دانشگاه علامه طباطبائی
دانشکده‌ی اقتصاد
گروه آمار، ریاضی و کامپیوتر

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد **آمار اجتماعی - اقتصادی**

عنوان

طراحی آماری - اقتصادی نمودار کنترل T^2 با استفاده از طرح حدود کنترل و اندازه نمونه‌ی متغیر

پژوهشگر

مرضیه اربابی

استاد راهنما

دکتر محمد بامنی مقدم

استاد مشاور

دکتر احمد پارسیان

بهمن ۱۳۸۹

بسم الله الرحمن الرحيم

کلیه‌ی حقوق مادی و معنوی اعم از چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه، اقتباس و ... از این پایان‌نامه

برای دانشگاه علامه طباطبائی محفوظ است. نقل مطالب با ذکر منبع مانعی ندارد.

تأیید پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشدتوسط دانشجو

عنوان پایان‌نامه: طراحی آماری - اقتصادی نمودار کنترل T^2 با استفاده از طرح حدود کنترل و اندازه نمونه‌ی متغیر

نام دانشجو: مرضیه اربابی

شماره‌ی دانشجویی: ۸۷۱۱۱۶۲۰۱

استاد راهنما: دکتر محمد بامنی مقدم

این‌جانب **مرضیه اربابی** دانشجوی کارشناسی ارشد رشته‌ی **آمار اجتماعی - اقتصادی** دانشکده‌ی اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی گواهی می‌نمایم پژوهش‌های ارائه شده در پایان‌نامه با عنوان مذکور توسط شخص این‌جانب انجام شده است و درستی مطالب نگارش یافته مورد تأیید می‌باشد. همچنین گواهی می‌نمایم مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط این‌جانب یا فرد دیگری در هیچ کجا ارائه نشده است و در نگارش متن پایان‌نامه شیوه‌ی نگارش مصوب دانشکده‌ی اقتصاد را به‌طور کامل رعایت نموده‌ام. چنان‌چه در هر زمان خلاف آن‌چه گواهی نموده‌ام مشاهده گردد خود را از آثار حقیقی و حقوقی ناشی از دریافت مدرک کارشناسی ارشد محروم می‌دانم و هیچ‌گونه ادعایی نخواهم داشت.

تاریخ: **امضا دانشجو:**

اهدا یه

اگر شایسته باشد تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ی ایثار و از خودگذشتگی
به پاس عاطفه ی سرشار و گرمای امید بخش وجودشان که در این سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است
به پاس قلب های بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید
به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند
و به پاس وجود نازنین شان.

سپاس‌گزاری

سپاس خدای را که هر توفیقی در گرو عنایت اوست. اکنون که با یاری او توانسته‌ام تلاشی هر چند ناچیز را در راه کسب دانش به انجام رسانم، بر خود لازم می‌دانم از استاد راهنمای بزرگوارم، جناب آقای دکتر محمد بامنی مقدم، که به پایان رساندن این تحقیق جز با راهنمایی‌های پدرانه و هدایت‌های بی‌دریغ ایشان میسر نبود، قدردانی نمایم.

از استاد مشاورم جناب آقای دکتر احمد پارسیان که تذکراتشان باعث غنای پایان‌نامه شد، تشکر می‌نمایم. همچنین از جناب آقای دکتر نادر نعمت‌الهی و جناب آقای دکتر رضا پورطاهری که زحمت داوری این اثر را به عهده داشتند سپاس‌گزارم.

در پایان، از خانواده‌ام، به‌ویژه پدر و مادرم که با حمایت‌های خویش، همواره مرا پشتیبانی کرده‌اند نهایت سپاس و قدرشناسی را دارم.

امیدوارم بتوانم از عهده ادای حق این عزیزان برآیم.

بهمن ۸۹

فهرست مطالب

فهرست مطالب ب

فهرست جدول‌ها ث

فهرست شکل‌ها ج

نمادها و علایم اختصاری چ

۱ کلیات ۱

۱-۱ مقدمه ۱

۱-۲ بیان مسئله ۳

۱-۳ اهمیت، ضرورت و هدف پژوهش ۵

۱-۴ فرض‌ها و محدودیت‌های مسئله ۶

۱-۵ تعریف مفاهیم و واژه‌های اختصاصی ۷

۱-۶ پیشینه‌ی تاریخی ۷

۱-۷ چشم‌انداز فصل‌های آینده ۸

۲ طراحی نمودارهای کنترل T^2 ـ هتلینگ ۹

۲-۱ مقدمه ۹

۲-۲ مقدمه‌ای بر نمودار کنترل چندمتغیره‌ی T^2 هتلینگ ۱۰

۲-۳ کنترل آماری فرایند چندمتغیره با استفاده از نمودار T^2 هتلینگ ۱۲

۲-۳-۱ حالت اول: بردار میانگین $\boldsymbol{\mu}$ و ماتریس واریانس ـ کوواریانس $\boldsymbol{\Sigma}$ معلوم ۱۲

۲-۳-۲ حالت دوم: بردار میانگین $\boldsymbol{\mu}$ و ماتریس واریانس ـ کوواریانس $\boldsymbol{\Sigma}$ نامعلوم . . . ۱۳

۲-۳-۳ حالت خاص: بردار میانگین $\boldsymbol{\mu}$ معلوم و ماتریس واریانس ـ کوواریانس $\boldsymbol{\Sigma}$ نامعلوم ۱۷

۲-۴ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با نرخ نمونه‌گیری ثابت ۱۸

۲-۵ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر ۲۰
۲-۶ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر ۲۴
۲-۷ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با اندازه‌ی نمونه و فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر ۲۷

۳ مدل‌های اقتصادی در نمودارهای کنترل ۳۳
۳-۱ مقدمه ۳۳
۳-۲ فرض‌های مدل‌های اقتصادی ۳۴
۳-۳ مدل اقتصادی دانکن ۳۶
۳-۳-۱ متوسط زمان یک چرخه‌ی کیفیت ۳۷
۳-۳-۲ متوسط درامد خالص یک چرخه‌ی کیفیت ۳۸
۳-۳-۳ متوسط درامد خالص هر ساعت ۳۹
۳-۴ مدل اقتصادی لورنزن و ونس ۳۹
۳-۴-۱ متوسط زمان یک چرخه‌ی کیفیت ۴۰
۳-۴-۲ متوسط هزینه‌ی یک چرخه‌ی کیفیت ۴۱
۳-۴-۳ متوسط هزینه‌ی هر ساعت ۴۲
۳-۵ مدل اقتصادی کوستا و رحیم ۴۲
۳-۵-۱ متوسط زمان یک چرخه‌ی کیفیت ۴۳
۳-۵-۲ متوسط درامد خالص یک چرخه‌ی کیفیت ۴۳
۳-۵-۳ متوسط درامد خالص هر ساعت ۴۴
۳-۶ کاربردهایی از مدل‌های اقتصادی ۴۴
۳-۷ طراحی آماری- اقتصادی نمودارهای کنترل ۴۵

۴ طراحی نمودار کنترل $T^2 - VSSC$ ۴۸
۴-۱ مقدمه ۴۸
۴-۲ طراحی آماری نمودار کنترل T^2 ـ هتلینگ با حدود کنترل و اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر ۴۹
۴-۳ بناسازی مدل اقتصادی ۵۸
۴-۴ طراحی آماری ـ اقتصادی نمودار کنترل $T^2 - VSSC$ با استفاده از رویکرد الگوریتم ژنتیک ۵۹
۴-۵ نتایج ۶۲

۵ مثال کاربردی **۶۷**

۵-۱ مقدمه ۶۷

۵-۲ کاربرد صنعتی و ملاحظه‌های کاربردی ۶۸

۵-۳ نتیجه‌گیری ۷۰

کتاب‌نامه **۷۱**

واژه‌نامه‌ی فارسی به انگلیسی **۷۶**

فهرست جدول‌ها

۴-۱ پارامترهای نمونه‌ی هزینه و فرایند برگرفته از کوستا و رحیم (۲۰۰۱) ۶۳

۴-۲ پارامترهای بهینه‌ی طرح $ESD\ T^2 - VSSC$ در حالت $p = ۲$ و $m = ۲۵$ ۶۵

۴-۳ پارامترهای بهینه‌ی طرح $ESD\ T^2 - VSS$ در حالت $p = ۲$ و $m = ۲۵$ ۶۵

۴-۴ پارامترهای بهینه‌ی طرح $ESD\ T^2 - VSSC$ در حالت $p = ۴$ و $m = ۵۰$ ۶۶

۴-۵ پارامترهای بهینه‌ی طرح $ESD\ T^2 - VSS$ در حالت $p = ۴$ و $m = ۵۰$ ۶۶

۵-۱ پارامترهای برآورد شده‌ی مدل اقتصادی کوستا و رحیم در فرانید تولید نوشیدنی غیرالکلی ۶۸

۵-۲ نتیجه‌ی حاصل از مقایسه‌ی طرح $ESD\ VSSC$ با طرح $ESD\ VSS$ ۶۹

فهرست شکل‌ها

۲-۱ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با p مشخصه‌ی کیفیت ۱۳

۲-۲ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با نرخ نمونه‌گیری ثابت ۱۸

۲-۳ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر ۲۲

۲-۴ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر ۲۵

۲-۵ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با اندازه‌ی نمونه و فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر ۲۸

۲-۶ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با حدود هشدار دوگانه ۳۱

۳-۱ دوره‌های مختلف یک چرخه‌ی کیفیت در مدل دانکن ۳۷

۳-۲ دوره‌های مختلف یک چرخه‌ی کیفیت در مدل لورنزن و ونس ۴۰

۴-۱ نمودار کنترل T^2 هتلینگ با حدود کنترل و اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر ۵۰

نمادها و علایم اختصاری

تعریف	نماد
مدیریت کیفیت جامع	TQM
کنترل کیفیت آماری	SQC
کنترل آماری فرایند	SPC
خط مرکزی	CL
حد پایین کنترل	LCL
حد بالای کنترل	UCL
طراحی آماری	SD
طراحی اقتصادی	ED
طراحی آماری اقتصادی	ESD
متوسط زمان هشدار	ATS
متوسط زمان هشدار تعدیل یافته	$AATS$
متوسط تعداد هشدارهای اشتباه	ANF
متوسط تعداد اقلام	ANI
متوسط طول اجرا	ARL
متوسط زمان چرخه‌ی کیفیت	ATC
نرخ نمونه‌گیری ثابت	FRS
اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر	VSS
فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر	VSI
اندازه‌ی نمونه و فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر	$VSSI$
حدود هشدار دوگانه	DWL
اندازه‌ی نمونه و حدود کنترل متغیر	$VSSC$
نرخ نمونه‌گیری متغیر	VRS

الگوریتم ژنتیک ..... GA

مکانیزم شکست فرایند ..... PFM

نمودار کنترل T^2 هتلینگ با نرخ نمونه‌گیری ثابت ..... T^2-FRS

نمودار کنترل T^2 هتلینگ با اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر ..... T^2-VSS

نمودار کنترل T^2 هتلینگ با فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر ..... T^2-VSI

نمودار کنترل T^2 هتلینگ با اندازه‌ی نمونه و فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر ..... T^2-VSSI

نمودار کنترل T^2 هتلینگ با حدود هشدار دوگانه ..... T^2-DWL

نمودار کنترل T^2 هتلینگ با اندازه‌ی نمونه و حدود کنترل متغیر ..... T^2-VSSC

نمودار کنترل T^2 هتلینگ با نرخ نمونه‌گیری متغیر ..... T^2-VRS

چکیده

نمودارهای کنترل T^2 برای پایش فرایندهایی با بیش از یک مشخصه‌ی کیفیت همبسته به‌کار می‌روند. مطالعه‌های اخیر نشان می‌دهند که برای کشف تغییرات کوچک تا متوسط بردار میانگین فرایند، به‌کار بردن طرح‌هایی با اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر (VSS) عملکرد آماری بهتری خواهند داشت. به عبارت دیگر دارای توان آماری بالاتری هستند. این پایان‌نامه طراحی آماری- اقتصادی نمودار کنترل T^2 با اندازه‌ی نمونه و حدود کنترل متغیر ($VSSC$) را با استفاده از مدل اقتصادی کوستا و رحیم (۲۰۰۱) مد نظر قرار داده است. این مدل اقتصادی، شامل هزینه‌ی هشدارهای غلط، هزینه‌ی یافتن و حذف انحراف با دلیل، هزینه‌ی تولید در شرایط خارج از کنترل و هزینه‌ی نمونه‌گیری و آزمایش است. به منظور بهینه‌سازی این مدل اقتصادی، از روش الگوریتم ژنتیک (GA) استفاده و سرانجام به مقایسه‌ی نمودارهای $T^2 - VSSC$ و $T^2 - VSS$ با توجه به هزینه‌ی مورد انتظار در هر واحد زمان، پرداخته شده است. همچنین برای انتخاب پارامترهای فرایند و هزینه، از ۱۳ سری حالت مختلف برگرفته از مدل اقتصادی کوستا و رحیم (۲۰۰۱)، استفاده شده است. در پایان نیز این مقایسه در قالب یک مثال کاربردی ارائه شده است.

واژگان کلیدی. *حدود کنترل و اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر ($VSSC$)؛ نمودار کنترل چندمتغیره؛ طراحی آماری- اقتصادی (ESD)؛ زنجیر مارکوف؛ متوسط زمان هشدار تعدیل شده ($AATS$)؛ الگوریتم ژنتیک (GA).*

فصل ۱
کلیات

۱-۱ مقدمه

در دنیای امروز، همزمان با بهبود و گسترش مزایای فناوری و مبادله‌ی اطلاعات و وابستگی روزافزون جامعه‌ی بشری به آن، رابطه‌ی کیفیت محصولات (کالاها و خدمات) با رفاه بشر روز به روز افزایش یافته و به قدری ضروری شده که توسعه‌ی مفهوم کیفیت برای ارزیابی، ایجاد، کنترل، بهبود و حفظ آن اجتناب ناپذیر شده است.

تعاریف مختلفی از کیفیت ارائه شده است. جوران از پیشتازان کنترل کیفیت فراگیر، کیفیت را «شایستگی جهت استفاده» معرفی نمود. سؤالی که در رابطه با کیفیت یک محصول مطرح می‌شود این است که آیا یک تولید یا خدمت، کاربرد معین خود را دارد یا خیر. بنابر این آن‌چه که کیفیت کالا یا خدمتی را تعیین می‌کند، میزان انطباق آن با نیازها، استانداردها و انتظارهای مشتری است. علاوه بر آن، بسیاری از سازمان‌ها و شرکت‌ها اعتقاد دارند که باید مشتری‌های خود را خوشحال کنند. با توجه به این نکته می‌توان گفت «کیفیت عبارت است از آن‌چه از مشخصات یک کالا یا خدمت که مصرف‌کننده را راضی و خوشحال کند». زمانی مصرف‌کننده راضی است که آن‌چه را که با توجه به نیازش نسبت به آن ادعا شده است، به وی داده شود و در صورتی خوشحال می‌شود که محصول مورد نظر از لحاظ هزینه مقرون به صرفه باشد.

پیشرفت فناوری، ارتقاء دانش کیفیت مصرف‌کنندگان، رقابت جهانی و ... باعث تغییر در نگرش سنتی تولیدکنندگان شده است و راز بقای سازمان‌ها و شرکت‌ها در عرصه‌ی رقابت تجاری، ارائه‌ی محصول‌هایی با کیفیت بالا و هزینه‌ی پایین است. بنابر این می‌توان گفت برنامه‌های کیفیتی مناسب و مؤثر، منجر به افزایش نفوذ در بازار، ارتقاء بهره‌وری و کاهش هزینه‌های کلی ساخت و خدمات می‌شود. کیفیت در جهان رقابتی امروز، مهم‌ترین عامل پیشبرد اهداف تولیدکنندگان کالاها و ارائه‌دهندگان خدمات است. می‌دانیم که سامانه‌های گوناگون تحت تاثیر عوامل تصادفی هستند و تغییرپذیری جزء جدایی ناپذیر تمام فرایندهای تولیدی و خدماتی است. گاهی اوقات این تغییرات ناچیز بوده، تأثیری بر محصول نهایی ندارند و سبب عدم رضایت مشتری نمی‌شوند. اما در بعضی موارد این تغییرات منجر به تولید محصول‌های نامطلوب می‌شود که این نیز عدم رضایت مشتری را به همراه دارد. از طرفی، حذف کامل تغییرات در تولید معمولاً امری امکان‌ناپذیر است و در صورتی هم که امکان‌پذیر باشد، از لحاظ اقتصادی به صرفه نیست. بنابر این تغییرپذیری فرایندها باید در محدوده‌ی قابل قبولی پایش و کنترل شوند. از آن‌رو بنگاه‌های اقتصادی مجبور به استفاده از یک سیستم کنترل مناسب به منظور شناسایی تغییرات غیرتصادفی و حذف عوامل ایجاد کننده‌ی آن‌ها می‌باشند.

از آن‌جا که تغییرپذیری فرایندها توسط معیار آماری واریانس اندازه‌گیری می‌شود، لذا استفاده از روش‌های آماری در زمینه‌ی کنترل کیفیت امری معقول به نظر می‌رسد. به مجموعه‌ی روش‌ها و فنون آماری که به منظور کنترل کیفیت محصول‌ها در کلیه‌ی مراحل طراحی، تولید، نگهداری و خدمات فناوری‌های گوناگون با هدف برآورده ساختن نیازهای اقتصادی مورد استفاده قرار می‌گیرند، کنترل کیفیت آماری گویند.

به‌طور کلی کنترل آماری فرایند شامل دو بخش نمونه‌گیری جهت پذیرش و کنترل آماری فرایند است. از نمونه‌گیری جهت پذیرش تنها به منظور تصمیم‌گیری در خصوص رد یا قبول یک انباشته استفاده می‌شود و نه برای ارزیابی و تخمین سطح کیفیت. این روش یک جایگزین مناسب برای بازرسی صد در صد انباشته‌ها است.

کنترل آماری فرایند ابزاری قدرتمند در ایجاد ثبات و بهبود فرایند از طریق کاهش تغییرپذیری و یکی از اجزای اصلی هر سیستم کیفیت است. کنترل آماری فرایند یکی از ابزار اساسی هفتگانه‌ی کیفیت است که در مدیریت کیفیت جامع مورد استفاده قرار می‌گیرد. در بسیاری موارد کنترل آماری کیفیت، ابزار مورد قبولی برای نشان دادن تغییرات فرایند است. به‌طور کلی مراحل مربوط به چرخه‌ی تحقق محصول (کالا یا خدمات) دارای سه بخش عمده‌ی زیر است (مونتگمری، ۲۰۰۱).

۱- فعالیت‌های قبل از ساخت (شامل فعالیت‌های بازاریابی، طراحی محصول، طراحی فرایند ساخت و ...)
۲- فعالیت‌های حین ساخت (شامل فعالیت‌های تولیدی)

۳- فعالیت‌های بعد از ساخت (شامل فعالیت‌های بسته‌بندی، ذخیره‌سازی، ارسال و ...)
از سه فعالیت نام‌برده، دو فعالیت اول نقش بیش‌تری در هزینه‌های کل یک محصول دارند. بهینه‌سازی فعالیت‌های قبل از ساخت باعث بهینه شدن هزینه‌های واحد ساخت و به کارگیری می‌شود. بهینه‌سازی فعالیت‌های حین ساخت در مرحله‌ی تولید به کار می‌رود (مرحله‌ای که محصول با کیفیت طراحی شده و با هزینه‌ی مشخص ساخته می‌شود)، باعث حفظ دستاوردهای ناشی از فعالیت‌های مراحل قبل می‌شود (مونتگمری، ۲۰۰۱). حفظ دستاوردهای مرحله‌ی بهینه‌سازی قبل از ساخت در مرحله‌ی حین ساخت توسط فنون آماری به نام نمودارهای کنترل در مبحث کنترل آماری فرایند (SPC) انجام می‌گیرد. با استفاده از نمودارهای کنترل می‌توان هشدارهای دال بر عدم پایداری فرایند را تشخیص و اقدام‌های لازم برای برطرف نمودن انحراف به وجود آمده را انجام داد.

به‌طور کلی نمودارهای کنترل از پرکاربردترین ابزارهای کنترل آماری فرایند بوده و نقش مهمی را در ارتقاء کیفیت فرایند ایفا می‌کنند. در واقع نمودارهای کنترل با هدف کاهش هزینه‌های ناشی از بازرسی صد در صد محصولات و نیز تولید محصولات معیوب به کار گرفته شده‌اند. این نمودارها در ابتدا با در نظر گرفتن معیارهای آماری طراحی شدند. تحقیقات آتی نشان دادند که طراحی بهینه‌ی این نمودارها از بعد اقتصادی می‌تواند صرفه‌جویی‌های چشمگیری را برای کاربران به همراه داشته باشد. از این رو تعدادی از محققان بر آن شدند که به طراحی اقتصادی این نمودارها بپردازند. از آن‌جا که طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل فاقد ویژگی‌های آماری است، اخیراً محققان به طراحی آماری ـ اقتصادی نمودارهای کنترل دست زدند.

۱-۲ بیان مسئله

نمودارهای کنترل آماری معمولاً برای هشدار دادن در فرایندهای تولیدی تکرارپذیر مورد استفاده قرار می‌گیرند. در طی زمان تولید، علت‌های قابل تشخیص مانند خطای کارگران، فرسایش ابزارهای دستگاه‌های تولید یا تغییر در کیفیت مواد خام باعث افزایش انتقال در پارامترهای توزیع مشخصه‌های کیفیت فرایند (و انحراف از مقدار هدف) و در نتیجه کاهش کیفیت محصول می‌شود. هدف اولیه‌ی استفاده از نمودارهای کنترل، کشف علل قابل تشخیص با بیش‌ترین سرعت ممکن است.

در گذشته نمودارهای کنترل به منظور بررسی و کنترل مشخصه‌های کیفیت یک متغیره، یعنی زمانی که تنها یک متغیر خروجی برای کنترل وجود دارد، مورد استفاده قرار می‌گرفتند. اما امروزه با پیچیده‌تر شدن فرایندهای تولید، اغلب محصولات دارای بیش از یک مشخصه‌ی کیفیت هستند و از این‌رو است که تولیدکنندگان ناگزیر به استفاده از روش‌های کنترل کیفیت چندمتغیره می‌باشند. در سال ۱۹۴۷، هتلینگ روشی را با استفاده از آماره‌ی معروف خود، T^2 هتلینگ، معرفی نمود. از این روش به منظور کنترل تغییرات

در میانگین فرایند، زمانی که کنترل هم‌زمان چند مشخصه‌ی کیفیت همبسته در یک فرایند مورد نظر است، استفاده می‌کنند. نمودار کنترل حاصل، به نمودار کنترل چندمتغیره‌ی T^2 هتلینگ معروف است. روش پیشنهادی وی، تعمیمی از نمودارهای کنترل یک متغیره‌ی شوهارت است.

در نمودار کنترل T^2 به روش سنتی (T^2-FRS)، نرخ نمونه‌گیری از فرایند ثابت است. به بیانی دیگر، همواره تعداد ثابت n، نمونه در فاصله‌ی زمانی ثابت h، از فرایند گرفته می‌شود. این نمودار در شناسایی تغییرات بزرگ در فرایند کارایی خوبی را از خود نشان داده است، اما در شناسایی تغییرات کوچک یا متوسط چندان حساس نمی‌باشد. به منظور جبران این کاستی، تا کنون روش‌های مختلفی پیشنهاد شده است. از جمله این‌که برای شناسایی تغییرات کوچک یا متوسط از نمودارهای کنترل با نرخ نمونه‌گیری متغیر (T^2-VRS) استفاده شود. در این طرح‌ها یا اندازه‌ی نمونه متغیر و فاصله‌ی نمونه‌گیری ثابت است (طرح VSS)؛ یا اندازه‌ی نمونه ثابت و فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر است (طرح VSI)؛ و یا اندازه‌ی نمونه و فاصله‌ی نمونه‌گیری هر دو متغیر هستند (طرح $VSSI$). این طرح‌ها در کشف و شناسایی تغییرات کوچک و متوسط در میانگین فرایند از کارایی بهتری برخوردار می‌باشند.

با توجه به اهمیت اثر اقتصادی این طرح‌ها به ویژه در عملیات صنعتی، از سال ۱۹۵۲ به بعد طراحی اقتصادی آن‌ها بر اساس هزینه یا درآمد مورد انتظار در هر واحد زمان و در مواردی با استفاده از رویکرد زنجیر مارکوف پیشنهاد شد. دانکن (۱۹۵۶) اولین مدل اقتصادی را پیشنهاد کرد و تیلور (۱۹۶۵) عنوان کرد که طراحی اقتصادی نمودارهای FRS از بعد اقتصادی بهینه نیستند. مونتگمری و کلات (۱۹۷۲) برای اولین بار به طراحی اقتصادی نمودار کنترل T^2-FRS پرداختند. در این ارتباط، تعدادی از محققان به طراحی اقتصادی نمودارهای کنترل T^2-VRS پرداختند.

ایرادی که به طراحی آماری وارد می‌شود، این است که این نوع طراحی، بعد اقتصادی طرح‌ها را در بر نمی‌گیرد. از طرفی طراحی اقتصادی نیز فاقد ویژگی‌های آماری مورد نظر است. لذا سانیگا (۱۹۸۹)، بحث طراحی آماری ـ اقتصادی نمودارهای کنترل را مطرح نمود. این نوع طراحی نمودارهای کنترل، هم شامل ویژگی‌های آماری مورد نظر می‌باشند و هم جنبه‌ی اقتصادی طرح را در نظر می‌گیرند.

اخیراً طرح جدیدی بر اساس حدود کنترل و اندازه‌ی نمونه‌ی متغیر (طرح $VSSC$) پیشنهاد شده است که در مقایسه با سایر نمودارهای T^2 در کشف تغییرات بسیار کوچک در میانگین فرایند از لحاظ آماری بهتر و مناسب‌تر است.

در این پایان‌نامه سعی می‌شود تا نمودار کنترل T^2-VSSC از دیدگاه آماری ـ اقتصادی مورد بررسی قرار گیرد. هدف از طراحی اقتصادی نمودار کنترل T^2-VSSC یافتن پارامترهایی است که تابع زیان مدل

اقتصادی را مینیمم کند. برای دستیابی به طراحی آماری ـ اقتصادی این نمودار، باید قیدهای آماری به آن اضافه شوند که این امر منجر به دست یافتن به مسئله‌ی تصمیم با متغیرهای آمیخته و فضای حل غیرمحدب و ناپیوسته می‌شود. به همین علت از الگوریتم ژنتیک برای حل این مسئله‌ی بهینه‌سازی استفاده می‌شود. از آن‌جا که این نمودار کنترل از توانایی بالایی در شناسایی تغییرات کوچک در میانگین فرایند برخوردار است، احساس می‌شود طراحی آماری ـ اقتصادی آن به عنوان یک راهنما در تعیین بهینه‌ی پارامترهای نمودار، صرفه‌جویی‌های مالی قابل ملاحظه‌ای را برای سازمان‌های کاربر به ارمغان بیاورد.

۱-۳ اهمیت، ضرورت و هدف پژوهش

پیشرفت فناوری، ارتقاء دانش کیفیت مصرف‌کنندگان، رقابت جهانی و ... باعث تغییر در نگرش سنتی تولیدکنندگان شده است و راز بقای سازمان‌ها و شرکت‌ها در عرصه‌ی رقابت تجاری، ارائه‌ی محصول‌هایی با کیفیت بالا و هزینه‌ی پایین است. به علاوه رشد فناوری سبب شده که چند مشخصه‌ی کیفیت به هم مرتبط، سطح نهایی کیفیت محصولات را تعیین کنند و لذا تولیدکنندگان کالاها و ارائه‌دهندگان خدمات به منظور حفظ بقای خود در بازارهای جهانی ناگزیر به استفاده از روش‌های کنترل کیفیت چندمتغیره می‌باشند و در این میان نمودارهای کنترل چندمتغیره از اهمیت و کاربرد بیش‌تری برخوردارند.

استقرار یک نمودار کنترل چندمتغیره‌ی کارا باعث می‌شود که هزینه‌های شکست داخلی و خارجی کیفیت کاهش یابد. بنابر این هزینه‌های کل کیفیت و قیمت تمام شده‌ی محصول‌ها متأثر از پایش و کنترل فرایندهای تولید است. پس یک نمودار چندمتغیره‌ی مناسب باید به گونه‌ای طراحی شود که علاوه بر دارا بودن خواص آماری و داشتن بالاترین توان ممکن در شناسایی تغییرات در فرایند، به کارگیری آن از بعد اقتصادی بهینه و برای کارکنان خط تولید آسان و قابل فهم باشد.

در میان نمودارهای کنترل چندمتغیره، نمودار T^2 هتلینگ که تعمیمی از نمودارهای کنترل شوهارت است، از سادگی و محبوبیت بالایی برخوردار است. از آن رو لازم است که پژوهش‌های بیش‌تری در ارتباط با طراحی بهینه‌ی اقتصادی این نمودار کنترل صورت پذیرد. در واقع کاربرد نمودار کنترل T^2 هتلینگ مستلزم اتخاذ تصمیم‌های فنی و مهندسی چون تصمیم درباره‌ی تعیین بهینه‌ی پارامترهای نمودار کنترل است که پیامدهای اقتصادی را در بلند مدت (که مورد توجه مدیران ارشد است) به همراه دارد. از سوی دیگر، توجه اکثر مدیران میانی به هزینه‌ها است. از دید آن‌ها یک نمودار کنترل باید به گونه‌ای طراحی شود که هزینه‌ها را کاهش دهد. هم‌چنین متصدیان (کارگران) که کاربران واقعی نمودارهای کنترل هستند، ترجیح می‌دهند از نمودارهای کنترل نوع شوهارت (به دلیل سادگی در فهم و به کارگیری) استفاده کنند. بدین منظور مطالعه و طراحی آماری ـ اقتصادی نمودار کنترل $T^2 - VSSC$ پیشنهاد این پژوهش برای دستیابی به نمودار کنترل

چندمتغیره‌ای کارا است.

با توجه به آن‌چه گفته شد، هدف از این پژوهش بهینه‌سازی مدل اقتصادی و در نتیجه مینیمم کردن تابع زیان مورد نظر با استفاده از رویکرد الگوریتم ژنتیک است. علاوه بر آن، مقایسه‌ی نمودارهای کنترل $T^2 - VSS$ و $T^2 - VSSC$ نسبت به هزینه‌ی مورد انتظار در هر واحد زمان نیز جزء اهداف مورد نظر بوده و در قالب یک مثال کاربردی مطرح می‌شود.

۱-۴ فرض‌ها و محدودیت‌های مسئله

در بناسازی نمودار کنترل $T^2 - VSSC$ از دیدگاه‌های آماری، اقتصادی و آماری ـ اقتصادی، فرض‌های زیر را در نظر گرفتیم.

۱- p مشخصه‌ی کیفیت دارای توزیع توأم نرمال چندمتغیره با بردار میانگین $\boldsymbol{\mu}$ و ماتریس واریانس ـ کوواریانس $\boldsymbol{\Sigma}$ هستند. فرایندهایی که فرض نرمال بودن مشخصه‌های کیفیت برای آن‌ها مناسب نیست، در محدوده‌ی این پژوهش قرار ندارند.

۲- نمونه‌ها مستقل از یکدیگرند. فرایندهایی که در آن‌ها نوعی همبستگی بین نمونه‌های جمع‌آوری شده وجود دارد، در محدوده‌ی این پژوهش قرار ندارند.

۳- قبل از وقوع انحراف با دلیل و تغییر در میانگین، فرایند در حالت تحت کنترل به سر می‌برد و مادامی که فرایند تحت کنترل است، فرض می‌شود $\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_0$.

۴- تنها یک انحراف با دلیل باعث تغییر در میانگین فرایند از $\boldsymbol{\mu}_0$ به $\boldsymbol{\mu}_1$ معلوم می‌شود. فاصله‌ی ایجاد شده در اثر تغییر میانگین را فاصله‌ی ماهالانوبیس در نظر می‌گیریم.

۵- فرض می‌شود ماتریس واریانس ـ کوواریانس فرایند همواره ثابت است.

۶- نرخ شکست فرایند مورد بررسی یکسان است (مانند فرایندهای الکترونیکی). فرض می‌شود انحراف با دلیل طبق فرایند پواسون با نرخ λ رخداد (در واحد زمان) اتفاق می‌افتد و با این فرض که فرایند در حالت تحت کنترل آغاز به کار می‌کند، می‌توان گفت مدت زمانی که فرایند در حالت تحت کنترل می‌ماند، یک متغیر تصادفی نمایی با میانگین $\frac{1}{\lambda}$ است. فرایندهایی با نرخ شکست افزایشی (مانند فرایندهای مکانیکی) در محدوده‌ی این پژوهش قرار ندارند.

۷- فرایند خود اصلاح نیست. به عبارت دیگر، چنان‌چه فرایند از حالت تحت کنترل به حالت خارج از کنترل انتقال یابد، فقط با دخالت عامل انسانی و انجام اقدامات اصلاحی مناسب می‌تواند به حالت تحت کنترل بازگردد.

۸- چرخه‌ی کیفیت در حالت تحت کنترل شروع می‌شود و تا تعمیر فرایند پس از اعلام یک هشدار درست