

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

انما يخشى الله من عباده العلماء

(سوره فاطر آیه ٢٨)



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده مهندسی مکانیک

رساله دکتری  
مهندسی مکانیک - گرایش طراحی کاربردی

# تحلیل دینامیکی پوسته استوانه‌ای ساندویچی با هسته انعطاف پذیر تحت ضربه با سرعت پایین

اساتید راهنما :

پروفسور سید محمد رضا خلیلی

دکتر ملک زاده فرد

استاد مشاور:

پروفسور تامسون

دانشجو:

امید رحمانی

بهمن ۱۳۸۹

## چکیده

سازه‌های ساندویچی مدرن معمولاً از دو رویه کامپوزیتی و یک هسته از جنس فوم یا لانه زنبوری با مقاومت کم تشکیل می‌گردند. انعطاف‌پذیری بالای هسته در این سازه‌ها منجر به اختلاف در میزان جابجایی در رویه‌های بالایی و پایینی شده و در اثر تغییر در ارتفاع هسته، جابجایی در سطح مقطع از الگویی غیر خطی تبعیت می‌نماید. با توجه به حساسیت بالای این سازه‌ها، مطالعه رفتار آنها در برابر ضربه همواره از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. گام نخست در مطالعه تاثیر ضربه، ارائه مدلی جهت تخمین نیروی تماس و پیش بینی رفتار کلی سازه می‌باشد، که این مهم در گرو دستیابی به یک تئوری جامع در زمینه بررسی رفتار سازه‌های ساندویچی می‌باشد.

بیشتر تحقیقات انجام یافته با فرض عدم تغییر ارتفاع هسته یعنی انعطاف‌ناپذیری هسته صورت پذیرفته است. لذا با توجه به اینکه تئوری‌های متداول قادر به پیش بینی اثرات موضعی و تغییر شکل‌ها در راستای هسته نمی‌باشند، ارائه یک مدل تحلیلی مرتبه بالا که قادر به مدلسازی اثرات انعطاف‌پذیری هسته باشد، ضروری است. به همین منظور در این رساله مدل مرتبه بالای پوسته ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر ارائه گردیده است. در این تئوری بر خلاف تئوری‌های متداول هیچ محدودیتی بر میدان جابجایی هسته اعمال نمی‌گردد و اثرات مرتبه بالا پس از حل الاستیسیته معادلات تعادل هسته ظاهر می‌گردند، به این ترتیب مد‌های ارتعاشی ناشی از جابجایی نسبی رویه‌ها که منتج از انعطاف‌پذیری هسته میانی است، قابل پیش بینی خواهند بود. پس از معرفی تئوری فوق ابتدا ارتعاشات پوسته ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر مطالعه گردیده، سپس اثر استهلاک اجزا سازه ساندویچی بر پاسخ ارتعاشی پوسته بررسی می‌گردد. در ادامه به منظور مطالعه پاسخ پوسته در برابر ضربه با سرعت پایین یک مدل ترکیبی مرتبه بالا بر مبنای تئوری پیشنهادی در بخش نخست ارائه گردیده و رفتار سازه با استفاده از این مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. نهایتاً با اعمال مولفه‌های مربوط به پیش بارهای صفحه‌ای در معادلات منتج از تئوری فوق، تاثیر این نیروها بر رفتار ارتعاشی و پاسخ پوسته در برابر ضربه مطالعه خواهد گردید.

**کلمات کلیدی:** پوسته ساندویچی کامپوزیتی، تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی، ارتعاش آزاد، ضربه با سرعت

پایین، کماتش، هسته انعطاف پذیر ویسکو الاستیک، حل الاستیسیته، میرایی سازه‌ای، انرژی استهلاکی، پیش بار.

## فهرست مطالب

### فصل اول - مقدمه و مروری بر مطالعات گذشته

۱	۱-۱ مقدمه
۲	۱-۲ مروری بر مقالات مرتبط با سازه‌های ساندویچی
۲	۱-۲-۱ تیرها و صفحات ساندویچی
۱۱	۱-۲-۲ مروری بر مقالات مرتبط با پوسته‌های ساندویچی
۱۶	۱-۲-۳ جمع بندی مباحث مربوط به تئوری‌های موجود در مدل‌سازی
۱۷	۱-۲-۴ استهلاک در سازه‌های کامپوزیتی و ساندویچی
۱۹	۱-۲-۵ مروری بر مقالات مرتبط با ضربه در سازه‌های کامپوزیتی و ساندویچی
۱۹	۱-۲-۵-۱ ضربه در سازه‌های کامپوزیتی
۲۵	۱-۲-۵-۲ ضربه در سازه‌های ساندویچی
۲۹	۱-۳ فرضیات پژوهش پیشنهادی
۳۰	۱-۴ اهداف، روش و نوآوری‌های تحقیق حاضر
۳۲	۱-۵ مروری بر فصل‌های رساله

### فصل دوم - تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی با هسته انعطاف پذیر

۳۴	۲-۱ مقدمه
۳۵	۲-۲ مدل‌های کلاسیک سازه‌های ساندویچی
۳۵	۲-۲-۱ مدل‌های کلاسیک سازه‌های ساندویچی با هسته انعطاف‌ناپذیر
۳۸	۲-۲-۲ مدل‌های کلاسیک سازه‌های ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر
۳۹	۲-۳ معرفی تئوری مرتبه بالای پوسته ساندویچی
۴۰	۲-۳-۱ فرمولاسیون تئوری
۴۱	۲-۳-۱-۱ روابط سینماتیکی و ساختاری پوسته ساندویچی
۴۴	۲-۳-۱-۲ استخراج معادلات حاکم بر پوسته ساندویچی
۴۷	۲-۳-۱-۳ اعمال اثر نیروهای خارجی در معادلات حاکم
۴۹	۲-۳-۱-۴ میدان جابجایی و تنش در هسته پوسته استوانه‌ای

۵۲	۲-۳-۱-۵ استخراج معادلات تکمیلی
	<b>فصل سوم - روابط مربوط به تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته با هسته انعطاف پذیر</b>
۵۵	۳-۱ تحلیل ارتعاشی پوسته استوانه‌ای ساندویچی
۵۵	۳-۱-۱ ارائه معادلات حاکم بر حسب مولفه های جابجایی
۵۸	۳-۱-۲ حل مساله ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای با هسته انعطاف پذیر
۵۹	۳-۲ مدلسازی استهلاک در پوسته استوانه‌ای ساندویچی
۶۰	۳-۲-۱ روش مدول الاستیسیته مختلط
۶۲	۳-۲-۲ روش انرژی کرنشی استهلاکی

**فصل چهارم - روابط مربوط به مدلسازی پوسته استوانه‌ای ساندویچی با هسته انعطاف پذیر تحت بار ضربه ای با سرعت پایین**

۶۶	۴-۱ مدلسازی ضربه در پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی ساندویچی
۶۷	۴-۲ پاسخ دینامیکی پوسته استوانه‌ای ساندویچی تحت ضربه با سرعت پایین
۶۹	۴-۲-۱ محاسبه سفتی تماس موثر ( $K_c^*$ ) پوسته ساندویچی
۷۱	۴-۲-۲ محاسبه سفتی کلی ( $K_g$ ) پوسته ساندویچی
۷۲	۴-۳ اعمال نیروی برخورد در مدل کامل

**فصل پنجم - نتایج تحلیل پوسته استوانه‌ای ساندویچی با هسته انعطاف پذیر**

۷۷	۵-۱ مقدمه
۷۷	۵-۲ نتایج حاصل از تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته ساندویچی
۷۷	۵-۲-۱ صحت سنجی
۸۷	۵-۲-۲ مطالعه پارامتری و تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته ساندویچی
۹۵	۵-۳ نتایج حاصل از تحلیل ارتعاشات با حضور میرایی سازه ای
۹۵	۵-۳-۱ صحت سنجی
۹۷	۵-۳-۲ مطالعه پارامتری و تحلیل ارتعاشات با حضور میرایی سازه ای
۱۰۱	۵-۴ نتایج حاصل از تحلیل خمش پوسته ساندویچی
۱۰۱	۵-۴-۱ صحت سنجی
۱۰۴	۵-۵ نتایج حاصل از تحلیل ضربه سرعت پایین
۱۰۴	۵-۵-۱ صحت سنجی
۱۰۸	۵-۵-۲ مطالعه پارامتری و تحلیل ضربه سرعت پایین پوسته ساندویچی
۱۲۰	۵-۶ بررسی تاثیر پیش بار بر رفتار پوسته ساندویچی استوانه‌ای



## فهرست شکلها

۳	شکل ۱-۱) تغییر شکل راستای عمود بر صفحه میانی در تئوری های مختلف.
۶	شکل ۱-۲) جابجایی های ایجاد شده در صفحه ساندویچی .
۱۶	شکل ۱-۳) جابجایی ها در راستای ضخامت پوسته ساندویچی
۳۲	شکل ۱-۴) مدهای ارتعاشی در تیر ساندویچی با هسته انعطاف پذیر .
۳۳	شکل ۱-۵) برخورد ضربه زننده با پوسته استوانه‌ای ساندویچی
۳۷	شکل ۲-۱) توزیع جابجایی ها در تئوری متداول پانل های ساندویچی
۳۸	شکل ۲-۲) توزیع جابجایی ها در مدل آلن (هسته انعطاف‌ناپذیر)
۳۹	شکل ۲-۳) توزیع جابجایی ها در مدل فروستینگ (هسته انعطاف‌ناپذیر)
۴۰	شکل ۲-۴) سازه با هسته انعطاف‌پذیر
۴۲	شکل ۲-۵) هندسه و دستگاه مختصات پوسته استوانه‌ای ساندویچی .
۷۲	شکل ۴-۱) مدل جرم - فنر با دو درجه آزادی
۷۴	شکل ۴-۲) مدل جرم - فنر - دمپر
۷۶	شکل ۴-۳) برخورد دو جسم با شعاع های انحنا متفاوت
۷۹	شکل ۴-۴) تورفتگی در پوسته تحت تماس با ضربه زننده صلب
۸۲	شکل ۴-۵) فلوجارت مراحل مدلسازی پدیده ضربه در پوسته ساندویچی
۹۱	شکل ۵-۱) مقایسه فرکانس های طبیعی بی بعد پانل ساندویچی
۹۵	شکل ۵-۲) شکل مود اول (پاد متقارن) پوسته استوانه‌ای ساندویچی .
۹۶	شکل ۵-۳) شکل مود دوم و سوم پاد متقارن پوسته استوانه‌ای ساندویچی
۹۶	شکل ۵-۴) شکل مود های متقارن پوسته استوانه‌ای ساندویچی
۹۷	شکل ۵-۵) تغییرات جابجایی طولی هسته در راستای ضخامت
۹۷	شکل ۵-۶) تغییرات جابجایی محیطی هسته در راستای ضخامت
۹۸	شکل ۵-۷) تغییرات جابجایی شعاعی هسته در راستای ضخامت
۹۹	شکل ۵-۸) تغییرات فرکانس های طبیعی بر حسب زاویه قطاع پوسته
۱۰۰	شکل ۵-۹) شکل مود های پوسته استوانه‌ای ساندویچی
۱۰۴	شکل ۵-۱۰) بررسی اثر شعاع پوسته بر فاکتور استهلاک و فرکانس طبیعی سازه

- شکل ۱۱-۵) بررسی اثر ابعاد پوسته بر فرکانس طبیعی و فاکتور استهلاک سازه
- شکل ۱۲-۵) تغییرات نسبت انرژی های مستهلکه در پوسته ساندویچی
- شکل ۱۳-۵) مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی تغییرات نیروی تماس
- شکل ۱۴-۵) مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی تغییرات نیروی تماس
- شکل ۱۵-۵) مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی تغییرات نیروی تماس
- شکل ۱۶-۵) مقایسه نتایج تجربی و تحلیلی تغییرات نیروی تماس
- شکل ۱۷-۵) مطالعه اثر سرعت ضربه زننده بر نیروی تماس بر حسب زمان
- شکل ۱۸-۵) بررسی همگرایی و اثر تعداد جملات سری های فوریه در حل
- شکل ۱۹-۵) توزیع تنش های عمودی ایجاد شده در هسته و رویه ها.
- شکل ۲۰-۵) توزیع تنش های عمودی ایجاد شده در هسته و رویه ها.
- شکل ۲۱-۵) توزیع تنش عمودی ایجاد شده در حد فاصل هسته و رویه
- شکل ۲۲-۵) تغییرات توزیع تنش عمودی ایجاد شده در حد فاصل هسته و رویه
- شکل ۲۳-۵) توزیع تنش برشی ایجاد شده در هسته
- شکل ۲۴-۵) اثر انرژی جنبشی ضربه زننده بر توزیع تنش برشی
- شکل ۲۵-۵) توزیع تنش برشی ایجاد شده در هسته
- شکل ۲۶-۵) اثر انرژی جنبشی ضربه زننده بر توزیع تنش برشی
- شکل ۲۷-۵) توزیع خیز سطح میانی هسته و رویه های بالایی و پایینی
- شکل ۲۸-۵) توزیع خیز سطح میانی هسته و رویه های بالایی و پایینی
- شکل ۲۹-۵) مطالعه اثر شعاع هدف بر تغییرات نیروی تماس
- شکل ۳۰-۵) مطالعه اثر جرم ضربه زننده بر تغییرات نیروی تماس
- شکل ۳۱-۵) مطالعه اثر جنس هسته پوسته ساندویچی بر تغییرات نیروی تماس
- شکل ۳۲-۵) مطالعه اثر جنس هسته پوسته ساندویچی بر تغییرات نیروی تماس
- شکل ۳۳-۵) تاثیر افزایش بار فشاری بر فرکانس طبیعی پانل ساندویچی ضخیم
- شکل ۳۴-۵) تاثیر افزایش بار فشاری بر فرکانس طبیعی پانل ساندویچی نازک
- شکل ۳۵-۵) تاثیر افزایش بار فشاری طولی و محیطی بر فرکانس طبیعی
- شکل ۳۶-۵) تاثیر افزایش بار کششی طولی و محیطی بر فرکانس طبیعی
- شکل ۳۷-۵) تاثیر بار فشاری محوری بر پاسخ ضربه سرعت پایین
- شکل ۳۸-۵) اثر بار فشاری محوری بر توزیع خیز سطح میانی هسته و رویه ها
- شکل ۳۹-۵) اثر بار فشاری بر توزیع تنش عمودی در هسته و رویه بالایی پوسته
- شکل ۴۰-۵) اثر بار فشاری محوری بر توزیع تنش برشی در هسته پوسته ساندویچی



## فهرست جداول

- جدول ۵-۱) خواص مواد مورد استفاده در تحلیل ارتعاشات آزاد سازه ساندویچی ۸۵ .
- جدول ۵-۲) فرکانس های طبیعی بی بعد مربوط به پانل ساندویچی . ۸۶ .
- جدول ۵-۳) فرکانس های طبیعی بی بعد مربوط به پانل ساندویچی . ۸۷ .
- جدول ۵-۴) فرکانس های طبیعی بی بعد مربوط به پوسته استوانه‌ای ساندویچی ۸۸ .
- جدول ۵-۵) مقایسه فرکانس های طبیعی بی بعد پانل ساندویچی . ۹۰ .
- جدول ۵-۶) مقایسه فرکانس های طبیعی بی بعد پانل ساندویچی . ۹۱ .
- جدول ۵-۷) مقایسه فرکانس های طبیعی بی بعد پانل ساندویچی . ۹۲ .
- جدول ۵-۸) مقایسه فرکانس های طبیعی بی بعد پانل ساندویچی پنج لایه . ۹۳ .
- جدول ۵-۹) مقایسه فرکانس های طبیعی بی بعد پانل ساندویچی هفده لایه . ۹۴ .
- جدول ۵-۱۰) فرکانس های طبیعی مربوط به پوسته استوانه‌ای ساندویچی . ۹۵ .
- جدول ۵-۱۱) فرکانس های طبیعی پوسته ساندویچی با شعاع های مختلف . ۹۸ .
- جدول ۵-۱۲) فرکانس های طبیعی پوسته ساندویچی با طول های مختلف . ۹۹ .
- جدول ۵-۱۳) خواص مواد مورد استفاده در تحلیل ارتعاشات سازه ساندویچی. ۱۰۱ .
- جدول ۵-۱۴) فاکتور استهلاک و فرکانس های مربوط به پانل ساندویچی (ماده ۲) ۱۰۲ .
- جدول ۵-۱۵) فاکتور استهلاک و فرکانس های مربوط به پانل ساندویچی با (ماده ۳) ۱۰۲ .
- جدول ۵-۱۶) فرکانس های مربوط به پوسته استوانه‌ای ساندویچی (ماده ۱ و ۲) ۱۰۳ .
- جدول ۵-۱۷) خواص مواد مورد استفاده در تحلیل ارتعاشات پوسته ساندویچی ۱۰۵ .
- جدول ۵-۱۸) فاکتور استهلاک و انرژی مستهلکه در هسته و رویه های پوسته ۱۰۶ .
- جدول ۵-۱۹) تغییرات فاکتور استهلاک و انرژی مستهلکه برای شعاع های پوسته ۱۰۷ .
- جدول ۵-۲۰) تغییرات فاکتور استهلاک و انرژی مستهلکه برای طول های مختلف ۱۰۷ .
- جدول ۵-۲۱) خیز بی بعد در مرکز پوسته استوانه‌ای ساندویچی . ۱۰۹ .
- جدول ۵-۲۲) مقادیر خیز بی بعد و تنش های برشی در نقاط مهم پانل ساندویچی ۱۱۰ .
- جدول ۵-۲۳) خواص مربوط به هسته های مورد استفاده در تحلیل پارامتری . ۱۱۵ .
- جدول ۵-۲۴) اثر سرعت ضربه زننده بر نیروی تماس بیشینه و زمان تماس . ۱۱۶ .
- جدول ۵-۲۵) اثر جرم ضربه زننده بر نیروی تماس بیشینه و زمان تماس . ۱۲۵ .

- جدول ۵-۲۶) اثر جنس هسته بر نیروی تماس بیشینه و زمان تماس . . . ۱۲۶
- جدول ۵-۲۷) فرکانس های طبیعی پانل ساندویچی پنج لایه . . . ۱۲۷
- جدول ۵-۲۸) بار کمانش بی بعد پانل ساندویچی با تکیه گاه ساده . . . ۱۲۹
- جدول ۵-۲۹) اثر بار فشاری محوری بر نیروی تماس بیشینه و زمان تماس . . . ۱۳۱
- جدول ۵-۳۰) اثر بار فشاری محوری بر خیز سطح میانی هسته و رویه ها . . . ۱۳۲
- جدول ۵-۳۱) اثر بار فشاری محوری بر تنش عمودی بیشینه در هسته و رویه بالایی . . . ۱۳۳

## فهرست علائم

$x, f, z$	مختصه های طولی، محیطی و شعاعی
$i (= c, t, b)$	اندیس های مربوط به هسته و رویه های بالایی و پایینی
$u_i, v_i, w_i$	جابجایی ها در راستاهای طولی، محیطی و شعاعی
$u_{0i}, v_{0i}$	جابجایی های مربوط به صفحه میانی
$e_{xxi}, e_{ff i}, g_{xf i}$	مولفه های کرنش در رویه ها
$e_{xx0i}, e_{ff0i}, g_{xf0i}$	مولفه های کرنش در صفحه میانی رویه ها
$k_{xxi}, k_{ff i}, k_{xf i}$	انحنای مربوط به رویه ها
$b_{xxi}, b_{ff i}$	زاویه های چرخش مربوط به رویه ها
$s_{xxi}, s_{ff i}, t_{xf i}$	تنش های عمودی و برشی رویه ها
$s_{rrc}, t_{xrc}, t_{frc}$	تنش های عمودی و برشی هسته
$e_{rrc}, g_{xrc}, g_{frc}$	کرنش های عمودی و برشی هسته
$E_c, G_{fc}, G_{xc}$	مدول های الاستیسیته و برشی هسته
$E_{ij}^*, G_{ij}^*$	مدول الاستیسیته و برشی مختلط
$C_{ijkl}$	ماتریس سفتی
$C_{ijkl}^*$	ماتریس سفتی مختلط
$N_x^i, N_f^i, N_{xf}^i$	منتجه های تنش
$M_x^i, M_f^i, M_{xf}^i$	منتجه های ممان
$\hat{N}_{xx}^i, \hat{N}_{ff}^i, \hat{N}_{xf}^i$	پیش بارهای صفحه ای
$\tilde{P}$	بار فشاری بی بعد
$q_r^i$	بار عمودی اعمالی بر رویه ها
$M, K$	ماتریس های جرم و سفتی
$M_1$	جرم ضربه زننده
$M_2$	جرم ضربه هدف
$K_c^*$	سفتی تماس خطی شده
$K_g$	سفتی کلی
$K_{eff}$	سفتی معادل پوسته
$K_c$	سفتی تماس

$v_0$	سرعت اولیه ضربه زننده
$A_{mni}$	ماتریس سفتی محوری
$B_{mni}$	ماتریس سفتی محوری-خمشی
$D_{mni}$	ماتریس سفتی خمشی
$R_i$	شعاع ضربه زننده
$R_s$	شعاع سازه ساندویچی
$R_c$	شعاع تماس
$a_c$	تو رفتگی
$d$	اپراتور تغییرات
$T$	انرژی جنبشی
$U$	انرژی پتانسیل
$V$	کار نیروهای خارجی
$r_i$	شعاع انحنای رویه ها
$d_i$	ضخامت رویه های داخلی و خارجی
$r_{ic}$	شعاع انحنای حد فاصل هسته و رویه
$h_c$	ضخامت هسته
$h$	ضخامت کل پوسته ساندویچی
$L$	طول پوسته ساندویچی
$a$	عرض پوسته ساندویچی
$a_0$	زاویه پوسته ساندویچی
$I_{ji}$	ممان اینرسی
$r_i$	چگالی
$h$	فاکتور استهلاک
$c$	ضریب استهلاک سازه

# فصل اول

مقدمه و مروری بر مطالعات گذشته

سازه‌های ساندویچی با توجه به مزایای متعددی همچون نسبت استحکام به وزن و مقاومت به وزن بالا به طور گسترده و روز افزون در صنایع مختلف هوا فضا، حمل و نقل جاده ای و دریایی و سازه‌های ساختمانی مورد استفاده قرار می‌گیرند. برخی از این سازه‌ها ممکن است در مراحل مختلف ساخت، عملکرد و یا تعمیر و نگهداری در معرض برخورد با سرعت پایین واقع شوند. به عنوان مثال سقوط ابزار کار بر روی سازه، اصابت سنگ ریزه های باند به بدنه هواپیما، ... از این موارد می باشند. از طرفی حساسیت بالای این سازه‌ها در برابر ضربه و عدم تشخیص آسیب های داخلی ایجاد شده در سازه، لزوم مطالعه رفتار سازه در برابر ضربه را نشان می‌دهد. از سوی دیگر گرچه به ندرت از سازه‌های کاملاً تخت در عمل استفاده می‌گردد، در عوض تحقیقات اندکی در زمینه مطالعه پوسته های ساندویچی انجام گرفته است.

یک سازه ساندویچی از دو رویه نازک و سفت که با استفاده از لایه چسباننده به هسته ای ضخیم و سبک متصل گردیده تشکیل می شود. در بیشتر موارد رویه ها بارهای صفحه ای و خمشی را تحمل می کنند، در حالی که هسته در مقابل بارهای برشی عرضی مقاومت می‌نماید. یک سازه ساندویچی در واقع همچون یک تیر با مقطع I شکل عمل می‌نماید، با این تفاوت که هسته از جنسی متفاوت بوده و به عنوان نگهدارنده رویه ها استفاده می‌گردد. مزیت عمده ساندویچ ها بالا بودن نسبت سفتی خمشی به وزن می‌باشد که در نتیجه در عین سبکی، تغییر شکل جانبی کم و مقاومت کمانشی بالاتری نسبت به سایر سازه‌ها خواهند داشت. تعامل اثرات هسته با رویه ها و رفتار انعطاف پذیر هسته میانی باعث پیچیدگی مطالعه رفتار دینامیکی سازه‌های ساندویچی می‌گردد.

## 1-2 مروری بر مقالات مرتبط با سازه‌های ساندویچی

به منظور بررسی رفتار سازه‌های ساندویچی مدل‌های متعددی به کار گرفته شده‌اند. در این میان می‌توان به تئوری‌های تک لایه معادل<sup>۱</sup> و تئوری‌های چند لایه<sup>۲</sup> اشاره نمود. در تئوری‌های تک لایه معادل، کل سازه ساندویچی با یک میدان جابجایی مدل می‌شود، در حالی که در تئوری‌های چند لایه تک لایه تک لایه‌ها به صورت مجزا در نظر گرفته شده، شرط سازگاری مناسب در وجه مشترک لایه‌ها اعمال می‌گردد [۱].

مطالب چند بخش آتی به مرور مطالعات صورت گرفته در زمینه تحلیل تیرها، صفحات و پوسته‌های کامپوزیتی و ساندویچی اختصاص یافته است. سعی بر این بوده است تا مطالعه جامعی صورت پذیرد، فلذا مجموعه‌ای شامل مقالات مختلف در زمینه‌های تحلیلی، عددی و تجربی مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

### 1-2-1 تیرها و صفحات ساندویچی

در این بخش به بررسی مدل‌های مورد استفاده در تحلیل سازه‌های ساندویچی تخت شامل تیرها و صفحات می‌پردازیم. مطالب بخش بعدی به مقالات مرتبط با پوسته‌های ساندویچی اختصاص یافته است. همانگونه که پیش‌تر اشاره شد اکثر مدل‌ها از گروه‌های تک لایه معادل و لایه مجزا می‌باشند و در برخی موارد از حل‌های الاستیسیته استفاده گردیده است. قبل از ادامه بحث لازم است تا توضیح مختصری راجع به تئوری‌های تک لایه معادل ارائه گردد. در تئوری‌های تک لایه معادل با انجام فرضیات مناسب مسئله از حالت سه بعدی به دو بعدی تبدیل می‌گردد. در واقع در این تئوری‌ها مجموعه لایه‌های موجود در سازه کامپوزیتی و یا ساندویچی به صورت یک لایه در نظر گرفته شده و میدان جابجایی یا میدان تنش را بصورت ترکیب خطی از یک تابع مجهول و مختصات در راستای ضخامت در نظر می‌گیرند (شکل ۱-۱).

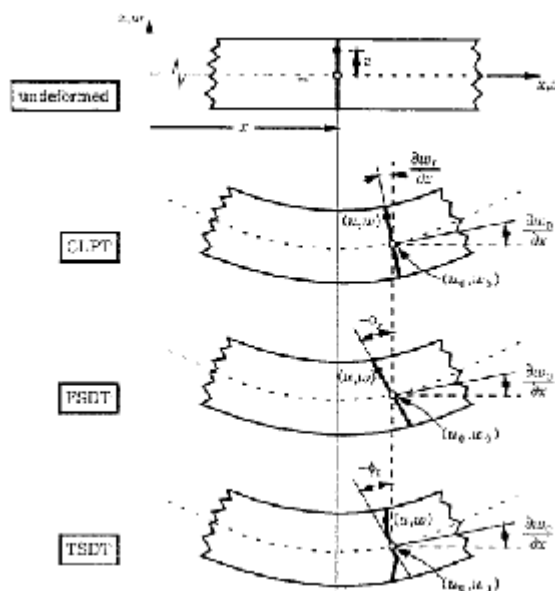
---

<sup>۱</sup> Equivalent Single Layer  
<sup>۲</sup> Discrete layer

ساده ترین تئوری تک لایه معادل ، تئوری کلاسیک ورق چندلایه است که توسعه یافته تئوری کلاسیک کیرشهف در مورد ورق های ایزوتروپیک به ورق های چند لایه می باشد. تئوری کلاسیک از کرنش برشی در راستای ضخامت ورق صرف نظر می کند و بنابراین برای تحلیل ورق های ضخیم مناسب نیست.

تئوری مرتبه اول برشی، کرنش برشی در راستای ضخامت را ثابت فرض می کند ولی از آنجا که کرنش برشی در راستای ضخامت ثابت نیست، برای اینکه این تئوری به اندازه کافی دقیق باشد از ضریب تصحیح برشی در محاسبه انرژی کرنش مربوط به تنش برشی در راستای ضخامت ورق استفاده می شود.

تئوری های برشی مرتبه بالا، از چند جمله ای های مرتبه بالاتر در محاسبه جابجایی در راستای ضخامت بهره برده و در نتیجه نیازی به استفاده از ضریب تصحیح در این تئوری ها نخواهد بود. تئوری های مرتبه بالا نسبت به تئوری مرتبه اول دقت محاسبات را افزایش می دهند، اما در مقابل حجم محاسبات نیز افزایش می یابد [۲].



شکل ۱-۱) تغییر شکل راستای عمود بر صفحه میانی در تئوری های کلاسیک، مرتبه اول و مرتبه سوم [۲]



گرچه تئوری‌های تک لایه معادل مرتبه بالا در تحلیل سازه‌های کامپوزیتی از دقت قابل قبولی برخوردار هستند، اما همانگونه که در این تحقیق نشان داده خواهد شد استفاده از این تئوری‌ها در سازه‌های ساندویچی منجر به نتایج نامعتبر خواهد شد.

کانت و سوامناتان (Kant & Swaminathan) [۳] با استفاده از یک تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا به بررسی رفتار سازه‌های کامپوزیتی و ساندویچی پرداختند. در مدل‌های ارائه شده اثرات تغییر شکل‌های برشی و عمودی عرضی را در نظر گرفته و با فرض تغییرات غیر خطی جابجایی‌های صفحه ای از اعمال ضریب تصحیح برشی صرف نظر کردند. با توجه به این که حل الاستیسیته توزیع تنش برشی عرضی در راستای ضخامت صفحه را سهموی پیش بینی می‌نماید، لذا میدان جابجایی‌های درون صفحه ای از درجه سوم فرض گردیده است. علاوه بر این در مدل اول تغییرات کرنش عمودی عرضی نیز غیر خطی در نظر گرفته شده است، در حالی که در مدل دوم تغییرات مولفه عرضی جابجایی در راستای ضخامت صفحه ثابت فرض شده است. در این روابط  $q_x$  و  $q_y$  به ترتیب چرخش راستای عمود بر صفحه میانی<sup>۳</sup> حول محورهای  $x$  و  $y$  بوده و  $u_o^*$ ,  $v_o^*$ ,  $q_x^*$ ,  $q_y^*$  ترم های مرتبه بالای سری تیلور می باشند.

مدل اول و دوم کانت

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + zq_x(x, y, t) + z^2u_o^*(x, y, t) + z^3q_x^*(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + zq_y(x, y, t) + z^2v_o^*(x, y, t) + z^3q_y^*(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) + C_1 zq_z(x, y, t) + z^2w_o^*(x, y, t) + z^3q_z^*(x, y, t) \end{aligned} \quad (1-1)$$

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + zq_x(x, y) + z^2u_o^*(x, y) + z^3q_x^*(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + zq_y(x, y) + z^2v_o^*(x, y) + z^3q_y^*(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1-2)$$

<sup>۳</sup> Rotation of Transverse Normal

میونیر و شنوی (Meunier & Shenoi) [۴] با بهره گیری از تئوری بهبود یافته ردی<sup>۴</sup>، با فرض توزیع سهموی کرنش های صفحه ای و لحاظ خواص خمشی و برشی روبه ها و هسته، تاثیر میرایی بر پاسخ دینامیکی سازه ساندویچی را مورد بررسی قرار دادند. در این روابط  $Y_x$  و  $Y_y$  به ترتیب چرخش عمود عرضی حول محورهای  $x$  و  $y$  می باشند.

$$\begin{aligned}
 u_1 &= u + z \left[ y_x - \frac{4}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \left( y_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \\
 u_2 &= v + z \left[ y_y - \frac{4}{3} \left( \frac{z}{h} \right)^2 \left( y_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] \\
 u_3 &= w
 \end{aligned} \tag{۱-۳}$$

پای و پالازوتو (Pai & Palazotto) [۵] با توجه به مزیت تئوری لایه گون در تعیین تنش های میان لایه ای نسبت به تئوری های دیگر، یک تئوری لایه گون بهبود یافته را برای صفحه ساندویچی، در حال برخورد به بستر الاستیک، ارائه نمودند. در این تئوری با تقسیم هر لایه به زیر لایه های مجزا پیوستگی تنش های عمودی و میان لایه ای ارضا شده، علاوه بر این توزیع غیر یکنواخت تنش های برشی در هر لایه لحاظ گردیده است. در این روابط  $g_4$  و  $g_5$  چرخش راستای عمود بر صفحه میانی حول محورهای  $x$  و  $y$ ، همچنین  $a_1, b_1, a_2, b_2$  جابجایی ناشی از برش در راستای  $x$  و  $y$  و نیز  $a_3, b_3$  جابجایی های منتج از تغییرات ضخامت سازه می باشند.

$$\begin{aligned}
 u_1^{(m,i)} &= u - w_x z + g_5^{(m)} z + a_1^{(m,i)} z^2 + b_1^{(m,i)} z^3 \\
 u_2^{(m,i)} &= v - w_y z + g_4^{(m)} z + a_2^{(m,i)} z^2 + b_2^{(m,i)} z^3 \\
 u_3^{(m,i)} &= w + a_3^{(m,i)} z + b_3^{(m,i)} z^2
 \end{aligned} \tag{۱-۴}$$

داو و یوان (Dawe & Yuan) [۶] از روش نوار محدود برای تحلیل کمانش یک صفحه ساندویچی مستطیلی شکل استفاده نمودند. در تئوری ارائه شده هسته به صورت سه بعدی مدل شده است، به عبارت دیگر جابجایی های در هر سه جهت وجود داشته، همچنین سفتی های برشی نیز لحاظ شده اند. تغییرات جابجایی های صفحه ای و برون صفحه ای هسته به ترتیب به شکل

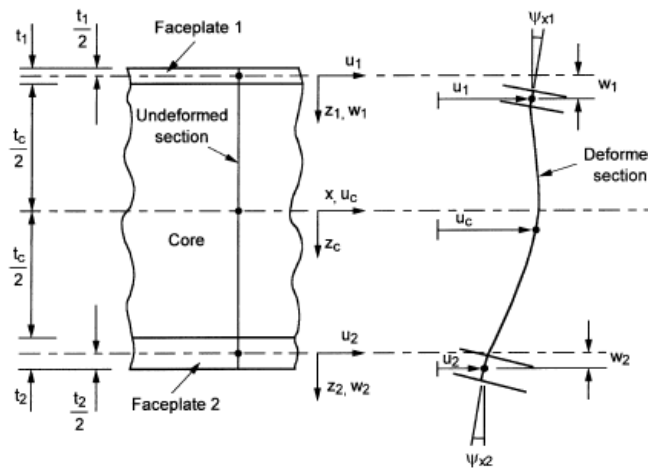
<sup>۴</sup> Reddy

درجه دوم و خطی در نظر گرفته شده است. همچنین در مدلسازی روبه‌ها از تئوری کلاسیک و تئوری برشی مرتبه اول استفاده شده است شکل (۱-۲). میدان جابجایی پیشنهادی داو و یوان برای هسته به صورت زیر می باشد:

$$\bar{u}_c = u_c + \frac{u_2 - u_1}{t_c} z_c - \frac{z_c}{2t_c} (t_1 Y_{x1} - t_2 Y_{x2}) + \frac{z_c^2}{t_c^2} (2u_1 + 2u_2 - 4u_c + t_1 Y_{x1} - t_2 Y_{x2})$$

$$\bar{v}_c = v_c + \frac{v_2 - v_1}{t_c} z_c - \frac{z_c}{2t_c} (t_1 Y_{y1} - t_2 Y_{y2}) + \frac{z_c^2}{t_c^2} (2v_1 + 2v_2 - 4v_c + t_1 Y_{y1} - t_2 Y_{y2}) \quad (1-5)$$

$$\bar{w}_c = \frac{w_1 + w_2}{2} + \frac{z_c}{t_c} (w_2 - w_1)$$



شکل (۱-۲) جابجایی‌های ایجاد شده در صفحه ساندویچی [۶]

بارت و همکاران (Barut et al.) [۷] یک تئوری تک لایه معادل مرتبه بالا برای تحلیل صفحه ساندویچی ضخیم تحت بارگذاری گسترده موضعی ارائه نمودند. در این مدل توزیع جابجایی‌های صفحه‌ای از درجه سوم و توزیع جابجایی‌های برون صفحه‌ای از درجه دوم فرض گردیده است. نایاک و همکاران (Nayak et al) [۸] روشی جدید بر مبنای تئوری مرتبه بالا و روش اجزا محدود را برای محاسبه فرکانس‌های طبیعی صفحات چند لایه کامپوزیتی و نیز صفحات ساندویچی ارائه کردند. آنها اثرات پارامترهای مختلفی از هندسه و خواص مواد را بر روی فرکانس‌های طبیعی سازه مورد مطالعه قرار دادند.

اندرسن (Anderson) [۹] یک حل تحلیلی الاستیسیته سه بعدی به منظور تعیین مولفه های جابجایی و تنش صفحه ساندویچی با هسته FGM تحت بارگذاری تماسی ارائه داد. در این مدل پیوستگی مولفه های جابجایی و تنش در حد فاصل لایه ها ارضا شده، از روش تکرار<sup>۵</sup> برای تعیین منطقه تماس و توزیع فشار مربوطه استفاده شده است.

سوانسن (Swanson) [۱۰] در سال ۲۰۰۴ با ارائه حل الاستیسیته دو بعدی خطی مساله بارگذاری تماسی تیر ساندویچی را مورد بررسی قرار داد. با توجه به نامعین بودن توزیع فشار در مراحل اولیه تحلیل مساله تماس، از روشی غیر مستقیم بهره گرفته شده و در هر مرحله خطای موجود در مقدار فرضی و مقدار بدست آمده اصلاح گردیده است.

سوامناتان و راگونادین (Ragounadin & Swaminathan) [۱۱] در مدل ارائه شده در مقاله خود اثرات تغییر شکل های برشی و عمودی عرضی را در نظر گرفته و با فرض تغییرات غیر خطی جابجایی های صفحه ای از اعمال ضریب تصحیح برشی صرف نظر نموده اند. با توجه به این که حل الاستیسیته توزیع تنش برشی عرضی در راستای ضخامت صفحه را سهموی پیش بینی می نماید، لذا میدان جابجایی های درون صفحه ای از درجه سوم فرض گردیده است. علاوه بر این تغییرات مولفه عرضی جابجایی در راستای ضخامت صفحه ثابت فرض شده است.

نایاک و همکاران (Nayak et al.) [۱۲] در سال ۲۰۰۴ پاسخ گذرای صفحه ساندویچی کامپوزیتی را بوسیله روش اجزا محدود و بر مبنای تئوری مرتبه سوم بهبود یافته مورد بررسی قرار دادند. در این روش فرض تغییرات سهموی تنش های برشی عرضی منجر به عدم نیاز به استفاده از ضریب تصحیح برشی گردیده است. همچنین مدل ارائه شده قابل کاربرد در صفحات نازک و ضخیم می باشد.

همچنین نایاک و همکاران (Nayak et al.) [۱۳] در سال ۲۰۰۶ پاسخ گذرای صفحه ساندویچی تحت تنش اولیه را با استفاده از روش اجزا محدود و بر مبنای تئوری مرتبه بالای بهبود

---

<sup>۵</sup> Iteration