بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه آمار

پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی آمار گرایش ریاضی

بهینه سازی نمونه‌گیری تطبیقی برای نمودارهای کنترل کیفیت T^2 - هتلینگ

استاد راهنما:

دکتر منوچهر خردمند نیا

پژوهشگر:

علیرضا جمالی سنگری

آبان ماه ۱۳۸۸

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتـایج مطالعـات، ابتکـارات و نـوآوری هـای ناشـی از تحقیـق موضوع این پایان نامـه متعلـق بـه دانشـگاه اصفهان است.

دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه آمار

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی آمارگرایش آمار ریاضی

آقای علیرضا جمالی سنگری

تحت عنوان

بهینه سازی نمونه گیری تطبیقی برای نمودارهای کنترل کیفیت T^2 – هتلینگ

در تاریخ ۸۸/۸/۲۷ توسط هیأت داوران زیر بررسی با درجه **بسیار خوب** به تصویب نهایی رسید.

۱- استاد راهنمای پایان‌نامه دکتر منوچهر خردمند نیا با مرتبه‌ی علمی استادیار امضاء

۲- استاد داور داخل گروه پایان‌نامه دکتر هوشنگ طالبی با مرتبه‌ی علمی استادیار امضاء

۳- استاد داور خارج از گروه دکتر حمید قربانی با مرتبه‌ی علمی استادیار امضاء

امضای مدیر گروه

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

چکیده

نمودار کنترل T^2_هتلینگ یکی از مشهورترین نمودارهای کنترل کیفیت آماری چند متغیره است. این نمودار و به طور کلی نمودارهای کنترل نوع شوهارت دارای این نقطه ضعف مهم هستند که تشخیص وضعیت فرآیند تولید فقط بر اساس بررسی آخرین نمونه استوار است و اطلاعاتی که در نمونه‌های قبلی وجود دارند، مورد استفاده قرار نمی‌گیرند. نتیجه این است که نمودارهای کنترل نوع شوهارت و از جمله نمودار کنترل T^2_هتلینگ در شناسایی تغییرات کوچک و حتی متوسط ضعیف هستند.

در متون کنترل کیفیت آماری برای مرتفع نمودن این نقطه ضعف، نمودارهای کنترل دیگری معرفی شده است که مهمترین آنها نمودارهای مبتنی بر ایده‌ی میانگین موزون متحرک نمایی ($EWMA$)، نمودارهای مبتنی بر ایده‌ی مجموع تجمعی ($CUSUM$) و نمودارهای مبتنی بر ایده‌ی پارامترهای متغیر (VP) می‌باشند.

در پایان نامه‌ی حاضر ضمن معرفی جدیدترین کارهای انجام شده در زمینه‌ی نمودار کنترل با پارامترهای متغیر، به شرح آنها پرداخته و برای حالت T^2_هتلینگ برنامه‌های $MATLAB$ در جهت تعیین پارامترهای بهینه ارائه می‌شوند. این نوع نمودارهای کنترل را بعضاً نمودارهای کنترل تطبیقی می‌نامند، زیرا حجم نمونه، فاصله‌ی زمانی بین نمونه‌گیری‌ها، حدود هشدار و عمل بر اساس نمونه‌ی قبلی تعیین می‌شود.

اصل کلی حاکم بر روش تغییر پارامترها این است :

اگر محل نمونه‌ی جاری به حد(یا حدود) کنترل نزدیک شد، نمونه‌ی بعدی را سریعتر و یا با اندازه‌ی نمونه‌ی بزرگتر بگیرید و یا حدود کنترل را باریکتر کنید.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم‌های ژنتیک، روش پارامترهای متغیر، فرآیند تولید، روش طول دنباله، نمودار کنترل T^2_هتلینگ.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول مقدمه و مفاهیم اولیه

۱-۱ مقدمه ۱

۱-۲ موضوع و هدف تحقیق ۲

۱-۳ اهمیت و کاربرد موضوع ۲

۱-۴ زمینه و تاریخچه موضوع تحقیق ۴

۱-۵ مفاهیم و روش‌های اساسی در کنترل کیفیت آماری چند متغیره ۶

۱-۶ خواص پایه‌ای بردارها و ماتریس‌های تصادفی ۶

۱-۷ توزیع نرمال چند متغیره ۸

۱-۸ توزیع ویشارت ۸

۱-۹ توزیع T^2_هتلیتگ و رابطه آن با F ۹

۱-۱۰ نظریه‌های نمودار کنترل T^2 هتلینگ ۱۰

۱-۱۰-۱ مشاهدات تکی ۱۰

۱-۱۰-۲ مشاهدات گروهی ۱۲

۱-۱۰-۳ الگوریتم کلی برای اجرای روش نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۱۵

۱-۱۰-۴ ترسیم نمودار کنترل T^2_هتلینگ در حالتی که حجم نمونه بزرگتر از۱ باشد ۱۷

۱-۱۱ معیارهای سنجش کارایی یک روش کنترل کیفیت آماری ۱۸

۱-۱۱-۱ متوسط طول دنباله(ARL) ۱۹

۱-۱۱-۲ متوسط زمان تا اخطار(ATS) ۱۹

۱-۱۱-۳ محاسبه‌ی ARL و ATS ۲۰

۱-۱۱-۴ متوسط زمان تا اخطار تعدیل شده($AATS$) ۲۱

عنوان **صفحه**

فصل دوم نمودار خاص $\bar{X}$ با حجم نمونه و فاصله‌ی نمونه‌گیری گیری متغیر

۲-۱ مقدمه ۲۳
۲-۲ ماهیت وتاریخچه ۲۴
۲-۳ نمودار $\bar{X}$ استاندارد ۲۷
۲-۴ نمودار $\bar{X}$ خاص با حجم و فاصله نمونه‌گیری متغیر ۲۸
۲-۴-۱ مثال ۳۰
۲-۵ عملکرد آماری نمودار $SVSSIX\bar{}$ ۳۱
۲-۶ مقایسه نمودارهای کنترل ۳۲
۲-۷ مثال(مهادیک و شیرک (۲۰۰۹)) ۳۷
۲-۸ نتیجه‌گیری ۳۸

فصل سوم روش گردش برای بهبود کارایی نمودارهای کنترل نوع T^2

۳-۱ مقدمه ۳۹
۳-۲ ماهیت وتاریخچه روش گردش ۳۹
۳-۳ طراحی نمودار خی دو گردشی ۴۳
۳-۳-۱ مثال(کوتراس وهمکاران(۲۰۰۶)) ۴۶
۳-۴ برنامه $MATLAB$ برای مقایسه نمودار کنترل $CSCC$ و $k|k\ CSCC$ ۴۷
۳-۴-۱ مثال شبیه سازی (۱) ۴۸
۳-۴-۲ مثال شبیه سازی (۲) ۵۳
۳-۵ روش گردش برای بهبود کارایی نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۵۷
۳-۶ مطالعه‌ی شبیه سازی برای مقایسه‌ی نمودار کنترل $k|kT^2CC$ با نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۵۸
۳-۷ مباحث تکمیلی ۶۲
۳-۷-۱ چگونگی محاسبه‌ی p_k و اثبات یکتایی آن ۶۲

عنوان **صفحه**

فصل چهارم بهبود کارایی نمودار T^2_هتلینگ با استفاده از روش پارامترهای متغیر

۴-۱ مقدمه ۶۷

۴-۲ تاریخچه و ماهیت روش پارامترهای متغیر..... ۶۸

۴-۳ نمودار کنترل T^2–هتلینگ با پارامترهای متغیر..... ۶۹

۴-۳-۱ اصول روش پارامترهای متغیر ۶۹

۴-۳-۲ مثال برای اصول روش پارامترهای متغیر(چن(۲۰۰۷)) ۷۲

۴-۴ محاسبه ATS_{out} و ATS_{out} فرآیند کنترل VPT^2 ..... ۷۵

۴-۴-۱ محاسبه‌ی متوسط زمان تا اخطار در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است.....۷۵

۴-۴-۲ محاسبه‌ی متوسط زمان تا اخطاردر شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است.....۷۹

۴-۵ برنامه‌یMATLAB برای مقایسه‌ی نمودارکنترل T^2استاندارد($FSRT^2$) و نمودار کنترل VPT^2 ..... ۸۰

۴-۵-۱ مثال شبیه سازی(۱) برای مقایسه‌ی نمودار کنترل T^2_هتلینگ استاندارد و نمودار کنترل VPT^2 ..... ۸۰

۴-۵-۲ مثال شبیه سازی(۲) برای مقایسه‌ی نمودار کنترل T^2_هتلینگ استاندارد و نمودار کنترل VPT^2..... ۸۸

۴-۶ طراحی آماری نمودار کنترل VPT^2 ..... ۹۲

۴-۶-۱ همانند سازی شرایط دو فرآیند کنترل مورد مقایسه.....۹۲

۴-۶-۲ مینیمم کردن متوسط زمان تا اخطاربا استفاده از روش الگوریتم‌های ژنتیک..... ۹۳

۴-۶-۳ الگوریتم‌های ژنتیک چیست؟..... ۹۵

۴-۶-۴ یافتن پارامترهای Δ' به وسیله الگوریتم‌های ژنتیک..... ۹۶

۴-۶-۵ روش کار با الگوریتم ژنتیک به کار گرفته شده در این تحقیق..... ۹۹

۴-۷ نقش روش پارامترهای متغیر در بهبود کارایی نمودار کنترل T^2_هتلینگ..... ۱۰۳

۴-۷-۱ مطالعه شبیه سازی: مقایسه ATS_{out} نمودار کنترل T^2_هتلینگ و نمودار کنترل VPT^2 .....۱۰۳

عنوان **صفحه**

۴-۷-۲ مطالعه شبیه سازی: مقایسه ATS_{in} نمودار کنترل T^2_هتلینگ و نمودار کنترل VPT^2 ..... ۱۰۵
۴-۸ مقایسه بین روش پارامترهای متغیر و روش گردش ۱۰۸
۴-۹ مباحث تکمیلی ۱۱۰
۴-۹-۱ طریقه‌ی محاسبه‌ی اندازه‌ی احتمال p_0 ..... ۱۱۰
۴-۹-۲ محاسبه‌ی متوسط زمان تا اخطار تعدیل شده در نمودار کنترل VPT^2 ..... ۱۱۴
پیوست ۱ ..... ۱۱۸
پیوست ۲ ..... ۱۱۹
منابع و ماخذ ۱۶۱

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل ۱-۱ نمونه‌ای از نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۱۷
شکل ۱-۳ نمونه‌ای از نمودار یک فرآیند $CSCC$ 4|4 ..... ۴۳
شکل ۳-۲ نمودارهای کنترل $CSCC$ 1|1، $CSCC$ 2|2 و $CSCC$ 3|3 ..... ۴۷
شکل ۳-۳ نمودار کنترل $CSCC$ ، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است ۵۱
شکل ۳-۴ نمودار کنترل $CSCC$ 2|2، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است..... ۵۱
شکل ۳-۵ نمودار کنترل $CSCC$ ، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۵۲
شکل ۳-۶ نمودارکنترل $CSCC$ 2|2، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۵۲
شکل ۳-۷ نمودار کنترل $CSCC$ ، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است..... ۵۵
شکل ۳-۸ نمودار کنترل $CSCC$ 3|3، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است..... ۵۵
شکل ۳-۹ نمودار کنترل $CSCC$ ، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۵۶
شکل ۳-۱۰ نمودار کنترل $CSCC$ 3|3، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۵۶
شکل ۴-۱ نمونه‌ای از یک نمودار فرآیند VPT^2 ..... ۷۱
شکل ۴-۲ نمودار کنترل VPT^2 برای مثال ۴-۳-۳..... ۷۴
شکل ۴-۳ نمودار کنترل $FSRT^2$ ، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است..... ۸۵
شکل ۴-۴ نمودار کنترل VPT^2 ، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است..... ۸۵
شکل ۴-۵ نمودار کنترل $FSRT^2$ ، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۸۶
شکل ۴-۶ نمودار کنترل VPT^2 ، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۸۶
شکل ۴-۷ نمودار کنترل $FSRT^2$ ، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است..... ۹۰
شکل ۴-۸ نمودار کنترل VPT^2 ، در شرایطی که فرآیند تولید تحت کنترل است..... ۹۰
شکل ۴-۹ نمودار کنترل $FSRT^2$ ، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۹۱
شکل ۴-۱۰ نمودار کنترل VPT^2 ، در شرایطی که فرآیند تولید خارج از کنترل است..... ۹۱
شکل ۴-۱۱ راهنمای محاسبه $AATS_{out}$ ۱۱۵

فهرست جدول‌ها

عنوان . **صفحه**

جدول ۲-۱ مقادیرِ $UATS_{out}$ برای نمودارهای یکسان شده‌ی $\overline{VSIX}$، $\overline{VSSIX}$، $SVSSIX\overline{X}$ و $\overline{X}$ ۳۶

جدول ۳-۱ مقایسه TS نمودار کنترل $CSCC$ و $2|2\ CSCC$ در ۱۰ تکرار برای مثال ۳-۵-۱..... ۵۰

جدول ۳-۲ مقایسه‌ی نمودار $CSCC$ و $3|3\ CSCC$ در ۱۰ تکرار برای مثال ۳-۵-۲..... ۵۴

جدول ۳-۳ مقایسه ATS_{out} فرآیند $k|kT^2CC$ با ATS_{out} نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۵۹

جدول ۳-۴ مقایسه ATS_{out} فرآیند $k|kT^2CC$ با ATS_{out} نمودار کنترل T^2-هتلینگ..... ۶۱

جدول ۴-۱ مقادیر پارامترهای دو نمودار کنترل $FSRT^2$ و VPT^2 ..... ۷۳

جدول ۴-۲ مقادیر پارامترهای نمودارهای کنترل $FSRT^2$ و VPT^2 مربوط به مثال ۴-۵-۱..... ۸۴

جدول ۴-۳ مقایسه TS نمودار کنترل $FSRT^2$ و VPT^2 در ۱۰ تکرار برای مثال ۴-۵-۱..... ۸۶

جدول ۴-۴ مقادیر پارامترهای نمودارهای کنترل $FSRT^2$ و VPT^2 مربوط به مثال ۴-۵-۲..... ۸۹

جدول ۴-۵ مقایسه‌ی نمودار $FSRT^2$ و VPT^2 در ۱۰ تکرار برای مثال ۴-۵-۲..... ۹۲

جدول ۴-۶ مقایسه ATS_{out} نمودارکنترل VPT^2 با ATS_{out} نمودارکنترل T^2_هتلینگ..... ۱۰۴

جدول ۴-۷ مقایسه ATS_{in} فرآیند VPT^2 با ATS_{in} نمودار کنترل T^2_هتلینگ..... ۱۰۷

جدول ۴-۸ مقایسه نمودار کنترل VPT^2 با نمودار کنترل $k|kT^2CC$ ۱۰۹

فهرست برنامه‌ها

عنوان **صفحه**

برنامه ۱ برنامه محاسبه ATS_{in} برای نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۱۱۹

برنامه ۲ برنامه محاسبه ATS_{out} برای نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۱۲۱

برنامه ۳ برنامه محاسبه $AATS$ برای نمودار کنترل T^2_هتلینگ ۱۲۲

برنامه ۴ برنامه محاسبه ATS_{in} برای فرآیند VPT^2 با توجه به شرط میانگین پارامترها ۱۲۴

برنامه ۵ برنامه محاسبه ATS_{out} برای فرآیند VPT^2 با توجه به شرط میانگین پارامترها ۱۲۶

برنامه ۶ برنامه محاسبه $AATS$ برای فرآیند VPT^2 با توجه به شرط میانگین پارامترها ۱۲۷

برنامه ۷ برنامه یافتن پارامترهای Δ' با استفاده از الگوریتم ژنتیک ۱۲۹

برنامه ۸ برنامه رسم نمودارهای کنترل $FSRT^2$ و VPT^2 ..... ۱۴۶

برنامه ۹ برنامه رسم نمودارهای کنترل $CSCC$ و $k|k\ CSCC$ ۱۵۴

مخفف‌ها

Adjusted Average Time to Signal	AATS
Average Run Length	ARL
Average Time to Signal	ATS
Central Limit	CL
Chi-Square Control Chart	CSCC
Fixed Sample Rate	FSR
Genetic Algorithm	GA
Lower Control Limit	LCL
Run Length	RL
Steady-State Average Time to Signal	SSATS
Special Variable Sample Size and Sampling Interval	SVSSI
Time to Signal	TS
Unified Average Time to Signal	UATS
Upper Control Limit	UCL
Variable Parameter	VP
Variable Sampling Interval	VSI
Variable Sample Size and Sampling Interval	VSSI
Zero-Time Average Time to Signal	ZTATS

فصل اول

روش‌ها و مفاهیم مقدماتی

۱-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا موضوع وهدف تحقیق، اهمیت و کاربرد موضوع، زمینه و تاریخچه موضوع تحقیق، مفاهیم و روشهای اساسی در کنترل کیفیت آماری چند متغیره و خواص پایه‌ای بردارها و ماتریس‌های تصادفی را ارائه می‌کنیم. سپس توزیع نرمال چند متغیره و خواص مهم آن مورد بحث قرار می‌گیرد. در ادامه ماتریس تصادفی داده‌های نرمال معرفی می‌شود. در بخش‌های بعد به ترتیب توزیع ویشارت و توزیع T^2–هتلینگ بررسی می‌شوند . پس از آن به معرفی نمودار کنترل T^2 -هتلینگ به عنوان یک روش کنترل توأم میانگین چند مؤلفه کمی کیفیت می‌پردازیم و این روش را در دو حالت از جنبه نظری مورد بررسی قرار می‌دهیم. در ادامه به معرفی راه‌های ارزیابی یک روش کنترل کیفیت آماری نیز می‌پردازیم و سه معیار مورد استفاده در ارزیابی روش‌های کنترل کیفیت آماری را معرفی می‌کنیم. این معیارها عبارتند از: متوسط طول دنباله[۱] (ARL)، متوسط زمان تا اخطار[۲]

۱. Average Run Length
۲. Average Time to Signal

(ATS)و متوسط زمان تا اخطار تعدیل شده[۳]($AATS$). در پایان نیز چگونگی محاسبه‌ی معیارهای مزبور را برای نمودار کنترل T^2 -هتلینگ تشریح می‌کنیم.

مراجع کلیدی این فصل ماردیا[۴] و همکاران (۱۹۸۲)، اندرسون[۵] (۲۰۰۳)، مونت گمری[۶] (۲۰۰۱)، چتفیلید[۷] و کالینز[۸](۱۹۸۰) و آلت[۹] (۱۹۸۴) می‌باشند.

۱-۲ موضوع و هدف تحقیق

موضوع این پایان‌نامه بهینه سازی نمونه‌گیری تطبیقی برای نمودارهای کنترل کیفیت T^2 -هتلینگ است. در این پایان‌نامه قصد داریم روش پارامترهای متغیر[۱۰] را برای بهبود کارایی نمودار کنترل T^2 –هتلینگ ارائه دهیم. در روش پارامترهای متغیر سعی بر این است که نوعی نمودار کنترل T^2 _هتلینگ ارائه دهیم که در آن، تمام پارامترهایِ فاصله زمانی بین نمونه‌گیری‌ها، حجم نمونه‌ها و همچنین حدود عمل[۱۱] در دو سطح ۱ و ۲ تعریف می‌شوند. این پارامترها در هر مرحله کنترل فرآیند بر اساس نتایج بدست آمده از مرحله قبل تغییر می‌کنند. همچنین برای نشان دادن برتری این روش، روش طول دنباله[۱۲] را که یکی از روش‌های بهبود کارایی برای نمودارهای از نوع شوهارت[۱۳] می‌باشد، نیز مورد بررسی قرار می‌دهیم و روش پارامترهای متغیر را با آن مقایسه می‌کنیم.

۱-۳ اهمیت، کاربرد و محدوده‌ی موضوع

توسعه یافتن صنایع و رقابتی شدن بازارهای جهانی، توجه تولیدکنندگان را به سوی بهبود کیفیت تولیدات خود معطوف کرده است. در جهان امروز تولیدکنندگان سعی دارند که با تولید کالاهای با کیفیت‌تر نسبت به رقیبان

---

۱ Adjusted Average Time to Signal
۲. Mardia
۳. Anderson
۴. Montgomery
۵. Chetfilid
۶. Kalinz
۷. Alt
۸. Variable Parameter
۹. Action Limits
۱۰. Run Rule
۱۱. Shewhart

خود بازارهای مقصد را در اختیار بگیرند. این امر در بعضی مواقع تا جایی پیش می‌رود که تولیدکنندگان سعی می‌کنند کالایی با کیفیتی بالاتر از استانداردهای رایج تولید کنند.

تولیدکنندگان برای اینکه بتوانند کالایی با کیفیت برتر ارائه دهند از روش‌های زیادی استفاده می‌کنند. از جمله این روش‌ها استفاده از روش‌های آماری در کنترل کیفیت فرآیند تولید می‌باشد. به این روش کنترل کیفیت آماری می‌گوئیم. استفاده روز افزون از روش‌های کنترل کیفیت آماری باعث گردیده است که تحقیقات در زمینه بهبود روش‌های کنترل کیفیت آماری گسترده‌تر شود. روش‌های گوناگونی در کنترل کیفیت آماری برای کنترل کردن مؤلفه‌های کمی کیفیت وجود دارد. از جمله این روش‌ها، نمودار کنترل T^2-هتلینگ است که برای کنترل توأم میانگین چند مؤلفه کمی کیفیت بکار می‌رود. بنیانگذار این روش کنترل کیفیت هارولد هتلینگ می‌باشد. مشکل این روش این است که اگر تغییر در بردار میانگین فرآیند تولید کوچک باشد، این روش یا تغییر را تشخیص نمی‌دهد و یا اینکه مدت زمان زیادی طول می‌کشد تا تغییر در بردار میانگین فرآیند تولید را مشخص کند. مشکل دیگر این روش استفاده از اطلاعات حاصل از آخرین نمونه‌گیری بدون در نظر گرفتن نمونه‌های قبل از آن است. در این پایان‌نامه قصد داریم که این مشکل را با پیاده‌سازی روش پارامترهای متغیر بر روی نمودار کنترل T^2-هتلینگ و بهینه کردن آن به وسیله روش بهینه‌سازی الگوریتم‌های ژنتیکی[۱۴]، مورد بررسی قرار دهیم.

روش‌های مشهور و مهم دیگری که در راستای رفع نقاط ضعف نمودار کنترل T^2-هتلینگ، اهمیت دارند، نمودارهای نوع میانگین موزون متحرک نمایی[۱۵] ($EWMA$) و نمودارهای نوع مجموع تجمعی[۱۶] ($CUSUM$) هستند. این نمودارها مورد بحث ما در این پایان‌نامه نمی‌باشند.

---

۱۰ Genetic Algorithms
۲. Exponentially Weighted Moving Average
۳. Cumulative Sum

۱-۴ زمینه و تاریخچه موضوع تحقیق

روشی که در حال حاضر به عنوان نمودار کنترل T^2 -هتلینگ مورد استفاده قرار می‌گیرد، روشی است که اول بار توسط هتلینگ[۱۷] (۱۹٤۷) معرفی شد. برای بهبود کارایی روش‌های کنترل کیفیت آماری از نوع شوهارت چه در حالت یک متغیره و چه در حالت چند متغیره روش‌هایی ارائه شده است. رینولدز[۱۸] (۱۹۸۸) روشی را برای بهبود کارایی نمودار کنترل کیفیت یک متغیره شوهارت ارائه کرد، که در آن فاصله زمانی بین نمونه‌گیری‌ها، متغیر و به نمونه قبلی بستگی داشت. به همین دلیل این روش را روش فاصله متغیر بین نمونه‌ها[۱۹] می‌نامند.

پس از آن نیز تحقیقات دیگری در همین زمینه انجام شد. کاستا[۲۰] (۱۹۹۴) ایده نمودار کنترل کیفیت یک متغیره با حجم نمونه‌های متغیر را ارائه کرد. در این روش حجم نمونه‌ها در هر مرحله نمونه‌گیری، بر اساس نمونه قبلی تغییر می‌کرد. این روش را روش حجم نمونه متغیر[۲۱] می‌نامند.

کاستا (۱۹۹۴) روشی برای بهبود کارایی نمودارهای کنترل کیفیت میانگین یک متغیره ارائه داد که در آن هم اندازه نمونه‌ها و هم فاصله زمانی بین نمونه‌گیری‌ها متغیر بود. در این روش هم حجم نمونه و هم فاصله زمانی نمونه‌گیری با توجه به نمونه قبلی تغییر می‌کند. این روش را روش حجم و فاصله نمونه متغیر[۲۲] می‌نامند. اگر در همین روش حدود عمل هم برای هر نمونه تغییر کند روشی بدست می‌آید که این روش را، روش پارامترهای متغیر می‌نامند. این روش را کاستا (۱۹۹۹a) برای بهبود کارایی نمودارهای کنترل کیفیت یک متغیره معرفی کرد.

اخیرا مهادیک[۲۳] و شیرک[۲٤] (۲۰۰۹) یک نمودار خاص $\bar{X}$ با حجم و فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر[۲۵] معرفی کرده‌اند. این نمودار که مبتنی بر استفاده از دو فاصله‌ی نمونه‌گیری و سه حجم نمونه‌ی مختلف است، در مقایسه با نمودارهای تطبیقی(نمودارهای مبتنی برپارامترهای متغیر قبلی) دارای کارایی بیشتری می‌باشد. در فصل دوم پایان نامه، این نمودار خاص را با تفصیل معرفی خواهیم کرد. آپاریسی[۲٦] (۱۹۹۶) روش کنترل کیفیت با حجم نمونه متغیر را برای بهبود کارایی نمودارهای کنترل T^2_هتلینگ به کار برد. همچنین روش فاصله متغیر بین نمونه‌ها و

---

۱. Hotelling
۲. Reynolds
۳. Variable Sample Interval
٤. Costa
٥. Variable Sample Size
٦. Variable Sample Size and Sampling Interval
۷. Mahadik
۸. Shirke
۹. Special Variable Sample Size and Sampling Interval
۱۰. Aparisi

روش حجم و فاصله نمونه متغیر را آپاریسی (۲۰۰۱) برای بهبود کارایی نمودار کنترل T^2_هتلینگ به‌کار برد و نشان داد که این روش‌هابرای تشخیص تغییرات کوچک، نیاز به زمان کمتری دارند.

چن[۲۷] (۲۰۰۷) یک طرح نمونه‌گیری تطبیقی را برای افزایش کارایی نمودار کنترل T^2-هتلینگ در نشان دادن تغییرات کوچک فرآیند تولید، معرفی کرد که در آن $\underset{\sim}{m}_0$ و Σ_0 نامعلوم فرض شده‌اند ($\underset{\sim}{m}_0$ و Σ_0 به ترتیب بردار میانگین و ماتریس کوواریانس فرآیند تولید در حالت تحت کنترل می‌باشند). با این فرض اگر روش حجم نمونه متغیر یا روش حجم و فاصله نمونه متغیر در رابطه با نمودار کنترل T^2-هتلینگ به‌کار گرفته شود، حد عمل با توجه به اندازه نمونه در هر مرحله نمونه‌گیری، اندکی تغییر خواهد کرد. به همین دلیل چن (۲۰۰۷) در روش حجم و فاصله نمونه متغیر، حد عمل را نیز متغیر در نظر گرفت و سپس این روش را برای بهبود کارایی نمودار کنترل T^2-هتلینگ به کار گرفت و نمودار کنترل جدید را به اختصار با VPT^2 نشان داد. ما این نمودار را با تفصیل در فصل چهارم پایان نامه تشریح خواهیم کرد.

یکی دیگر از روش‌های بهبود کارایی برای نمودارهای از نوع شوهارت، روش گردش می‌باشد. روش گردش که یکی از روش‌های بهبود کارایی نمودار کنترل خی دو به شمار می‌رود، اولین بار توسط شرکت وسترن الکتریک[۲۸] (۱۹۵۶) در جهت کشف تغیرات کوچک در میانگین فرآیند تولید ارائه شد. پس از آن تحقیقات دیگری در این زمینه انجام شد که از آن جمله می توان به کهن[۲۹] (۲۰۰۰)، خو[۳۰] و کواه[۳۱] (۲۰۰۳)، کهن و شمولی[۳۲] (۲۰۰۳)، شمولی (۲۰۰۳)، آپارایسی (۲۰۰٤) و کوتراس[۳۳] و همکاران (۲۰۰٦) اشاره کرد. چمپ[۳٤] و وودال[۳۵] (۱۹۸۷) و فو[۳٦] (۲۰۰۳) نیز محاسبات عددی مربوط به سنجش کارایی این روش را ارائه کردند. اخیرا کوتراس وهمکاران (۲۰۰۶) روش گردش را به تفصیل برای بهبود نمودار کنترل خی دو بررسی کردند. روش طول دنباله را برای بهبود کارایی نمودار کنترل خی دو، با تفصیل در فصل سوم این پایان نامه تشریح خواهیم کرد.

---

۱. Chen
۲. Western Electric
۳. Cohen
٤. Khoo
۵. Quah
٦. Shmueli
۷. Koutras
۸. Champ
۹. Woodall
۱۰. Fu

۱-۵ مفاهیم و روشهای اساسی در کنترل کیفیت آماری چند متغیره

در کنترل کیفیت آماری یک متغیره فقط یک مشخصه‌ی(یک متغیر) محصول مورد بررسی قرار می‌گیرد. این در حالی است که در دنیای واقعی ممکن است یک محصول دارای چندین مشخصه باشد. در مباحث کنترل کیفیت آماری چند متغیره، چندین مشخصه تواما مورد بررسی قرار می‌گیرند. اصولا علل تغییر یک بردار تصادفی می‌تواند ذاتی باشد. اینگونه تغییرات را تغییرات یا علل تصادفی می‌نامند. علل دیگری از تغییرات که آنها را علل غیرتصادفی می‌نامند، عللی هستند که ذاتی نیستند و در اثر عوامل بیرونی به وجود می‌آیند. وقتی که یک فرآیند چند متغیره تغییرات تصادفی خویش را دارد وضعیت فرآیند تولید تحت کنترل تلقی می‌شود. در این حالت بهبود کیفیت تنها می‌تواند از طریق تغییرات در نظام تولید صورت گیرد، که این مهم در حوزه‌ی مسئولیت مدیریت است. از طرف دیگر هنگامی که تغییرات غیر تصادفی مشاهده شوند، وضعیت فرآیند تولید خارج از کنترل تلقی می‌شود. بهبود کیفیت در چنین وضعیتی بدون نیاز به تغییر در نظام تولید می‌تواند صورت پذیرد. نمودارهای کنترل که یکی از مهمترین ابزارهای کنترل کیفیت آماری است، فنونی هستند که می‌توانند پایداری یا نا پایداری وضعیت فرآیند تولید را در رابطه با مشخصه‌های کیفیتِ موردِ مطالعه، تعیین کنند. نمودارهای کنترل سعی می‌کنند از طریق مطالعه‌ی تغییرپذیری که در مرحله‌ی ساخت به وجود می‌آید، هشدارهای لازم را جهت بهینه سازی ارائه دهند.

۱-۶ خواص پایه‌ای بردارها و ماتریس‌های تصادفی

در این بخش گزیده‌ای از تعاریف و خواص بردارها و ماتریس‌های تصادفی مورد استفاده در پایان‌نامه را ارائه می‌دهیم. برای توضیات بیشتر به ماردیا و همکاران (۱۹۸۲) و اندرسون (۲۰۰۳) مراجعه کنید.

الف)بردار $\underset{\sim}{X}_{p\times 1} = (X_1, X_2, ..., X_p)'$ را یک بردار تصادفی گویند، هر گاه هر یک از درایه‌های آن یک متغیر تصادفی باشد.

ب)بردار میانگین جامعه با $\underset{\sim}{m}$ نشان داده می‌شود و به‌صورت زیر تعریف می‌شود