



پایان نامه ی کارشناسی ارشد در رشته ی فیزیک – اپتیک و لیزر

مقیاس بندی اندازه محدود در سیستم های بحرانیت خودسازمانده

به وسیله ی

فاطمه محمدپور

استاد راهنما

دکتر افشین منتخب

شهریورماه ۱۳۸۸

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

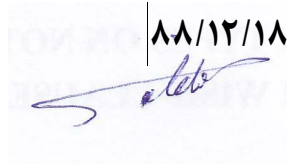
به نام خدا

اظهار نامه

اینجانب فاطمه محمدپور دانشجوی رشته ی فیزیک گرایش فیزیک دانشکده ی علوم اظهار می کنم که این پایان نامه حاصل پژوهش خودم بوده و در جاهایی که از منابع دیگران استفاده کرده ام، نشانی دقیق و مشخصات کامل آن را نوشته ام. همچنین اظهار می کنم که تحقیق و موضوع پایان نامه ام تکراری نیست و تعهد می نمایم که بدون مجوز دانشگاه دستاوردهای آن را منتشر ننموده و یا در اختیار غیر قرار ندهم. کلیه حقوق این اثر مطابق با آیین نامه مالکیت فکری و معنوی متعلق به دانشگاه شیراز است.

نام و نام خانوادگی: فاطمه محمدپور

تاریخ و امضاء: ۸۸/۱۲/۱۸



به نام خدا

رفتار مقیاسی در سیستم های بحرانیّت خودسازمانده

به کوشش
فاطمه محمدپور

پایان نامه
ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه شیراز به عنوان بخشی
از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته ی:
فیزیک

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی کمیته ی پایان نامه، با درجه ی: عالی
دکتر افشین منتخب، استادیار بخش فیزیک (رئیس کمیته)
دکتر محمود براتی خواجوی، استاد بخش فیزیک
دکتر محمود مرادی، استاد بخش فیزیک
دکتر سعید دعوت الحق، استادیار بخش فیزیک

شهریور ماه ۱۳۸۸

تقدیم به:

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایشار و از خودگذشتگی

و به پاس محبت‌های بی‌دریغشان که هرگز فروکش نمی‌کند،

این مجموعه را به پدر و مادر عزیز و همسر مهربانم تقدیم می‌کنم.

سپاسگزاری

سپاس و ستایش خدای را که نامهایش پاک، نعمتهایش سرشار و احسانش وافر است . اکنون که انجام این رساله به یاری خداوند منان به پایان رسیده است بر خود واجب می دانم که از راهنمایی های سودمندانه و زحمات بی دریغ استاد گرانقدر، جناب آقای دکتر افشین منتخب که در راستای انجام این رساله در تمامی مراحل راهگشای اینجانب بوده اند، کمال تشکر و سپاس را داشته باشم. همچنین از زحمات اساتید ارجمند آقایان دکتر محمود مرادی، دکتر محمود براتی، دکتر سعید دعوت الحق صمیمانه قدردانی می کنم.

چکیده

رفتار مقیاسی در سیستم های بحرانی خودسازمانده

به کوشش:

فاطمه محمدپور

در این رساله ، مفهوم بحرانییت خودسازمانده به عنوان چارچوبی ممکن برای بررسی و درک پدیده های غیرتعدالی، ارائه خواهد شد. از این رو، ابتدا سخن خود را با بحثی در مورد مفهوم واژه ی بحرانییت خودسازمانده آغاز نموده ، سپس ویژگی های کلی چنین رفتاری و همچنین نمونه هایی از سیستم های فیزیکی نشان دهنده این رفتار را مورد بررسی قرار خواهیم داد. در ادامه، رفتار مدل های کامپیوتری ساده شده این پدیده را بررسی می نماییم. همچنین مقیاس بندی اندازه محدود را در مدل BTW ، مدل آبلی قطعی ژانگ، مدل تصادفی مانا و مدل تصادفی ژانگ مطالعه می کنیم. در ابتدا، بهمن ها را بر اساس خاصیت موجی آن ها به دو دسته آلفا و بتا تقسیم کرده و نشان می دهیم که رفتار مقیاسی متفاوت این دو نوع بهمن در مدل BTW و مدل آبلی ژانگ منجر به ناسازگاری رفتار مقیاسی در بهمن کلی می شود. در مدل های تصادفی، وابسته نبودن امواج به همدیگر باعث می شود که این دو نوع بهمن رفتار مقیاسی مشابهی داشته و بنابراین مقیاس بندی اندازه محدود حفظ شود. اگرچه در این مدل ها توابع توزیع احتمال رفتار توانی ساده ای نداشته و به یک تصحیح لگاریتمی نیاز دارند. در پایان، با بررسی رفتارهای مدل ژانگ کلی ملاحظه می شود که ساختار ریز بهمن ها نقش مهمی در رفتار مقیاسی چنین مدل هایی دارد.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل اول : مقدمه
۱	مقدمه
	فصل دوم: خصوصیات کلی مدل های تپه شنی
۶	۱-۲ مقدمه
۶	۲-۲ سلیولر اتومیتا
۷	۳-۲ مدل های تپه شنی قطعی و تصادفی
۸	۴-۲ مدل های تپه شنی آبلی
۹	۵-۲ توابع پاسخ و رویدادهای واهلش مختلف
۱۳	۶-۲ انواع بهمن ها
	فصل سوم : مقیاس بندی اندازه محدود
۱۵	۱-۳ مقدمه
۱۶	۲-۳ خواص مقیاسی حالت بحرانی
۱۸	۳-۳ نقض مقیاس بندی اندازه محدود در مدل تپه شنی <i>BTW</i>
۱۹	۱-۳-۳ ساختار ریز یک بهمن
۲۱	۲-۳-۳ پدیده دورفتاری در بهمن ها
۲۵	۳-۳-۳ مقیاس بندی توابع توزیع احتمال شرطی و انواع مختلف بهمن ها
	فصل چهارم : مدل تپه شنی آبلی ژانگ
۲۷	۱-۴ مقدمه
۲۷	۲-۴ تعریف مدل
۲۹	۳-۴ ساختار مدل آبلی ژانگ

۲۹	۱-۳-۴ خوشه ها در مدل آبلای ژانگ
۲۹	۲-۳-۴ ساختار ریز بهمن در مدل آبلای ژانگ
۳۳	۴-۴ پدیده دورفتاری در بهمن ها
۳۶	۵-۴ مقیاس بندی تابع توزیع احتمال و انواع مختلف بهمن ها
۴۰	۶-۴ توابع توزیع احتمال مساحت و اندازه
۴۲	۷-۴ میانگین تعداد امواج در هر مساحت
۴۶	۸-۴ نتیجه گیری

فصل پنجم : مدل های تپه شنی تصادفی

۴۷	۱-۵ مقدمه
۴۷	۲-۵ تعریف مدل
۴۸	۳-۵ ساختار مدل تصادفی مانا
۴۹	۱-۳-۵ خوشه ها در مدل تصادفی مانا
۴۹	۲-۳-۵ ساختار ریز بهمن در مدل تصادفی مانا
۵۱	۴-۵ مقدار چشمداشتی شرطی در مدل تصادفی مانا
۵۴	۵-۵ مقیاس بندی تابع توزیع احتمال و انواع مختلف بهمن ها
۵۶	۶-۵ میانگین تعداد امواج در هر مساحت
۵۹	۷-۵ مقیاس بندی اندازه محدود و توان های بحرانی در مدل تصادفی مانا
۶۶	۸-۵ تصحیح لگاریتمی در توابع توزیع بهمن ها در مدل تصادفی مانا
۷۳	۹-۵ مدل آبلای تصادفی ژانگ
۷۳	۱-۹-۵ تعریف مدل
۷۴	۲-۹-۵ ساختار مدل تصادفی انگ
۷۴	۱-۲-۹-۵ خوشه ها در مدل تصادفی ژانگ
۷۵	۲-۲-۹-۵ ساختار ریز بهمن در مدل تصادفی ژانگ
۷۶	۱۰-۵ مقیاس بندی تابع توزیع احتمال و انواع مختلف بهمن ها در مدل تصادفی ژانگ
۷۸	۱۱-۵ نتیجه گیری

فصل ششم : مدل ژانگ کلی

۷۹	۱-۶ مقدمه
----	-----------

۷۹	۲-۶ تعریف مدل.....
۸۰	۳-۶ تغییرات ساختاری مدل ژانگ متناسب با p
۸۴	۴-۶ مقدار چشمداشتی شرطی.....
۸۶	۵-۶ تابع توزیع مساحت بهمن.....
۸۷	۶-۶ نتیجه گیری.....

فصل هفتم : نتایج

۸۸	نتایج.....
----	------------

۹۰	فهرست منابع و مآخذ.....
----	-------------------------

فهرست جداول

صفحه	عنوان
۶۳	جدول ۱: توان های بحرانی مربوط به مساحت بهمن ها.....
۶۶	جدول ۲: توان های بحرانی مربوط به اندازه بهمن ها.....
	جدول ۳: توان های بحرانی مربوط به مساحت بهمن ها با در نظر گرفتن
۷۰	تصحیح لگاریتمی.....
	جدول ۴: : توان های بحرانی مربوط به اندازه بهمن ها با در نظر گرفتن
۷۳	تصحیح لگاریتمی.....

فهرست اشکال

عنوان	صفحه
شکل ۱: ساختار فرکتالی ابرها.....	۲
شکل ۲: ساختار خودمتمشابه و فرکتالی رشته های کوه.....	۲
شکل ۳: بهمن ها در مساحت های مختلف.....	۱۰
شکل ۴: تصویر یک بهمن پیچیده در مدل <i>BTW</i>	۱۱
شکل ۵: تصویر یک بهمن ساده در مدل <i>BTW</i>	۱۲
شکل ۶: تصویر یک بهمن نوع آلفا در مدل <i>BTW</i>	۱۴
شکل ۷: تصویر یک بهمن نوع بتا در مدل <i>BTW</i>	۱۴
شکل ۸: ساختار ریز یک بهمن ساده در مدل <i>BTW</i>	۲۰
شکل ۹: ساختار ریز یک بهمن پیچیده در مدل <i>BTW</i>	۲۰
شکل ۱۰: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده برای بهمن ها و امواج در مدل <i>BTW</i>	۲۳
شکل ۱۱: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای اندازه داده شده برای بهمن ها و امواج در مدل <i>BTW</i>	۲۴
شکل ۱۲: خوشه های تشکیل دهنده یک بهمن در مدل آبلای ژانگ.....	۲۹
شکل ۱۳: ساختار ریز یک بهمن ساده در مدل آبلای ژانگ.....	۳۰
شکل ۱۴: ساختار ریز یک بهمن پیچیده در مدل آبلای ژانگ.....	۳۱
شکل ۱۵: تصویر یک بهمن نوع آلفا در مدل آبلای ژانگ.....	۳۲
شکل ۱۶: تصویر یک بهمن نوع بتا در مدل آبلای ژانگ.....	۳۲
شکل ۱۷: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده برای بهمن ها و امواج در مدل آبلای ژانگ.....	۳۳
شکل ۱۸: تابع توزیع احتمال شرطی در آنسامبلی از بهمن ها.....	۳۴
شکل ۱۹: تابع توزیع احتمال شرطی در بهمن های نوع آلفا وبتا.....	۳۵
شکل ۲۰: تابع توزیع احتمال شرطی در آنسامبلی از امواج.....	۳۶

- شکل ۲۱: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در بهمن های نوع آلفا..... ۳۷
- شکل ۲۲: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در امواج..... ۳۸
- شکل ۲۳: رفتار مقیاس بندی مقدار چشمداشتی شرطی $E_{\beta}(y|x) + x/2$ ۳۹
- شکل ۲۴: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در بهمن های نوع بتا..... ۳۹
- شکل ۲۵: تابع توزیع احتمال مساحت بهمن های نوع آلفا و بتا..... ۴۰
- شکل ۲۶: تابع توزیع احتمال اندازه بهمن های نوع آلفا و بتا..... ۴۱
- شکل ۲۷: تابع توزیع احتمال مساحت بهمن های اتلافی و غیر اتلافی..... ۴۱
- شکل ۲۸: تابع توزیع احتمال اندازه بهمن های اتلافی و غیر اتلافی..... ۴۲
- شکل ۲۹: میانگین تعداد امواج در هر مساحت برای بهمن های آلفا و بتا..... ۴۳
- شکل ۳۰: میانگین تعداد امواج در هر مساحت برای بهمن های اتلافی و غیر اتلافی..... ۴۵
- شکل ۳۱: خوشه های تشکیل دهنده یک بهمن در مدل تصادفی مانا..... ۴۹
- شکل ۳۲: ساختار ریز یک بهمن در مدل تصادفی مانا..... ۴۹
- شکل ۳۳: تصویر بهمن نوع آلفا در مدل تصادفی مانا..... ۵۰
- شکل ۳۴: تصویر بهمن نوع بتا در مدل تصادفی مانا..... ۵۱
- شکل ۳۵: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده برای بهمن ها و امواج
در مدل تصادفی مانا..... ۵۲
- شکل ۳۶: تابع توزیع احتمال شرطی در آنسامبلی از بهمن ها..... ۵۳
- شکل ۳۷: تابع توزیع احتمال شرطی در آنسامبلی از امواج..... ۵۴
- شکل ۳۸: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در بهمن های نوع آلفا..... ۵۵
- شکل ۳۹: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در بهمن های نوع بتا..... ۵۶
- شکل ۴۰: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در امواج..... ۵۷
- شکل ۴۱: میانگین تعداد امواج در هر مساحت برای بهمن های آلفا و بتا..... ۵۸
- شکل ۴۲: میانگین تعداد امواج در هر مساحت برای بهمن های اتلافی و غیر اتلافی..... ۶۰
- شکل ۴۳: تابع توزیع احتمال اندازه بهمن های نوع آلفا و بتا..... ۶۰
- شکل ۴۴: مقیاس بندی اندازه محدود برای مساحت بهمن کلی..... ۶۱
- شکل ۴۵: مقیاس بندی اندازه محدود برای مساحت بهمن های اتلافی..... ۶۱
- شکل ۴۶: مقیاس بندی اندازه محدود برای مساحت بهمن های غیراتلافی..... ۶۱
- شکل ۴۷: مقیاس بندی اندازه محدود برای مساحت بهمن های آلفا..... ۶۱
- شکل ۴۸: مقیاس بندی اندازه محدود برای مساحت بهمن های بتا..... ۶۲
- شکل ۴۹: مقیاس بندی اندازه محدود برای اندازه بهمن های کلی..... ۶۲

- شکل ۵۰: مقیاس بندی اندازه محدود برای اندازه بهمن های اتلافی..... ۶۳
- شکل ۵۱: مقیاس بندی اندازه محدود برای اندازه بهمن های غیراتلافی..... ۶۴
- شکل ۵۲: مقیاس بندی اندازه محدود برای اندازه بهمن های آلفا..... ۶۴
- شکل ۵۳: مقیاس بندی اندازه محدود برای اندازه بهمن های بتا..... ۶۵
- شکل ۵۵: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال مساحت بهمن های غیراتلافی بدون در نظر گرفتن تصحیح لگاریتمی..... ۶۵
- شکل ۵۶: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال مساحت بهمن های غیراتلافی با در نظر گرفتن تصحیح لگاریتمی..... ۶۷
- شکل ۵۷: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال مساحت بهمن های اتلافی با تصحیح لگاریتمی..... ۶۸
- شکل ۵۸: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال مساحت بهمن های آلفا با تصحیح لگاریتمی..... ۶۸
- شکل ۵۹: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال مساحت بهمن های بتا با تصحیح لگاریتمی..... ۶۹
- شکل ۶۰: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال مساحت بهمن های کلی با تصحیح لگاریتمی..... ۶۹
- شکل ۶۱: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال اندازه بهمن های اتلافی با تصحیح لگاریتمی..... ۷۱
- شکل ۶۲: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال اندازه بهمن های غیراتلافی با تصحیح لگاریتمی..... ۷۲
- شکل ۶۳: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال اندازه بهمن های آلفا با تصحیح لگاریتمی..... ۷۲
- شکل ۶۴: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال اندازه بهمن های بتا با تصحیح لگاریتمی..... ۷۲
- شکل ۶۵: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال اندازه بهمن های کلی با تصحیح لگاریتمی..... ۷۳
- شکل ۶۶: خوشه های تشکیل دهنده یک بهمن در مدل تصادفی ژانگ..... ۷۴
- شکل ۶۷: ساختار ریز بهمن در مدل تصادفی ژانگ..... ۷۵
- شکل ۶۸: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در بهمن های نوع آلفا..... ۷۶
- شکل ۶۹: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در بهمن های نوع بتا..... ۷۷
- شکل ۷۰: روی هم افتادگی توابع توزیع احتمال در امواج..... ۷۷
- شکل ۷۱: خوشه های تشکیل دهنده بهمن و ساختار ریز آن برای $p = 1$ و $\delta E = 0,25$ ۸۱

- شکل ۷۲: خوشه های تشکیل دهنده بهمین و ساختار ریز آن برای $p = 0,8$ و $\delta E = 0,2$ ۸۱
- شکل ۷۳: خوشه های تشکیل دهنده بهمین و ساختار ریز آن برای $p = 0,04$ و $\delta E = 0,01$... ۸۲
- شکل ۷۴: خوشه های تشکیل دهنده بهمین و ساختار ریز آن
- برای $p = 0,004$ و $\delta E = 0,001$ ۸۳
- شکل ۷۵: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده با برای $p = 1$
- و $\delta E = 0,25$ ۸۴
- شکل ۷۶: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده با برای $p = 0,8$
- و $\delta E = 0,2$ ۸۴
- شکل ۷۷: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده با برای $p = 0,04$
- و $\delta E = 0,01$ ۸۵
- شکل ۷۸: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده با برای $p = 0,004$
- و $\delta E = 0,001$ ۸۵
- شکل ۷۹: مقدار چشمداشتی شرطی به ازای مساحت داده شده با برای $p = 1$
- و $\delta E = [0-0,25]$ ۸۶
- شکل ۸۰: نحوه تغییرات تابع توزیع احتمال مساحت بهمین ها با تغییرات p ۸۷

فصل اول

مقدمه

۱-مقدمه

گذار فاز^۱ یک مفهوم کلیدی در تئوری سیستم های پیچیده^۲ است. درست در نقطه انتقال بین دو فاز مختلف، سیستم ها رفتارهای خاصی دارند. در این حالت سیستم بحرانی^۳ نامیده می شود. بحرانیت معمولا با تنظیم یک پارامتر خارجی، مانند دما در بسیاری از انتقال فازهای فیزیکی، بدست می آید [۱].

از مشخصه های اصلی حالت بحرانی، ناوردایی مقیاس^۴ می باشد. در این حالت کمیت های قابل اندازه گیری مانند توابع همبستگی بصورت یک تابع توانی نزول می کنند. این توابع هیچ مقیاسی نداشته و بصورت خودمتمشابه می باشند.

$$S(r) = c_0 \left(\frac{r_0}{r}\right)^\delta \equiv c_1 \left(\frac{r_1}{r}\right)^\delta, \quad c_0 r_0^\delta = c_1 r_1^\delta \quad (1-1)$$

δ توان بحرانی^۵ و r_0 و r_1 فواصل دلخواه می باشند.

این ساختارهای خودمتمشابه و از نظر فضایی بدون مقیاس را فرکتال^۶ گویند. ساختارهای فرکتالی در سیستم های فیزیکی گوناگونی به چشم می خورند. درختان، دانه های برف، گل کلم، ابرها،

رشته های کوه [۲] و توزیع کهکشان ها [۳،۴] نمونه هایی از ساختارهای فرکتالی می باشند. ساختار فرکتال ها بطور گسترده ای مطالعه شده است [۴]. ما می دانیم که چطور فرکتال ها را با ابعاد فرکتالی گوناگون مشخص کنیم و مدل های موفقی وجود دارند که پدیده رشد فرکتالی را

¹ Phase transition
² Complex systems
³ Critical
⁴ Scale-invariance
⁵ Critical exponent
⁶ Fractal

توصیف می کنند [۴]. اما، علیرغم این بررسی ها، اطلاعات کمی در مورد چگونگی تشکیل فرکتال ها وجود دارد [۵].



شکل (۱) ساختار فرکتالی ابرها

شکل (۲) ساختار خود متشابه و فرکتالی رشته های کوه

زمین لرزه مثالی از یک سیستم فیزیکی است که خواص فرکتالی دارد. نقش شکاف ها یا نسبت انرژی فرکانس وقوع زلزله، وابسته به قانون گوتنبرگ-ریچتر^۱، یک توزیع توانی است [۶]. در واقع، وقوع زلزله نه بصورت دوره ای و نه بصورت تصادفی است. اگر E انرژی ای باشد که در طول یک زلزله آزاد می شود، احتمال یک زلزله با این اندازه از انرژی بصورت $P(E) \approx E^{-B}$ می باشد.

بطور مشابه، ما در بسیاری از سیستم ها رفتارهایی را که از نظر زمانی ناوردایی مقیاس دارند مشاهده می کنیم. چنین رفتارهایی به پارازیت $1/f$ ^۲ مشهور هستند. این پدیده در سیگنال های زمانی که از نور کوازارها تا جریان رود نیل تغییر می کند و در جریانی که از یک مقاومت عبور می کند مشاهده شده است [۳، ۷، ۸، ۹]. با وجود اینکه در واقعیت توان طیف بندرت ۱ است و از سیستمی به سیستم دیگر از ۰٫۶ تا ۱٫۶ تغییر می کند سیگنال $1/f$ نامیده می شود [۱۰، ۱۱].

حضور رفتار مقیاس ناوردایی فضازمانی^۳ در همه جای طبیعت نمی تواند تصادفی باشد. در سال ۱۹۸۷، باک، تنگ و ویزنفلد^۴ (BTW) در هنگام بررسی سیستم های دینامیکی اتلافی گسترده شونده فضایی که هم درجات آزادی فضایی و هم زمانی دارند پیشنهاد کردند که وقوع مکرر پارازیت $1/f$ و ساختارهای فرکتالی از مشخصه های کلی فضایی و زمانی یک حالت

1 Gutenberg-Richter law

2 1/f noise

3 Spatiotemporal scale invariant

4 Bak, Tang and Wiesenfeld

بحرانی دینامیکی در سیستم های دینامیکی ای است که با درجات آزادی فضایی بسیار زیاد بطور طبیعی رشد می کنند [۱۲]. برخلاف انتقال فاز در یک سیستم تعادلی [۱۳]، یک سیستم دینامیکی اتلافی گسترده شونده فضایی واداشته بدون تنظیم پارامترهای خارجی می تواند به حالت بحرانی دست یابد. این حالت بحرانی جاذب دینامیک بوده و خودسازمانده نامیده می شود. بنابراین، پدیده بحرانی خودسازمانده^۱ (*SOC*) ممکن است ارتباط خوبی بین وقوع پارازیت $1/f$ و ساختارهای فرکتالی فراهم کند. بعلاوه، بعلت شرایط کلی، تئوری *SOC* می تواند یک توضیح فیزیکی مناسب برای علت وقوع این دو پدیده در طبیعت آماده کند.

اغلب برای مدل بندی سیستم های گسترده که از تعداد زیادی ذره تشکیل شده اند^۲ و پدیده بحرانی خودسازمانده را نشان می دهند از یک تپه شنی استفاده می شود. به این ترتیب که در هر زمان یک دانه شن بر روی سیستم و در مکانی که بطور تصادفی انتخاب می شود ریخته شده و زمانی که تمام حرکت ها در سیستم متوقف شد دانه بعدی ریخته می شود. بعد از مدتی، با ادامه دادن این روند و افزودن دانه های شن جدید، بهمن های موضعی کوچکی تشکیل می شوند. این بهمن ها برای کم کردن شیب های موضعی در جاهایی که شیب بسیار تند شده است ایجاد می شوند. با مختل کردن سیستم، تپه های شنی کوچک به تپه های شنی بزرگتری تبدیل شده و ممکن است در پایان یک تپه شنی بسیار بزرگ داشته باشیم. شیب میانگین به یک حالت پایا رسیده و حتی با اضافه کردن دانه های شن هم تغییر نمی کند. در این زمان، تپه به یک حالت ساکن آماری دست می یابد و اضافه کردن دانه شن جدید، اگرچه ممکن است باعث ریزش تپه شود، اما در حالت میانگین به ازای یک دانه شن اضافه شده، یک دانه شن سیستم را ترک می کند. در حالت بحرانی ممکن است افزودن یک دانه شن جدید هیچ بهمنی تولید نکند و یا بهمنی با اندازه متوسط و حتی با اندازه خیلی بزرگ که تمام سیستم را تحت تاثیر خود قرار دهد ایجاد نماید.

برای آزمایش کردن پدیده بحرانی خود سازمانده، *BTW* یک سلولر اتومیتون^۳ پیشنهاد کردند که شامل مختصات فضایی و زمانی گسسته است [۱۴]. سلولر اتومیتا دسته ای از سیستم های دینامیکی هستند که بر روی یک شبکه صحیح تعریف می شوند و از قوانین ساده ریاضی پیروی می کنند. معمولا متغیر دینامیکی اصلی یک متغیر صحیح است. علیرغم سادگی نسبی قوانین ریاضی حاکم، سلولر اتومیتا می تواند طیف گسترده ای از رفتارهای بسیار پیچیده را تولید کند. مقادیر متغیرهای فیزیکی در هر مکان حالت سلولر اتومیتون را مشخص می کنند. تکامل مدل با قوانین دینامیکی حاکم بر متغیرهای فیزیکی تعیین می شود.

1 Self-organized criticality

2 Many-body

3 Cellular automaton

با شبیه سازی مدل های تپه شنی دیده می شود که سیستم خود را به یک حالت مانا¹ آماری هدایت می کند. در این حالت، توزیع خصوصیات مختلف بهمن مانند اندازه، مساحت و ... یک رفتار توانی را نشان می دهد که تنها به خاطر اندازه سیستم محدود می شود. این فعالیت ها در تمام مقیاس ها و تا حد اندازه سیستم اتفاق می افتد. سیستم خود را به سمت این حالت مانا که هیچ مقیاس طولی و یا زمانی ندارد و از این جهت بحرانی است هدایت می کند. هدف ما در این رساله مطالعه عددی تعدادی از مدل های تپه شنی می باشد. این ها مدل های

کامپیوتری ای هستند که بعنوان راهی برای مطالعه سیستمهای فیزیکی ای که با ساختاری پیچیده خود را به سمت یک حالت بحرانی سازماندهی می کنند طراحی شده اند. در واقع، مطالعه سیستم های *SOC* به مقدار زیادی بر روی شبیه سازی های کامپیوتری که مدل های سلولر اتومیتا را به کار می برند پایه گذاری شده است.

در واقع، دلیل اصلی این کار نبودن یک ساختار تئوری کلی برای مطالعه پدیده های خارج از تعادل غیر خطی است. دلیل جالب بودن چنین مدل هایی این است که پیچیدگی های مشاهده شده در رفتار آنها نتیجه ای از قوانین موضعی پیچیده نیست بلکه واکنش های موضعی پیوسته بین تمام بخش ها در یک سیستم گسترده با تعداد زیادی از درجات آزادی موثر عامل چنین رفتارهای پیچیده ای است.

ترتیب این رساله چنین است :

در فصل دوم، به بررسی خصوصیات کلی مدل های تپه شنی می پردازیم و روش مورد استفاده را توضیح می دهیم. همچنین سعی می کنیم خواننده را با مفاهیمی مانند بهمن، امواج، خوشه های ریزش و جنبه های جالب دیگر چنین مدل ها آشنا کنیم. در این فصل مدل های تپه شنی را در دو دسته قطعی و تصادفی قرار می دهیم که در فصل های بعدی هر کدام را جداگانه مطالعه می کنیم.

در فصل سوم، مقیاس بندی اندازه محدود را توضیح می دهیم و علل نقض آن را در مدل تپه شنی معروف *BTW* بیان می کنیم. در واقع، با تحلیل ساختار فضایی بهمن ها نشان می دهیم که به خاطر واکنش های غیرخطی بین مرزهای امواج متوالی و برحسب درجه پیچیدگی در ساختار فضایی می توانیم بهمن ها را در دو نوع مختلف دسته بندی کنیم که آن ها را بهمن های نوع α و β می نامیم. ما مشاهده می کنیم که در حالی که در بهمن های نوع α رفتار مقیاسی ساده ای داریم اما در بهمن های نوع β یک رفتار دوگانه دیده می شود که باعث می شود این نوع بهمن ها رفتار مقیاسی ساده ای نداشته باشند.

در فصل چهارم، مدل تپه شنی آبلای ژانگ را مطالعه می کنیم. مقیاس بندی اندازه محدود در

¹ Stable