بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده ریاضی و کامپیوتر

بخش آمار

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته آمار گرایش آمار ریاضی

بررسی کیفیت در فرآیندهایی با گروه‌های چندگانه

مؤلف :

سمیه اسلامی

استاد راهنما :

دکتر وحید امیرزاده

بهمن ماه ۱۳۹۰

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط درجه کارشناسی ارشد به

بخش آمار

دانشکده ریاضی و کامپیوتر

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو : سمیه اسلامی

استاد راهنما : دکتر وحید امیرزاده

داور ۱ : دکتر علیرضا عرب پور

داور۲ : دکتر محسن مددی

نماینده‌ی تحصیلات تکمیلی در جلسه دفاع:

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده :

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر کرمان است.

تقدیم به

این کمترین را به پدر و مار مهربانم که سال هاست برای فرزندشان از هیچ کوششی فرو نگذاشته اند و همچنین به همسر عزیزم تقدیم می کنم.

تشکر و قدردانی

بی شک اتمام این کار مقدور نبود مگر با آموزه‌هایی که آقای دکتر وحید امیرزاده به من آموختند و همواره با لطف و سعه صدر، پذیرای مزاحمت هایم بودند و جای دارد صمیمانه از ایشان تشکر کنم . از اساتید محترم بخش که لطف خود را از من دریغ ننمودند و همچنین از آقایان دکتر علیرضا عرب پور و دکتر محسن مددی که داوری این پایان نامه را بعهده داشتند، سپاسگزاری می کنم.

پایان نامه را می توان حاصل و نتیجه آموزش‌های دوران دو ساله تحصیلی دانست، امیدوارم با بضاعت اندک خود، تلاش استادان فرهیخته دانشگاه شهید باهنر کرمان که را که زحمات زیادی را متحمل شده اند بی اجر نگذاشته و سهمی اندک را در پاسخگویی به آن همه تلاش وافر داشته باشم و با به کارگیری آموخته هایم در فعالیت‌های آتی به اهداف ارزشمندشان جامه عمل بپوشانم .

چکیده

نمودار کنترل یکی از روش‌های کنترل فرآیند در حین تولید است. در کنترل کیفیت، هرگاه محصولات یک فرآیند به دو گروه منطبق و نامنطبق طبقه‌بندی شوند و نمودار، مربوط به نسبت اقلام نامطبق باشد از نمودار کنترل اقلام معیوب یا نمودار-p استفاده می‌شود. اما در موارد زیادی هر محصول بر اساس مشخصه کیفی‌اش به بیش از دو گروه طبقه‌بندی می‌شود و نمودارهای چندجمله‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این پژوهش، روش‌های متفاوتی از بررسی کیفیت از محصولات با گروه‌های چندگانه معرفی شده است که بر اساس توزیع چندجمله‌ای هستند.

در فصل اول پایان‌نامه مفاهیم اولیه مورد نیاز معرفی شده است و در فصل دوم توزیع چندجمله‌ای به همراه ویژگی‌هایش و همچنین روش مارکوسی مورد بررسی قرار گرفته است. سپس در سومین فصل، حدود کنترل مشخصه‌های کیفی همزمان و غیرهمزمان معرفی و در نهایت در فصل چهارم، روش درخت- p برای متغیرهای چندجمله‌ای نشان داده شده است.

کلمات کلیدی: فرآیند چندجمله‌ای، نمودار کنترل دوطرفه، متوسط طول اجرا، روش درخت-p .

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: مقدمات و مفاهیم اولیه	
۱-۱ مقدمه	۲
۱-۳ اهمیت روش‌های آماری کنترل کیفیت	۵
۱-۴ آزمون فرضیه برای پارامترهای فرآیند	۶
۱-۵ نقش انحرافات تصادفی و با دلیل در تغییرپذیری کیفیت	۷
۱-۶ اصول آماری از نمودار کنترل	۹
۱-۷ انتخاب حدود کنترل	۱۳
۱-۸ محاسبات مربوط به متوسط طول دنباله	۱۴
۱-۹ تجزیه و تحلیل روندهای نمودارهای کنترل	۱۵
۱-۱۰ خلاصه‌ای از قوانین حساس سازی نمودارهای کنترل	۱۶
۱-۱۱ نمودار کنترل برای نسبت اقلام معیوب	۱۸
۱-۱۲ محاسبات مربوط به متوسط طول دنباله برای نسبت اقلام معیوب	۲۴
فصل دوم: فرآیندهای چندجمله‌ای	
۱-۲ مقدمه	۲۷
۲-۲ توزیع متغیر تصادفی چند جمله ای	۲۸

۲-۲-۱ تابع جرم احتمال حاشیهای ۳۲
۲-۲-۲ توزیع شرطی ۳۴
۲-۲-۳ برآورد ماکسیمم درست نمایی پارامتر توزیع چند جملهای ۳۵
۲-۲-۴ رابطه توزیع چندجملهای و توزیع مربع کای χ^2 ۳۶
۲-۳ نمودار p تعمیم یافته (روش مارکوسی) ۳۸

فصل سوم: حدود کنترل همزمان

۳-۱ مقدمه ۴۶
۳-۲ شاخص نقص کلی ۴۷
۳-۳ نمودار کنترل p چند متغیره دو طرفه ۵۴
۳-۴ شبیه سازی عددی ۵۹
مثال ۳-۱: سطح کیفیت پایین ۵۹
مثال ۳-۲: سطح کیفیت بالا ۶۶
مثال ۳-۳: سطح کیفیت خیلی بالا ۷۱

فصل چهارم: درخت-p

۴-۱ مقدمه ۷۸
۴-۲ هم ارزی بین فرآیند چند جمله ای و درخت احتمال ۷۸
۴-۳ نمودارهای کنترل روش درخت-p ۸۲
۴-۴ مقایسه روش مارکوسی و روش درخت-p ۹۰
۴-۵ دقت تشخیص و ARL برای فرآیندهایی با سه گروه ۹۰

نتیجه گیری ۱۰۰

منابع و مراجع ۱۰۳

فصل اول

مقدمات و مفاهیم اولیه

۱-۱ مقدمه

از زمانی که انسان توانایی ساخت محصولی را پیدا کرد، جهت کنترل کیفیت آن نیز به تلاش پرداخت. ظرافت، دقت و هنرمندی خاصی که در آثار باستانی و محصولات متعلق به زمانه‌ای نه چندان دور مشاهده می‌شود حکایت از این تلاش دارد. با شروع انقلاب صنعتی در اواسط قرن هجده، ماشین‌های تولیدی در روندی تدریجی جایگزین ابزار و مهارت فردی افراد هنرمند و صنعتگر گردید. با پیدایش روش‌های جدید و پیچیده تولید، اشتیاق به تولید بیشتر افزایش یافت و بدین ترتیب نیاز به کنترل کیفیت محصول نهایی نیز ابعاد تازه ای پیدا نمود.

بین روش‌های اولیه کنترل کیفیت که هر چند به نوبه خود موثر بودند و روش‌های آماری امروز کنترل کیفیت، تنها شباهت اندکی به چشم می‌خورد. پایه و اساس کنترل کیفیت آماری به مفهوم امروزی آن تنها در سال ۱۹۲۰ گذاشته شد. برای فهم بهتر واژه کنترل کیفیت، تعریف جداگانه کلمات کیفیت و کنترل لازم است:کیفیت یعنی شایستگی جهت استفاده به خصوص و میزانی است که محصول انتظارات مصرف کننده خود را برآورده می‌سازد و کنترل به معنی اعمال ضوابط و راهنمایی‌ها در مورد کسی یا چیزی جهت اطمینان از کسب نتایج مورد نظر می‌باشد. معنی کنترل کیفیت تعاریف جداگانه دو واژه فوق را در بر می‌گیرد.

در صنعت برداشت‌های مختلفی از کنترل کیفیت وجود دارد. بعضی از شرکت‌ها که تنها کار آن‌ها جهت اطمینان از کیفیت محصول انجام عملیات بازرسی است، به این عملیات کنترل کیفیت می‌گویند. در مقابل شرکت‌هایی که در سازمان کنترل کیفیت آن‌ها بیشتر کار شده و به این موضوع اهمیت می‌دهند، واژه کنترل کیفیت علاوه بر عملیات بازرسی به سایر عملیات از قبیل برنامه ریزی کیفیت،

کنترل کیفیت در حین تولید، کنترل موارد ورودی، تجزیه و تحلیل و اقدام راهگشا در رابطه با نقص‌های تولید و تهیه گزارشات مربوط به مسایل کیفی نیز گفته می‌شود. کنترل کیفیت نباید به کاربرد محدود واژه آن منحصر گردد بلکه باید تمامی فعالیت‌های لازم جهت بدست آوردن سطح مطلوبی از درستی و بی عیبی محصول را شامل شود. کنترل کیفیت سیستمی است جهت رسیدن به سطح مطلوبی از کیفیت یک محصول یا یک فرآیند تولید و نگهداری آن با برنامه ریزی دقیق، استفاده از ماشین آلات مناسب، بازرسی مستمر و عمل اصلاح کننده هرگاه که لازم باشد. کیفیت یک محصول معمولاً در رابطه با سه عامل زیر تعیین می‌شود:کیفیت طرح، کیفیت انطباق، کیفیت عملکرد.

عوامل فوق لزوماً با هزینه و اقتصاد کیفیت ارتباط نزدیکی دارند.در این فصل مفاهیم اولیه و مطالبی در زمینهٔ کنترل کیفیت برگرفته از کتاب مونتگمری [۳] بیان شده است.

۱-۲ تاریخچه کنترل کیفیت

کنترل کیفیت آماری در دهه ۱۹۲۰ توسط والتر شوهارت[۱] از آزمایشگاه‌های تلفن بل آمریکا، پایه گذاری گردید. وی در یادداشتی در ۱۶ می ۱۹۲۴ اولین تصویر نمودارهای کنترل را ترسیم کرد و به بررسی بیشتر این روش در مطالعات بعدی خود پرداخت و نتیجه تحقیقات خود را در کتابی تحت عنوان (کنترل اقتصادی کیفیت محصولات ساخته شده) در سال ۱۹۳۱ منتشر ساخت.

[۱] . Walter A. Showhart

دو همکار دیگر شوهارت به نام‌های هارولد اف داج[۱] و هارولد جی رومیگ[۲] نیز کاربرد تئوری آمار را در نمونه گیری بررسی کردند و نتیجه کار آنان منجر به انتشار جداول معروف بازرسی داج و رومیگ در سال ۱۹۴۴ گردید. مجموعه کارهای شوهارت، داج و رومیگ اساس علمی را تشکیل می‌دهد که امروزه کنترل کیفیت آماری خوانده می‌شود.

در فاصله کوتاهی از پایان جنگ جهانی دوم، زمینه لازم برای تاسیس یک تشکیلات ملی به نام انجمن کنترل کیفیت آمریکا[۳] فراهم گردید. این انجمن انتشار مجله کنترل کیفیت صنعتی را در دست گرفت و به صورت بزرگ‌ترین ترویج کننده استفاده از کنترل کیفیت آماری در قاره آمریکا در آمد و شعبه ای نیز در ژاپن تشکیل داد.

در انگلستان کنترل کیفیت آماری در اوائل پیشرفتی سریع‌تر از آمریکا داشت. به دنبال سفر شوهارت به لندن در ماه می ۱۹۳۲، ایگان اس پی یرسون[۴] مقاله ای درباره کاربرد صنعتی آمار در انجمن سلطنتی آمار قرائت کرد.

از آمریکا و انگلستان روش‌های کنترل کیفیت آماری به سایر کشورها برده شد. امروزه تقریباً تمام کشورهای صنعتی جهان از روش‌های کنترل کیفیت آماری استفاده می‌کنند.

---

۱. Harold F. Dodge
۲. Harold G. Romig
۳. American Society for Quality Control
۴. Egon S. Pearson

۱-۳ اهمیت روش‌های آماری کنترل کیفیت

مؤثرترین راهی که تا کنون برای کنترل کیفیت محصولات پیدا شده است روش‌های آماری می‌باشد. با روش‌های آماری می‌توان تصویری از وضعیت کل تولید بدست آورد. با توجه به اینکه تغییر پذیری، یک پدیده دائمی و جزء لاینفک همه محصولات است و مشخصه کیفی هر محصول تغییر می‌کند روش‌های آماری مؤثرترین وسیله بررسی و کنترل این تغییرات است.

اگر قرار باشد یک محصول مشخصات مورد نظر مشتری را دارا باشد آنگاه این محصول باید به وسیله یک فرآیند پایدار یا تکرارپذیر تولید گردد.

کنترل فرآیند آماری[۱] (SPC) مجموعه ای قدرتمند و توانا از ابزار حل مشکل است که در ایجاد ثبات در فرآیند و بهبود کارایی آن از طریق کاهش تغییرپذیری مفید واقع می‌گردد.

SPC را می‌توان برای هرگونه فرآیندی استفاده نمود. ابزار هفت‌گانهٔ SPC عبارتند از:

۱) هیستوگرام

۲) بر گه کنترل

۳) نمودار پاراتو

۴) نمودار علت و معلول

۵) نمودار تمرکز نقص‌ها

۶) نمودار پراکندگی

۷) نمودار کنترل

---

[۱]. Statistical Process Control

اگر چه این ابزار که غالباً ابزار هفت‌گانهٔ عالی[1] نامیده می‌شوند بخش مهمی از SPC را تشکیل می‌دهند ولی آن‌ها فقط جنبهٔ فنی آن هستند. SPC یک نگرش و طرز تفکر است. یک میل و آرزو برای کلیهٔ افراد سازمان جهت برقراری یک سیستم بهبود مستمر در زمینه کیفیت و بهره‌وری است.

یک چنین نگرش و طرز تفکری بیشترین پیشرفت خود را زمانی خواهد داشت، که مدیریت، در فرآیند بهبود کیفیت مشارکت نماید. زمانی که این نگرش و طرز تفکر ایجاد گردد استفاده از ابزار هفت‌گانهٔ عالی بخشی از کارهای روزانه می‌شود و سازمان در مسیر دستیابی به اهداف بهبود کیفیت قرار می‌گیرد.

در میان ابزار احتمالاً نمودار کنترل از لحاظ فنی پیچیده‌ترین آن‌ها است. نمودارهای کنترل در دههٔ ۱۹۲۰ توسط دکتر والتر شوهارت که در آن زمان در آزمایشگاه‌های تلفن بل مشغول به کار بود ارائه گردید.

به منظور درک جنبه های آماری که اساس SPC را تشکیل می‌دهند، ابتدا اصول تئوری شوهارت در مورد تغییرپذیری توضیح داده می‌شود.

۱-٤ آزمون فرضیه برای پارامترهای فرآیند

یک فرضیه آماری جمله یا بیانی درباره مقادیر پارامترهای یک توزیع احتمال است.

به منظور انجام یک آزمون فرضیه، یک نمونه تصادفی از جامعه مورد نظر تهیه، آماره آزمون مناسبی محاسبه و در نهایت نتیجه‌گیری می‌شود که آیا فرضیه خنثی H_0 رد شود یا خیر.

---

[1]. The Magnificent Seven

اساساً نمودار کنترل یک آزمون فرضیه است. یک نقطه که بین حدود کنترل رسم شود مانند این است که فرضیه مربوط به حالت تحت کنترل آماری، رد نگردد و از طرف دیگر رسم یک نقطه خارج از حدود کنترل بیانگر رد چنین فرضیه‌ای است. می‌توان فرضیه‌ها را به صورت زیر نشان داد:

$$\begin{cases} H_0: \text{فرآیند تحت کنترل به سر می‌برد} \\ H_1: \text{فرآیند تحت کنترل به سر نمی‌برد} \end{cases}$$

دو نوع خطا در زمان آزمون فرضیه‌ها ممکن است رخ دهد. اگر فرضیه خنثی رد شود، وقتی که صحیح است خطای نوع اول رخ داده است. اگر فرضیه خنثی رد نشود، وقتی که اشتباه است خطای نوع دوم رخ داده است.

احتمال هر یک از این خطاها را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\alpha = P\{\text{خطای نوع اول}\} = P\{H_0 \text{ رد} \mid H_0 \text{ صحیح باشد}\},$$

$$\beta = P\{\text{خطای نوع دوم}\} = P\{H_0 \text{ عدم رد} \mid H_0 \text{ اشتباه باشد}\}.$$

۱-۵ نقش انحرافات تصادفی و با دلیل در تغییرپذیری کیفیت

در هر فرآیند تولید، همیشه صرف‌نظر از طراحی خوب یا نگهداری مناسب از آن، مقدار خاصی از تغییرپذیری به طور ذاتی وجود دارد. این تغییرپذیری ذاتی یا اختلال، در اثر انباشته شدن مجموعه زیادی از انحراف کوچک و غیر قابل اجتناب به وجود می‌آید. اگر اختلالات موجود در یک فرآیند کوچک باشد آنگاه عملکرد فرآیند از لحاظ تغییرپذیری قابل قبول خواهد بود. در ساختار کنترل

کیفیت آماری، این تغییرپذیری ذاتی را معمولاً به عنوان یک سیستم پایدار «انحرافات تصادفی» می‌شناسیم. فرآیندی که فقط در حضور انحرافات تصادفی عمل کند را فرآیند تحت کنترل آماری می‌نامند.

گونه‌های دیگر از تغییرپذیری ممکن است گاه‌گاهی در خروجی یک فرآیند مشاهده گردد. تغییرپذیری در مشخصات کیفی کلیدی معمولاً از منبع سرچشمه می‌گیرد: تنظیم نادرست دستگاه، خطاهای اپراتور و یا مواد اولیهٔ معیوب.

به طور کلی، یک چنین تغییرپذیری در مقایسه با اختلالات ذاتی موجود در فرآیند بزرگ‌تر است و معمولاً بیانگر سطح غیر قابل قبولی برای عملکرد فرآیند می‌باشد. این منابع ایجاد تغییرپذیری که بخشی از انحرافات تصادفی محسوب نمی‌گردند را انحرافات با دلیل نامند. فرآیندی که در حضور انحرافات با دلیل عمل می‌کند را فرآیند خارج از کنترل می‌نامند.

یکی از اهداف اصلی کنترل فرآیند آماری پی بردن سریع به وجود انحرافات با دلیل یا تغییرات در فرآیند است تا قبل از اینکه تعداد زیادی از محصولات معیوب تولید شود علل ایجاد چنین انحرافاتی بررسی و اقدامات اصلاحی انجام گیرد. نمودار کنترل یکی از روش‌های کنترل فرآیند در حین تولید است که برای این منظور مناسب خواهند بود. نمودارهای کنترل را نیز می‌توان برای تخمین پارامترهای یک فرآیند تولید استفاده نمود و اطلاعات حاصل را به منظور تعیین کارایی فرآیند بکار گرفت. نمودار کنترل را همچنین می‌توان به منظور تهیه اطلاعات مفید جهت بهبود فرآیند استفاده کرد.

هدف اصلی کنترل فرآیند آماری حذف تغییرپذیری فرآیند است. این ممکن نیست که بتوان کل تغییرپذیری فرآیند را حذف نمود، اما نمودار کنترل را می‌توان به عنوان ابزار مؤثری جهت کاهش تغییرپذیری فرآیند استفاده نمود.

۱-٦ اصول آماری نمودار کنترل

یک نمونه از نمودار کنترل در شکل ۱-۱ نشان داده شده است. این نمودار روش ارائه یک مشخصه کیفی که بر اساس اطلاعات نمونه، اندازه گیری یا محاسبه شده است را بر حسب نمونه یا زمان نشان می‌دهد.

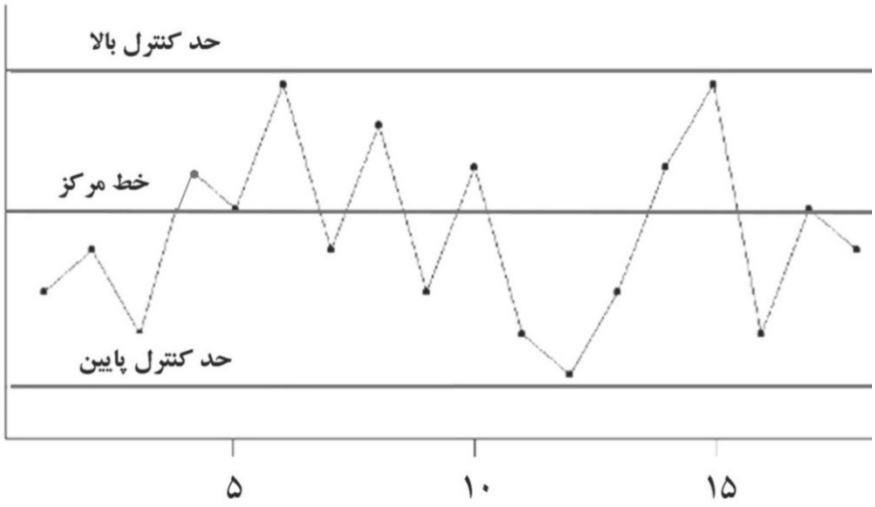
نمودار شامل یک خط مرکز cl [۱] است که مقدار متوسط مشخصه کیفی را در حالت تحت کنترل نشان می‌دهد و یا به عبارت دیگر مرحله ای از فرآیند را نشان می‌دهد که فقط خطاهای تصادفی حضور دارند.

دو خط افقی دیگر که حد کنترل بالا [۲] (UCL) و حد کنترل پایین [۳] (LCL) نامیده می‌شوند در این نمودار نشان داده شده‌اند. این حدود کنترل به گونه ای انتخاب شده‌اند که اگر فرآیند تحت کنترل باشد آنگاه تقریباً کلیهٔ نقاطی که بر اساس اطلاعات نمونه محاسبه شده‌اند بین این حدود واقع می‌شوند. تا زمانی که نقاط بین حدود کنترل قرار می‌گیرند، فرض می‌شود که فرآیند تحت کنترل است و نیازی به فعالیت‌های اصلاحی نیست. اگر نقطه ای خارج از حدود کنترل رسم شود، نتیجه گیری می‌شود که فرآیند در شرایط خارج از کنترل به سر می‌برد و اقدامات اصلاحی نیاز است تا منبع ایجاد انحراف یا

---

۱. Center Line
۲. Upper Control Limit
۳. Lower Control Limit.

انحراف با دلیل تعیین و حذف گردد. حتی اگر کلیهٔ نقاط در داخل حدود کنترل به گونه ای رسم شوند که از یک حالت سیستماتیک یا غیر تصادفی برخوردار باشند آنگاه فرآیند خارج از حدود کنترل محسوب می‌گردد.



شکل۱-۱. یک نمودار کنترل

اگر فرآیند تحت کنترل باشد باید روند نقاط بر روی نمودار کنترل به صورت تصادفی باشد. روش‌هایی بررسی روندهای غیرتصادفی را می‌توان در مورد نمودارهای کنترل جهت پی بردن به حالت خارج از کنترل استفاده نمود. معمولاً دلیلی برای پدیدار گشتن یک روند خاص غیر تصادفی بر روی نمودار کنترل وجود دارد و اگر بتوان آن را شناسایی و حذف نمود آنگاه عملکرد فرآیند بهبود می‌یابد.

رابطهٔ بسیار نزدیکی بین نمودارهای کنترل و آزمون فرضیه وجود دارد. اساساً نمودار کنترل یک آزمون فرضیه است که به منظور ارزیابی شرایط تحت کنترل بودن فرآیند از لحاظ آماری، استفاده

می‌گردد. یک نقطه بین حدود کنترل رسم می‌شود مانند این است که فرضیه مربوط به حالت تحت کنترل آماری رد نگردد.

از طرف دیگر، رسم یک نقطه خارج از حدود کنترل بیانگر رد چنین فرضیه است. مشابه آزمون فرضیه، می‌توان احتمال خطای نوع اول و احتمال خطای نوع دوم برای نمودار کنترل تعریف کرد.

می‌توان یک مدل عمومی برای نمودار کنترل ارائه کرد. فرض کنید مشخصه کیفی مورد نظر به وسیلهٔ آماره ω اندازه‌گیری می‌شود و همچنین فرض کنید میانگین و انحراف معیار ω به ترتیب برابر با μ_ω و σ_ω است.

بنابراین خط مرکز، حد کنترل بالا و حد کنترل پایین برابر خواهند بود با:

$$\begin{cases} \mathrm{UCL} = \mu_\omega + k\,\sigma_\omega, \\ \mathrm{CL} = \mu_\omega, \\ \mathrm{LCL} = \mu_\omega - k\,\sigma_\omega. \end{cases} \qquad (۱-۱)$$

در رابطه فوق، k فاصله حدود کنترل از خط مرکز را بر حسب واحد انحراف معیار نشان می‌دهد.

این تئوری عمومی نمودارهای کنترل بار اول توسط دکتر والتر شوهارت ارائه گردید و نمودارهای کنترلی که از چنین قانونی پیروی کنند را نمودارهای کنترل شوهارت می‌نامند.

مهم‌ترین دلیل استفاده از یک نمودار کنترل بهبود وضعیت موجود در یک فرآیند است.

به طور کلی می‌دانیم که:

۱) اغلب فرآیندها در شرایط کنترل آماری به سر نمی‌برند.