه $[0, 2\pi]$ توزیع شده باشند، می‌توان به آسانی نشان داد توابع همبستگی مرتبه بالاتر، به شکلی که در بالا گفته شد به صورت جفت تجزیه می‌شود. در قسمت ۱-۳ نشان داده شده است که در این موارد، تابع توزیع احتمال ارتفاع $P(h)$ ، همیشه گوسی است، در حالیکه با انتخاب درست دامنه $B(q)$ ، هر طیف توانی می‌تواند بطور دلخواه اعمال شود.

۱-۲ طیف توانی زبری سطح

سطح ناهمواری که توسط معادله (۱-۱) توصیف شد را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم فاز $\phi(q)$ بطور یکنواخت توزیع شده و مستقل است، و همچنین خواص آماری سطح از نظر انتقالی ناورداست. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\langle h(x_1)h(x_2) \rangle = C(x_1 - x_2)$$

مهمترین خاصیت سطوح ناهموار، سری طیفی یا توانی سطح ناهموار $C(q)$ می باشد که با

رابطه (۲-۱) تعریف می شود [۴].

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle h(x)h(0) \rangle e^{-iq \cdot x} \quad (2-1)$$

با جایگذاری (۱-۱) در (۲-۱) و استفاده از

$$\langle e^{i\phi(q')} e^{i\phi(q'')} \rangle = \delta_{q', -q''}$$

بدست می آید:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \sum_{q'} |B(q')|^2 e^{i(q-q') \cdot x} = \sum_{q'} |B(q')|^2 \delta(q - q')$$

اگر فضای q به اندازه کافی چگال باشد می توانیم به حد پیوسته نزدیک شویم، با جایگذاری

$$\sum_q \rightarrow \frac{A}{(2\pi)^2} \int d^2q$$

بدست می آید:

$$C(q) = \frac{A}{(2\pi)^2} |B(q)|^2$$

A مساحت تماس ظاهری^۱ است. بنابراین اگر $B(q)$ را بصورت

$$B(q) = \left(\frac{2\pi}{L}\right) [C(q)]^{1/2}$$

انتخاب کنیم، که در آن $L = A^{1/2}$ است، پروفایل ناهمواری سطح (۱-۱)، دارای طیف توانی

ناهمواری سطح $C(q)$ می باشد. همچنین می توان با اعمال $B(q) = B(q)$ ، تضمین کرد خواص

آماري سطح ناهموار همسانگرد است، در نتیجه $C(q) = C(q)$ فقط تابعی از بزرگی می باشد

$q = |\mathbf{q}|$ ، نه جهت \mathbf{q} . (شرایط بالا نشان می دهد بستگی متناسبی بین تبدیل فوریه همبستگی

ارتفاع و دامنه مؤلفه فوریه متناظر پروفایل سطح وجود دارد. این نتیجه به عنوان تئوری

Wiener-Khintchine شناخته شده است.)

¹ nominal

۱-۳ تابع توزیع ارتفاع

سطوحی که توابع همبستگی آنها $\langle h_1 h_2 \dots h_n \rangle$ برای مقادیر فرد n صفر می‌شود، در حالیکه برای مقادیر زوج n می‌توان آن را به حاصلضرب جفت جفت توابع تجزیه کرد، دارای تابع توزیع ارتفاع گوسی هستند. ابتدا دقت می‌کنیم که توزیع احتمال ارتفاع از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\begin{aligned} P(h) &= \langle \delta[h - h(x)] \rangle = \frac{1}{2\pi} \int d\alpha \langle e^{i\alpha[h - h(x)]} \rangle \\ &= \frac{1}{2\pi} \int d\alpha e^{i\alpha h} \langle e^{-i\alpha h(x)} \rangle \end{aligned} \quad (3-1)$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\langle e^{-i\alpha h(x)} \rangle = \sum_n \frac{(-i\alpha)^n}{n!} \langle [h(x)]^n \rangle \quad (4-1)$$

برای n های فرد $\langle [h(x)]^n \rangle$ صفر می‌شود. بنابراین با نوشتن $n = 2m$ ($m = 0, 1, \dots$) داریم:

$$\langle [h(x)]^{2m} \rangle = \frac{(2m)!}{m! 2^m} \langle h^2 \rangle^m \quad (5-1)$$

با قراردادن (5-1) در (4-1) بدست می‌آید:

$$\langle e^{-i\alpha h(x)} \rangle = \sum_m \frac{(-i\alpha)^{2m}}{m! 2^m} (\langle h^2 \rangle)^m = e^{-\frac{1}{2}\alpha^2 \langle h^2 \rangle}$$

با قرار دادن نتیجه در (3-1) و گرفتن انتگرال روی α :

$$p(h) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma} e^{-h^2/2\sigma^2}$$

که σ دامنه ناهمواری rms است، $\sigma^2 = \langle [h(x)]^2 \rangle$ ، که در آن:

$$\langle h^2 \rangle = \int d^2q C(q) = 2\pi \int_0^\infty dq q C(q) \quad (6-1)$$

در واقع، همیشه برای این انتگرال حد بالا و پایینی وجود دارد. بزرگترین بردار موج ممکن از مرتبه $2\pi/a$ است که a طول موج کوتاه قطع است که متناظر است با شاید ثابت شبکه، در حالیکه کوچکترین بردار موج از مرتبه $2\pi/L$ است، که L اندازه خطی سطح است. در کل می توان دامنه زبری مربعی میانگین را به شکل زیر هم تعریف کرد.

$$\langle h^2 \rangle(q_0, q_1) = 2\pi \int_{q_0}^{q_1} dq q C(q) \quad (7-1)$$

۱-۴ سطوح فراکتال

۱-۴-۱ سطح خودمشابه^۱:

سطح را خودمشابه گویند اگر در مقایسه با سطح بزرگنمایی شده، دارای خواص آماری یکسانی باشد. بنابراین اگر $z = h(x, y)$ معادله سطح خودمشابه باشد، نسخه بزرگنمایی شده آن یعنی $z = \lambda h(x/\lambda, y/\lambda)$ از سطح اولیه قابل تشخیص نمی باشد.

۱-۴-۲ سطح خودمقارب^۲:

سطح خودمقارب هم، مانند سطح خودمشابه است، با این تفاوت که عامل بزرگنمایی در جهت محور z متفاوت است. در این سطوح برای اینکه خواص آماری تغییری نکند باید بزرگنمایی در جهت محور z با عامل λ^H انجام گیرد.

$$x \rightarrow \lambda x, \quad y \rightarrow \lambda y, \quad z \rightarrow \lambda^H z$$

H نمای هارست نامیده می شود و عددی بین 0 و 1 است. پس در سطوح خودمقارب سطح $z = \lambda^H h(x/\lambda, y/\lambda)$ عیناً شبیه سطح اولیه $z = h(x, y)$ می باشد. خیلی از موادی که از نظر کاربردی جالب هستند، تقریباً دارای سطوح فراکتال خودمقارب هستند. مثلاً سطوح جاده ای آسفالت و سطوحی که با انتشار ترک ایجاد می شوند، دارای سطح فراکتال خودمقارب هستند با

¹self-similar

²self-affine

بعد فراکتال $D_f = 3 - H \approx 2/2 - 2/5$. در عمل، همیشه یک طول موج قطع پایین λ_1 ، و یک طول موج قطع بالا λ_0 ، وجود دارد و سطح وقتی فراکتال خودمقارب است که در بازه مقیاس طول متناهی $\lambda_0 < \lambda < \lambda_1$ بررسی شود. برای سطوحی که با ایجاد ترک تولید شده‌اند، طول موج قطع بالا λ_0 ، معمولاً با اندازه خطی سطح شکست L ، برابر است. برای سطوح جاده‌ها، طول موج قطع بالا λ_0 ، از مرتبه چند میلیمتر است، و متناظر با اندازه بزرگترین ذرات شن بکار رفته در آسفالت می‌باشد.

۱-۵ نمای هارست و ارتباط آن با بعد فراکتال:

نمای هارست مستقیماً به شکل $D_f = 3 - H$ به بعد فراکتال مربوط است. دلیل آن واضح است. قسمتی از سطح را با ابعاد $L \times L$ در دو جهت x و y در نظر بگیرید. بعد فراکتال از تعداد مکعبهایی با ابعاد Δ که برای پوشاندن سطح بطور کامل لازم است، بدست می‌آید: $N(\Delta) \propto \Delta^{-D_f}$ برای $\Delta \rightarrow 0$. برای پوشاندن سطحی به مساحت $L \times L$ تعداد $(L/\Delta)^2$ مکعب لازم است. بعد فراکتال نمی‌تواند از ۲ کوچکتر باشد. در هر زیردامنه $\Delta \times \Delta$ ، مختصات z سطح، بخاطر خاصیت خودمقاربی سطح، مقادیری از Δz متناسب با Δ^H را اندازه می‌گیرد. بنابراین $\Delta z = K(\Delta/L)^H$ ، که K رنج مقادیری از z است که روی کل دامنه $L \times L$ با $z = h(x, y)$ اندازه گرفته می‌شوند. اگر Δ به اندازه کافی کوچک باشد، Δz متناظر، از Δ بزرگتر می‌شود، چون $H < 1$ است. بنابراین در هر زیردامنه‌ای با اندازه Δ ، ما باید $K(\Delta/L)^H / \Delta \propto \Delta^{H-1}$ مکعب بکار گیریم، و تعداد کل مکعبهای که برای پوشاندن سطح لازم است متناسب است با $\Delta^{-(3-H)}$ ، در نتیجه خواهیم داشت:

$$D_f = 3 - H$$

۱-۶ طیف توانی برای فراکتال خودمقارب همسانگرد:

بدست آوردن فرم کلی طیف توانی برای سطح فراکتال خودمقارب همسانگرد راحت است:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle h(x)h(0) \rangle e^{-iq \cdot x}$$

با نوشتن $x = \frac{x'}{\lambda}$ داریم:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x' \lambda^{-2} \langle h(x'/\lambda)h(0) \rangle e^{-iq \cdot x'/\lambda}$$

از طرفی برای سطح فراکتال خودمقارب رابطه زیر برقرار است:

$$\langle \lambda^H h(x'/\lambda) \lambda^H h(0) \rangle = \langle h(x')h(0) \rangle$$

پس بدست می‌آید:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x' \lambda^{-2-2H} \langle h(x')h(0) \rangle e^{-iq \cdot x'/\lambda}$$

بنابراین اگر $\lambda = q$ و $\hat{q} = q/q$ داریم:

$$C(q) = q^{-2(1+H)} \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x' \langle h(x')h(0) \rangle e^{-i\hat{q} \cdot x'}$$

همانگونه که مشاهده می‌شود، طیف توانی سطح فراکتال خودمقارب با افزایش بردار موج

$q = |\vec{q}|$ بصورت $q^{-2(H+1)}$ کاهش می‌یابد.

۷-۱ تعریف طیف توانی از طریق مدول مربعی h

طیف توانی را می‌توان همچنین از طریق مدول مربعی تبدیل فوریه h تعریف کرد. سطوح

ناهمواری را در نظر می‌گیریم که خواص آماری آنها همسانگرد و از نظر انتقالی ناورد هستند.

پس طیف توانی آنها،

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2x \langle h(x+x')h(x') \rangle e^{-iq \cdot x} \quad (۸-۱)$$

مستقل از x' و جهت‌گیری بردار موج q است. اگر $h(x)$ را از تبدیل فوریه آن بسط داده، و

$$h(x) = \int d^2q h(q) e^{iq \cdot x} \quad (۹-۱)$$

در (۸-۱) قرار دهیم، بدست می‌آید:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2q' \int d^2q'' \int d^2x \langle h(q')h(q'') \rangle e^{i(q'-q)x} e^{i(q'+q'')x}$$

در کل $h(q)$ یک تابع معمولی نیست بلکه تابع توزیع است، بنابراین $\langle h(q')h(q'') \rangle$ می‌تواند واگرا باشد. بهر حال می‌توانیم $h(q)$ را با $h_A(q)$ جایگزین کنیم. تبدیل فوری $h(x)$ محدود به مربعی با مساحت A می‌شود:

$$h_A(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\sqrt{A}/2}^{+\sqrt{A}/2} dx_1 \int_{-\sqrt{A}/2}^{+\sqrt{A}/2} dx_2 h(x) e^{-iq \cdot x}$$

معادله بالا همچنان در حد $A \rightarrow \infty$ برقرار است:

$$C(q) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2q' \int d^2q'' \int d^2x \langle h_A(q')h_A(q'') \rangle e^{i(q'-q)x} e^{i(q'+q'')x}$$

برای ساده‌سازی این معادله از رابطه استاندارد زیر استفاده می‌کنیم،

$$\int d^2x e^{iq \cdot x} = (2\pi)^2 \delta(q) \quad (10-1)$$

و بدست می‌آید:

$$C(q) = \int d^2q \langle h_A(q)h_A(q'') \rangle e^{i(q+q'')x} \quad (11-1)$$

این بسط مستقل از x' است، حداقل در حد $A \rightarrow \infty$ ، از اینرو $\langle h(q)h(q'') \rangle = \lim_{A \rightarrow \infty} \langle h_A(q)h_A(q'') \rangle$ وقتی $q+q'' \neq 0$ باشد، باید صفر شود. بعلاوه

همسانگردی بیان می‌کند که $\langle h(q)h(-q) \rangle$ ، فقط به اندازه q بستگی دارد. بنابراین داریم:

$$\langle h(q)h(q') \rangle = C(q) \delta(q+q') \quad (12-1)$$

چون (11-1) مستقل از x' است، می‌توانیم روی x' انتگرال بگیریم و به مساحت سطح A تقسیم کنیم،

$$\begin{aligned} C(q) &= \frac{1}{A} \int d^2x' \int d^2q'' \langle h_A(q')h_A(q'') \rangle e^{i(q+q'')x'} \\ &= \frac{(2\pi)^2}{A} \langle h(q)h(-q) \rangle \end{aligned}$$

که دوباره از (۱-۱۰) استفاده کردیم. چون $h(x)$ ، یک کمیت حقیقی است،
 $h_A(-q) = h_A^*(q)$ و می‌توانیم بنویسیم:

$$C(q) = \frac{(2\pi)^2}{A} \langle |h_A(q)|^2 \rangle \quad (1-13)$$

۱-۸ شیب میانگین برای سطح فراکتال خودمقارب:

با استفاده از (۱-۹) می‌توان شیب میانگین سطح را بدست آورد:

$$\langle (\nabla h)^2 \rangle = \int d^2q d^2q' (-q \cdot q') \langle h(q) h(q') \rangle e^{i(q+q') \cdot x}$$

و با استفاده از (۱-۱۲) داریم:

$$\langle (\nabla h)^2 \rangle = \int d^2q q^2 C(q) = 2\pi \int dq q^3 C(q)$$

برای سطح فراکتال خودمقارب $C(q) \sim q^{-2(H+1)}$ (بخش ۱-۶ را ببینید)، و در نتیجه اگر
 $q_1 \gg q_0$ باشد،

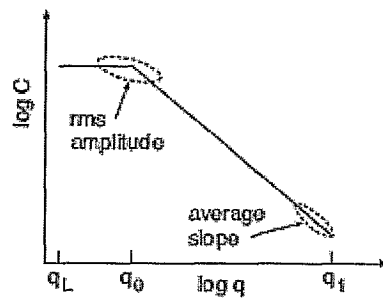
$$\langle (\nabla h)^2 \rangle \sim \int_{q_0}^{q_1} dq q^{1-2H} \sim q_1^{2(1-H)} - q_0^{2(1-H)} \approx q_1^{2(1-H)}$$

بنابراین شیب میانگین (و انحنای میانگین) با کوتاهترین مؤلفه طول موج ناهمواری (بیشترین q)، تعیین می‌شود، همانگونه که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است.

۱-۹ دامنه زبری rms برای فراکتال خودمقارب:

دامنه ناهمواری rms عمدتاً با بلندترین مؤلفه‌های طول موج (نواحی پیرامون $q \sim q_0$) تعیین می‌شود (شکل ۱-۱). یک سطح فراکتال خودمقارب را در نظر می‌گیریم. با استفاده از رابطه (۱-۷) و با فرض اینکه $q_1/q_0 \gg 1$ ، داریم:

$$\langle h^2 \rangle(q_0, q_1) \sim \int_{q_0}^{q_1} dq q^{-2H-1} \sim q_0^{-2H} - q_1^{-2H} \approx q_0^{-2H}$$



شکل ۱-۱: طیف توانی زبری برای سطح فراکتال خودمقارب برای $q_0 < q < q_1$. دامنه ناهمواری rms و شیب میانگین بطور عمده با نواحی که مشخص شده، تعیین می‌شود. بردار موج roll-off، q_0 و بردار موج cut-off، q_1 به سیستم تحت مطالعه بستگی دارد. شیب نمودار $\log C - \log q$ برای $q > q_0$ نمای فراکتال سطح را تعیین می‌کند، همچنین اندازه خطی سیستم کوچکترین بردار موج ممکن را تعیین می‌کند، $q_L = 2\pi/L$.

فصل دوم

مکانیک تماسی و چسبندگی

- مکانیک تماسی
- مکانیک تماس الاستیک
- معنای فیزیکی معادله پخش
- چسبندگی
- انرژی مؤثر سطح $\gamma_{eff}(\lambda)$
- چسبندگی در زیست
- شکست پیوندهای چسبنده از طریق انتشار ترک
- بررسی ساختار چسبندگی در مارمولک

۲-۱ مکانیک تماسی

حتی سطوحی هم که زیاد پولیش داده شده‌اند، در مقیاسهای طولی مختلف دارای ناهمواری هستند. وقتی دو جسمی که از نظر ظاهری صاف به نظر می‌آیند در تماس با هم قرار می‌گیرند، مساحت تماس واقعی فقط بخش کوچکی از مساحت تماس ظاهری است. می‌توان نواحی تماس را بصورت نواحی کوچکی تصور کرد که برآمدگیها از یک جسم جامد در برابر برآمدگیهای جسم دیگر فشرده می‌شوند و بسته به شرایط این برآمدگیها ممکن است بصورت الاستیکی یا پلاستیکی تغییر شکل دهند.

۲-۱-۱ تاریخچه

مکانیک تماسی دارای تاریخچه طولانی است. مطالعات اولیه توسط Hertz انجام شد [۳]. Hertz برای تماس عمودی بدون اصطکاک بین دو جسم الاستیک راه‌حلی ارائه داد و بدست آورد که مساحت تماس واقعی ΔA بطور غیرخطی با نیروی بار تغییر می‌کند: $\Delta A \propto F_N^{2/3}$ در سال ۱۹۵۷، Archard [۴] از راه‌حل Hertz برای تماس بین سطوح ناهموار استفاده کرد و نشان داد برای مدل ساده شبه فراکتال که برآمدگیهای کروی کوچک (سختیها) روی بالای برآمدگیهای بزرگتر و به همین ترتیب توزیع شده‌اند، مساحت تماس واقعی تقریباً بطور خطی با F_N تغییر می‌کند، نتیجه‌ای مشابه توسط Greenwood و Williamson [۵]، بدست آمد. آنها نیز همانگونه که در قسمت b شکل (2-1) نمایش داده شده است، برآمدگیها را کروی با شعاعهای یکسان و با توزیع ارتفاع گوسی در نظر گرفتند.

تئوری مکانیک تماسی کلی‌تر توسط Bush بیان شد [6]. Bush برآمدگیها را سهمی‌وار تقریب زد و راه‌حل کلاسیکی Hertz را برای این تغییر بکار برد. توزیع ارتفاع را با پروسه تصادفی توصیف کرد و دریافت که در نیروی فشاردهنده کم، مساحت تماس واقعی بطور خطی با F_N افزایش می‌یابد.