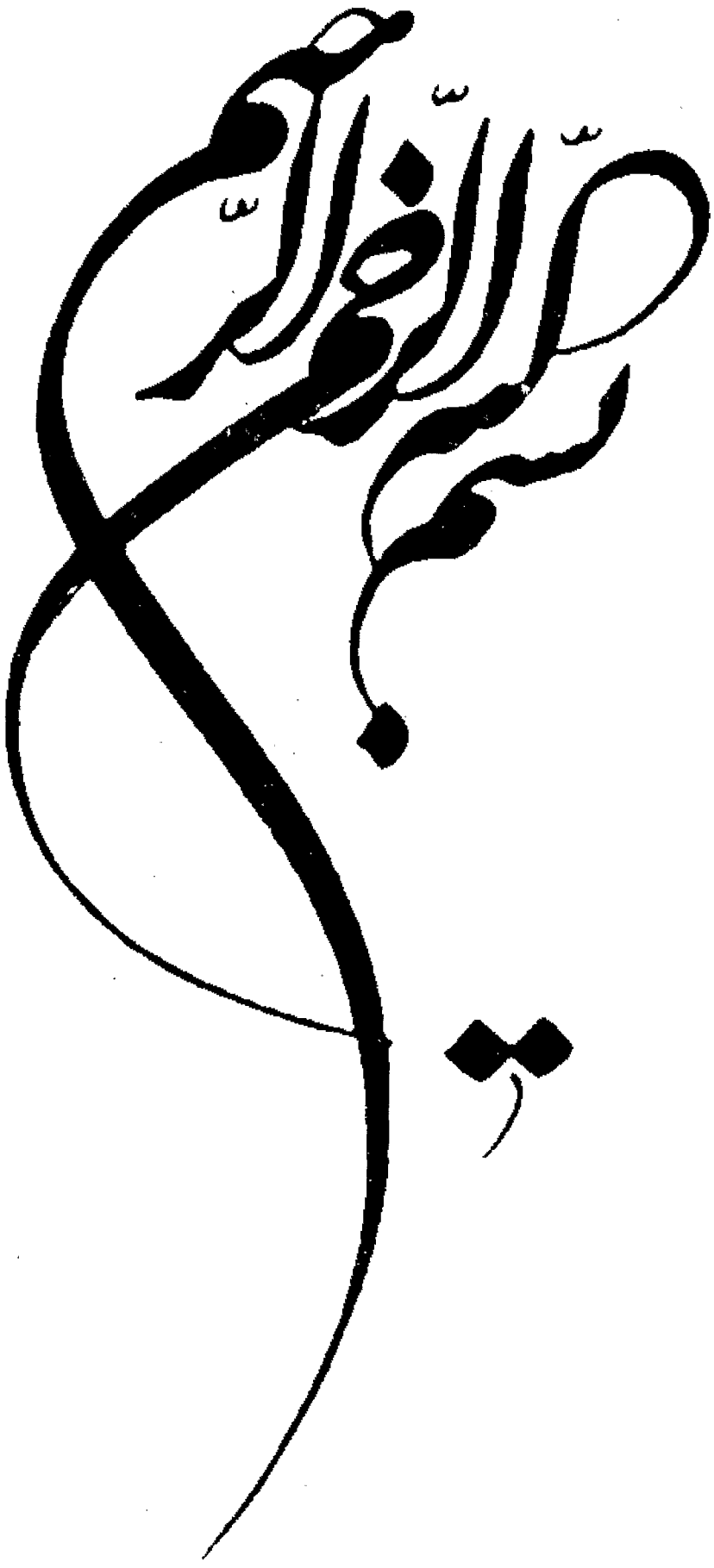


٩٩٨٢٤

۸۷/۱/۱۰۵۱۵۷
۸۷/۱۱/۱۶

دانشکده فیزیک

گروه هسته‌ای

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک هسته‌ای

عنوان

# بررسی ساختار هسته‌های سبک به روش کوانتوم مونت کارلو

استاد راهنما

دکتر ناصر فولادی

استاد مشاور

دکتر صالح اشرفی

پژوهشگر

فاطمه خلیلی

اسفند ماه ۱۳۸۶

۱۳۸۷ /۵/ ۱

باتمام احترام تقدیم به:

پدر بزرگوار و مادر مهربانم

اولین آموزگارانم در زندگی که هنر اندیشیدن، چگونه زیستن و فن انسان بودن را به من آموختند.

و خواهر عزیزم

آنانکه وجودشان پشتوانه‌ای برای تلاشم است.

## تقدیر و سپاس


خدایا، حتی اگر تنهاترین تنهایان باشم باز هم غمی نیست، چون تو را دارم که به جای تمام نداشته‌هایم هستی.

(دکتر علی شریعتی)

پدر و مادر نازنینم، از اینکه همیشه و در طی تمام مراحل زندگی، صبور و مهربان در کنارم بوده اید، سپاسگزارم.

خواهر عزیزم، قدردانی مرا به پاس دوستی و مهر پایدارت بپذیر.

استاد گرامی آقای دکتر ناصر فولادی از اینکه در مراحل انجام این پژوهش راهنمایم بودید، متشکرم.

از آقای دکتر صالح اشرفی که با راهنمایی های خود به من کمک نموده اند، متشکرم.

از کلیه دوستان و کارکنان که در مراحل اجرا و تدوین پایانامه مرا یاری نموده اند، تشکر می کنم.

**نام خانوادگی دانشجو:** خلیلی **نام:** فاطمه

**عنوان پایان‌نامه:** بررسی ساختار هسته‌های سبک به روش کوانتوم مونت‌کارلو

**استاد راهنما:** دکتر ناصر فولادی

**استاد مشاور:** دکتر صالح اشرفی

**مقطع تحصیلی:** کارشناسی ارشد **رشته:** فیزیک **گرایش:** هسته‌ای **دانشگاه:** تبریز

**دانشکده:** فیزیک **تاریخ فارغ‌التحصیلی:** اسفند ۸۶ **تعداد صفحه:** ۱۰۵

**کلید واژه‌ها:** کوانتوم مونت‌کارلو وردشی، فاکتور جاسترو و پتانسیل مالفیلیت-تیجون

**چکیده:**

هدف این پایاننامه بدست‌آوردن انرژی بستگی هسته‌های سبک ($^{2}H$، $^{3}H$، $^{4}He$، $^{5}He$) با استفاده از روش کوانتوم مونت‌کارلو وردشی می‌باشد. یک سیستم برهم‌کنشی غیرنسبیتی از نوکلئون‌ها مدل مناسبی برای هسته است، حتی در این مدل محاسبات دقیق فقط برای تعداد محدودی هسته سبک ممکن می‌باشد. مسئله در فضای نیمه حقیقی بررسی می‌شود و از حضور اسپین نوکلئون‌ها صرف‌نظر شده است.

از روش وردشی برای بدست آوردن جواب‌های تقریبی معادله شرودینگر سیستم بس‌ذره‌ای استفاده شده است. برای تابع موج وردشی از حاصل‌ضرب توابع موج مستقل هر نوکلئون در فاکتور جاسترو که بیان کننده همبستگی میان نوکلئون‌های منفرد می‌باشد، استفاده کرده‌ایم. همچنین برای انرژی پتانسیل موجود در هامیلتونی، از پتانسیل تغییر یافته مالفیلیت- تیجون برای برهم‌کنش‌های پروتون- نوترون، نوترون- نوترون و پروتون- پروتون استفاده کرده‌ایم. از الگوریتم متروپولیس برای نمونه‌برداری تابع توزیع احتمال، استفاده شده است. در نهایت انرژی بستگی هسته‌های سبک را بدست آورده‌ایم. مقادیر انرژی بستگی در توافق خوبی با مقادیر تجربی می‌باشند.

مقدمه ..... ۱

فصل اول :ساختار هسته

۱-۱ مقدمه..... ۲

۱-۲ جرم و بار هسته..... ۳

۱-۳ شعاع هسته و توزیع بار..... ۵

۱-۴ انرژی نوکلئون ها در هسته..... ۸

۱-۵ پیروی از قوانین کوانتومی و ماهیت موجی ماده برای هسته..... ۹

۱-۶ نیروی هسته‌ای..... ۹

۱-۷ نظریه یوکاوا در برهمکنش هسته ای..... ۱۱

۱-۸ انرژی بستگی هسته ای..... ۱۴

۱-۹ دوترون ..... ۱۷

۱-۱۰ انواع پتانسیل دو نوکلئونی..... ۲۲

۱-۱۱ نیروهای چند جسمی..... ۲۵

۱-۱۲ سیستمهای بس ذره ای..... ۲۸

فصل دوم :کاربرد روش کوانتوم مونت کارلو در بررسی سیستم های هسته ای


۲-۱ مقدمه..... ۳۳

۲-۲ تابع توزیع احتمال..... ۳۵

۲-۳ انتگرال گیری مونت کارلو..... ۳۷

۲-۴ تولید اعداد تصادفی..... ۴۴

۲-۵ الگوریتم متروپولیس..... ۴۶

۲- ۶ اصل وردشی ..... ۴۹

۲-۷ روش مونت کارلو وردشی..... ۵۳

۲-۸ نمونه برداری بهینه..... ۵۴

۲-۹ روش تابع گرین مونت کارلو..... ۵۶

۲-۱۰ اعمال روش کوانتوم مونت کارلو برای مولکول $H_2$ ..... ..... ۶۲

فصل سوم: محاسبات انرژی بستگی هسته های سبک

۳-۱ بررسی الگوریتم برنامه هسته های سبک ..... ۶۸

۳-۲ روش کوانتوم مونت کارلو برای هسته دوترون ..... ۷۱

۳-۳ هامیلتونی سیستم بس ذره ای ..... ۷۴

۳-۴ پتانسیل مالفیلیت –تیجون..... ۷۵

۳-۵ تابع موج سیستم بس ذره ای. ..... ۷۸

۳-۶ محاسبات انرژی بستگی هسته های سبک ($^{5}He$، $^{4}He$، $^{3}H$)..... ۷۹

۳-۷ نتیجه‌گیری ..... ۸۶

۳-۸ پیشنهادات ..... ۸۹

۳-۹ پیوست ..... ۹۰

۳-۱۰ منابع ..... ۱۰۴

شکل ۱-۱ توزیع چگالی ماده هسته ای در یک هسته ..... ۷

شکل ۱-۲ پتانسیل یوکاوا ..... ۱۳

شکل ۱-۳ تغییرات B/A بر حسب عدد نوکلئونی..... ۱۶

شکل ۱-۴ چاه پتانسیل سه بعدی تقریبی از پتانسیل هسته‌ای..... ۲۰

شکل ۱-۵ تابع موج دوترون ..... ۲۲

شکل ۱-۶ پتانسیل چاه مربعی..... ۲۳

شکل ۱-۷ پتانسیل نمایی..... ۲۳

شکل۱-۸ پتانسیل یوکاوا..... ۲۴

شکل ۱-۹ پتانسیل گوسی..... ۲۴

شکل ۱-۱۰ پتانسیل هالتن ..... ۲۵

شکل ۱-۱۱ سه نوکلئون که دو به دو بر هم کنش دارند..... ۲۵

شکل ۲-۱ توزیع اعداد تصادفی..... ۴۵

شکل ۲-۲ نشانهای مختصاتی در بررسی مولکول $H_2$ ..... ۶۳

شکل ۳-۱ .پتانسیل های مالفلیت-تیجون..... ۷۷

شکل ۳-۲ نمودار پتانسیل مالفلیت – تیجون تغییر یافته..... ۷۸

جدول ۱-۱ انرژیهای بستگی برای $^{2}H$ ,$^{3}H$ و$^{4}He$ .... .....۱۷

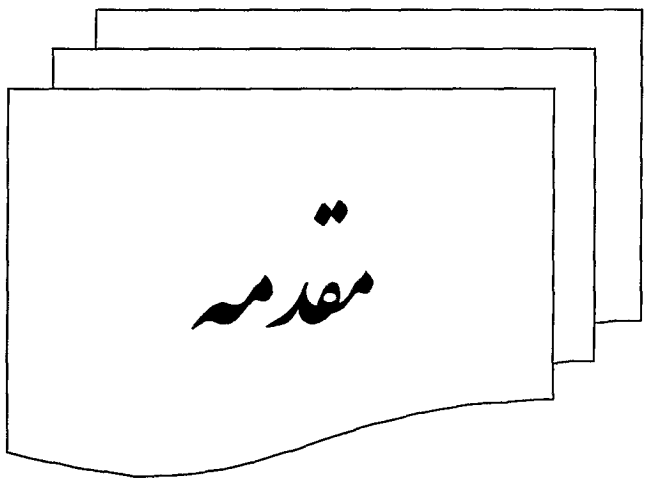
جدول ۲-۱ نتایج حاصل از کدنویسی.....۴۲

جدول ۳-۱ نتایج حاصل از برنامه نویسی کامپیوتری برای انرژی بستگی دوترون.....۷۴

جدول ۳-۲ داده های مربوط به محاسبه انرژی بستگی هسته های سبک .....۸۶

جدول ۳-۳ تغییرات انرژی بستگی $^{4}He$ برحسب تغییر ترم های جاذبه و دافعه

موجود در پتانسیل.....۸۷


مقدمه

**مقدمه**

کوانتوم مونت کارلو، یکی از انواع مختلف الگوریتمهای کامپیوتری است، که برای شبیه‌سازی سیستم‌های کوانتومی به منظور حل مسائل بس ذره‌ای بکار می‌رود.

درحالت کلی هر سیستم فیزیکی را می‌توان با معادله شرودینگر بس ذره‌ای توصیف کرد. معادله شرودینگر در یک سیستم N ذره‌ای در حالت سه بعدی دارای ۳N مختصه است و حل این معادله در یک زمان معقول بسیار مشکل است.

در اکثر روشهایی که در کوانتوم مونت کارلو بکار می‌رود، هدف محاسبه انرژی حالت پایه سیستم می‌باشد.

در تئوری غیر نسبیتی چندنوکلئونی، هسته‌ها به عنوان حالتهای مقید نوکلئونها، که دارای پتانسیلهای برهمکنش دوتایی و سه‌تایی هستند، در نظر گرفته می‌شوند. هامیلتونی غیر نسبیتی به صورت زیر بیان می‌شود :

$$H = \sum_i \frac{P_i^2}{2m_i} + \sum_{i<j} V_{ij} + \sum_{i<j<k} V_{ijk} \qquad (م-۱)$$

در هامیلتونی رابطه (م-۱)، انرژی جنبشی دارای شکل غیر نسبیتی است، $V_{ij}$ پتانسیل برهمکنش دو ذره‌ای و $V_{ijk}$ پتانسیل برهمکنش سه ذره‌ای می‌باشد. ویژه مقادیربدست آمده از این معادله را می‌توان با انرژی‌های ناشی از آزمایش مقایسه کرد. و ویژه حالت $|\psi\rangle$حاصل را می‌توان برای بررسی ساختار هسته‌ها بکار برد. همچنین با استفاده از این ویژه تابع می‌توان مشاهده‌پذیرهای ناشی از برهمکنش‌های هسته‌ای را محاسبه کرد که دارای کاربردهای فراوانی در حوزه‌های مختلف فیزیک می‌باشند.

# فصل اول

## بررسی منابع

## ۱-۱ مقدمه

رفتار نوکلئون‌های درون هسته، شباهتی به رفتار ذرات کلاسیک و برخورد گلوله‌های بیلیارد ندارد. خواص هسته را رفتار موجی نوکلئون‌ها تعیین می‌کند، و تحلیل این رفتار مستلزم کاربرد تکنیک‌های ریاضی مکانیک کوانتومی است.

با توجه به آزمایش‌های مختلف پراکندگی، می‌دانیم نوکلئون‌ها با انرژی جنبشی حدود۱۰Mev در داخل هسته در حرکت هستند. این انرژی در مقایسه با انرژی سکون نوکلئون‌ها (که درحدود۱۰۰۰Mev است) اندک است، و بنابراین با اطمینان خاطر می‌توانیم از مکانیک کوانتومی غیرنسبیتی استفاده کنیم.

هسته هم مانند بسیاری از سیستم‌های پیرو قوانین مکانیک کوانتومی، جسمی پیچیده و اسرارآمیز است که توصیف رفتار و خواص آن خیلی دشوارتر از اجسام ماکروسکوپی است. مثلاً توصیف کامل یک هستهٔ ۵۰ نوکلئونی، برحسب کلیه برهم‌کنش‌های بین نوکلئون‌های موجود در هسته، مستلزم تعداد !۵۰ عبارت یا در حدود $۱۰^{٦٤}$ جمله است!

ما خواصی فیزیکی سراغ داریم که با استفاده از آنها می‌توانیم توصیف کاملی از هر هسته به دست آوریم. هسته را به کمک تعدادی از پارامترهای هسته‌ای تا حد قابل توجهی می‌توان توصیف کرد، این پارامترها عبارتند از: بار الکتریکی، شعاع، جرم، انرژی بستگی، تکانه زاویه‌ای، پاریته، گشتاور دوقطبی مغناطیسی، گشتاور چارقطبی الکتریکی، و انرژی حالتهای برانگیخته که خواص استاتیکی هسته‌ها هستند. خواص دینامیکی هسته‌ها، از جمله احتمال واپاشی و احتمال واکنش هسته‌ها می‌باشند.

درک خواص استاتیکی و دینامیکی و تفسیر آنها بر پایه برهم‌کنش بین تک‌تک نوکلئون‌های موجود در هسته، وظیفه‌ای بس خطیر است که هر متخصص فیزیک هسته‌ای باید با آن دست وپنجه نرم کند.

کار کردن با سیستم‌های چند ذره‌ای همیشه فیزیکدانان را آزار داده است تا جایی که حجم وسیعی از کار آنان به ارائه فرمالیسم‌های مختلف در رفتار با سیستم‌های چند ذره‌ای اختصاص یافته و کار بر روی این روش‌ها به منظور بهینه سازیشان، آنها را به خود مشغول کرده است، واقعیت نیز همین است که ما در جهان در هم تنیده از سیستم‌های پیچیده زندگی می‌کنیم. گرچه فرض حرکت ذرات بطور مستقل در یک پتانسیل، تقریبی عمومی در حل کوانتومی سیستم‌های چند ذره‌ای است و مدل‌هایی چون هارتری- فوک (برای الکترونها در اتم) و مدل لایه‌ای (برای نوکلئون‌ها در هسته) بر این فرض استوارند.

اما این فرض در بسیاری از حالتها فقط یک تقریب اجمالی است. توصیف جزئیات دقیق کوانتومی سیستم، در نظر گرفتن برهم‌کنش های باقیمانده بین ذرات سازنده آن را، می‌طلبد.

در این فصل به بررسی مختصر ساختار هسته تا جایی که مربوط به محاسبات فصل سوم می‌شود، می‌پردازیم.

**۱-۲ جرم و بار هسته**

از روش‌های شیمیایی اولیه در مورد مقایسه جرمی، فرمول تقریبی زیر بدست آمده است :

$$M \approx \text{عددصحیح} \times M_H \qquad (1-1)$$

که در آن $M$ = جرم یک اتم معین، $M_H$ = جرم یک اتم هیدروژن است.

عدد صحیح را عدد جرمی می‌نامند و آن را با حرف $(A)$ نشان می‌دهند.

با استفاده از پراکندگی پرتو x، میتوان نشان داد که تعداد (Z) الکترون‌های اتمی، و درنتیجه تعداد بارهای مثبت هسته، برابر عدد جرمی A نیست.

این مطلب، اولین فرضیه در مورد ساختار هسته را، مبنی بر این که هسته ها از A پروتون و (A-Z) الکترون مقید درست شده‌اند، معقول جلوه می‌داد. بنابراین کشف نوترون، هایزنبرگ را بر آن داشت که پیشنهاد کند پروتون و نوترون، اجزاء متشکله اساسی تمام هسته‌ها می‌باشند.

امروزه دیگر در صحت این مطلب شکی وجود ندارد، ولی فقط می‌توان آن را براساس مکانیک کوانتومی درک کرد. در زیر مثال بارزی در این مورد ذکر شده است.

طبق فرضیه نوترون – پروتون انتظار می‌رود که جرم یک اتم باید برابر باشد با :

$$M \approx ZM_H + NM_n \qquad (۲-۱)$$

که در آن Z= تعداد پروتونها در هسته (عدد اتمی)

N = تعداد نوترونها در هسته (عدد نوترونی)

$M_n$ = جرم نوترون

کشف اتم‌های مختلف با خواص شیمیایی یکسان اما جرمهای مختلف (ایزوتوپ‌ها) توسط تامسون باعث شد که در تعیین دقیق جرم هسته ها کوشش‌های بیشتری به عمل آید. اهمیت آن در این واقعیت نهفته است که از اندازه گیری‌های دقیق جرم می‌توان اطلاعات زیادی درباره نیروهای هسته‌ای و ساختار هسته به دست آورد. این مطلب را در قسمت های بعد مورد بحث قرار خواهیم داد و ملاحظه خواهیم کرد که اختلافی بین طرف چپ و راست معادله (۱-۲) وجود دارد، که معرف انرژی بستگی هسته‌ای است.

## ۱-۳ شعاع هسته و توزیع چگالی

یکی از روش‌های مستقیم برای مطالعه شکل و اندازه هسته‌ها، اندازه‌گیری پدیده‌های ایجاد شده در اثر پرتاب ذرات به طرف آنهاست. ولی محدودیتی که در این روش وجود دارد این است که طول موج ذراتی که با هسته برخورد می‌کنند باید تقریباً از مرتبه اندازه هسته و یا کوچکتر از آن باشد. از آنجا که طول موج نور معمولی (حدود $۱۰^{-۷}$ متر) چندین برابر ابعاد هسته است، برای این منظور مناسب نخواهد بود.

فوتون‌های با طول موج خیلی کوچک مثل پرتوهای گاما نیز قابل استفاده نیستند، زیرا در اطراف هسته الکترون‌ها، وجود دارند و برهم‌کنش امواج الکترومغناطیس با الکترون‌ها خیلی قویتر از برهم‌کنش این امواج با هسته است. در این صورت بهتر است از ذراتی مثل الکترون‌ها، پروتون‌ها و نوترون‌ها استفاده کنیم، که در واقع همه این سه ذره بکار گرفته می‌شوند. نوترون‌ها و پروتون‌ها این مزیت را دارند که طول موجشان در انرژی‌های حدود۲۰ Mev به اندازه کافی کوتاه است، در صورتی که الکترون‌ها برای داشتن طول موج مناسب به انرژی‌های حدود۱۰۰Mev نیاز دارند که بدست‌آوردن آن خیلی دشوارتر است. اما الکترون‌ها این مزیت را دارند که برهم‌کنش آنها با هسته به خوبی شناخته شده است (برهم‌کنش الکترومغناطیسی)، بنابراین دقیق ترین نتایج با پراکندگی الکترون بدست می‌آید.

آزمایش‌ها به این ترتیب انجام می‌گیرند که الکترون‌های با انرژی زیاد به طرف یک هدف نازک از ماده مورد نظر پرتاب می‌شوند و احتمال انحرافشان تحت زوایای مختلف، اندازه‌گیری می‌شود. این آزمایش‌ها شبیه آزمایش پراکندگی رادرفورد هستند که اولین بار، هسته اتم توسط آن کشف شد.

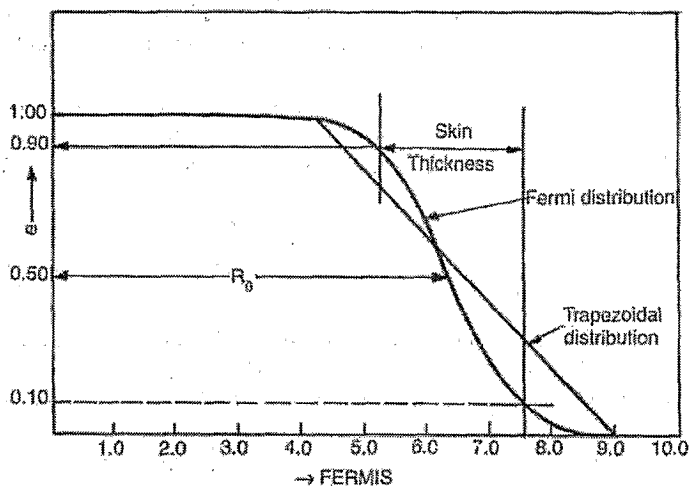
اگر برای نوکلئون‌های هسته، تابع توزیع چگالی $\rho(r)$را درنظر بگیریم و فرض کنیم که توزیع چگالی نوترون‌ها و پروتون‌ها یکسان هستند، می‌توان احتمال انحراف‌های زاویه‌ای مختلف را محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه کرد. اگر محاسبات با نتایج تجربی وفق ندهد، باید تابع توزیع چگالی $\rho(r)$دیگری در نظرگرفت تا برازش بهتری بدست آید.

آزمایش‌هایی برای تعداد زیادی از هسته با استفاده از الکترون‌های فرودی در انرژی‌های مختلف انجام شده است و مورد تحلیل قرار گرفته‌اند. نتایج بدست آمده تقریباً با تابع توزیع چگالی زیر قابل توجیه هستند :

$$\rho(r)=\frac{\rho_0}{1+\exp[(r-R_0)/a]} \qquad (۳-۱)$$

ترسیمی از تابع (۱-۳) در شکل (۱-۱) به نمایش در آمده است و معنی فیزیکی پارامترهای مختلف آن مشخص شده است.

بطوری که مشاهده می‌شود $\rho_0$چگالی نوکلئون در نزدیکی مرکز هسته است، $R_0$ فاصله‌ای است که در آن چگالی هسته به نصف مقدارش در مرکز تقلیل می‌یابد، و a ضخامت سطحی هسته را نشان می‌دهد. فاصله‌ای که در آن چگالی از ۹۰ درصد $\rho_0$ به ۱۰ درصد $\rho_0$ تقلیل می‌یابد برابر با$4/4\,a$ است [۱].




شکل ۱-۱ توزیع چگالی ماده هسته‌ای در یک هسته

از برازش اطلاعات بدست آمده از رابطه (۱-۳) معلوم شده است که این رابطه با تقریب نسبتاً خوبی برای تمام هسته‌ها، با پارامترهای زیر بر قرار است :

$$\rho_0 \cong 0.165 \frac{nucleon}{f} \qquad R \cong 1.2A^{1/3} f \qquad a \cong 0.55 f \qquad (۴-۱)$$

توجه کنید که یکای فرمی (f)، یعنی $۱۰^{-۱۵}$ متر را به عنوان واحد طول بکار برده‌ایم.

این نتایج بسیار ساده نشان می‌دهند که چگالی نوکلئون‌ها در نواحی داخلی تمام هسته‌ها یکسان، و ضخامت سطحی آنها بسیار شبیه به هم است. تغییرات شعاع هسته را (که اغلب با R نشان داده می‌شود) که تابعی است از $A^{۱/۳}$، می‌توان نتیجه‌ای از ثابت بودن $\rho_0$ دانست، چون در این‌صورت حجم هسته با A متناسب می‌شود و بنابراین A با $R^۳$ متناسب خواهد شد.

### ۱-٤ انرژی نوکلئون‌ها در هسته

انرژی پرتوهای بتا و گاما که از هسته‌ها گسیل می‌شوند معمولاً حدود۱Mev است، اما این فرایندها، حاصل از گذار نوکلئون‌ها از یک تراز به تراز دیگرند و انرژی آنها برابر با تفاوت انرژی بین دو تراز است، بنابراین انرژی واقعی نوکلئون باید از این مقدار خیلی بیشتر باشد. یکی از روش‌های حل این مسئله عبارتست از محاسبه انرژی الکترواستاتیک ($E_c$) لازم برای وارد کردن یک پروتون به داخل هسته.

این انرژی بطور تقریبی برابر است با:

$$E_c = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad (۵-۱)$$

که برای هسته میان جرم (A=۱۲۰، Z=۵۰) مقدار آن به قرار زیر است :

$$E_c = \frac{50(1.6\times10^{-19})^2 C^2}{4\pi(8.9\times10^{-12})(\frac{C^2}{N.m^2})1.07\times120^{1/3}\times10^{-15}m}\times\frac{1J}{1N.m}\times\frac{1eV}{1.6\times10^{-19}J}=13Mev$$

(۱-۵-۱)

که C و N به ترتیب علامت یکاهای کولن و نیوتن هستند. این مقدار انرژی کولنی در صورتی‌که پروتون بتواند از هسته خارج شود، آزاد خواهد شد. ولی با وجود این در حالت عادی، پروتون‌ها از هسته بیرون نمی‌آیند. این بدان معنی است که پروتون با انرژی بیشتری به هسته مقید است.

از آنجا که سرعت یک نوکلئون با انرژی ۱۰Mev، فقط ۱۵ درصد سرعت نور است، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از نسبیت در مورد حرکت نوکلئون‌ها در هسته الزامی نیست و به آسانی می‌توان روابط غیر نسبیتی را برای جرم، سرعت، تکانه، و انرژی بکار برد.