

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دانشکده فنی

مهندسی مکانیک

طراحی کاربردی

پایان نامه کارشناسی ارشد

## بررسی و تحلیل ارتعاشات پوسته های گروی FGM در محیط های حرارتی

از

محدثه حسین زاده روف پیشه

اساتید راهنما

دکتر منصور درویزه

دکتر غلامرضا زارع پور

اساتید مشاور

دکتر رضا انصاری

مهندس کتابیون محمدی

اسفند ماه ۱۳۹۱

## تقدیم به پدر بزرگوار و مادر مهربانم:

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی  
به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در این سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است  
به پاس قلب های بزرگشان که فریاد رس است و سرگردانی و ترس در پناهمان به شجاعت می گراید  
و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند.

## تقدیم به خواهرم:

که وجودش شادی بخش و صفایش مایه آرامش من است.

## و تقدیم به برادرم:

که تکیه گاه من در مواجهه با مشکلات، و وجودش مایه دلگرمی من می باشد.

## تشکر و قدردانی

مراتب سپاس و قدردانی خود را از استادان راهنما آقایان دکتر منصور درویزه و دکتر غلامرضا زارع پور و استادان مشاور آقای دکتر رضا انصاری و خانم مهندس کتایون محمدی ابراز می‌دارم. همچنین بر خود لازم می‌دانم که از جناب آقای دکتر رضا انصاری که در انجام این پروژه مرا یاری نمودند، کمال تشکر را نمایم. با آرزوی سلامتی و توفیق روزافزون برای ایشان.

بررسی و تحلیل ارتعاشات پوسته های کروی در محیط های حرارتی

محدثه حسین زاده روف پیشه

در این رساله، کمناش حرارتی و ارتعاشات آزاد پوسته های کروی جدارک نازک عمیق FGM در محیط حرارتی مورد بررسی و تحلیل قرار می گیرد. شرایط مرزی برای پوسته کروی به صورت تکیه گاه های ساده در نظر گرفته شده است و فرض شده است که پوسته کروی تحت بار حرارتی افزایشی یکنواخت قرار دارد. معادلات حاکم بر اساس تئوری مرتبه اول پوسته ها و معادلات سینماتیکی غیر خطی سندرس استخراج شده اند. به منظور حل معادلات حاکم روش تحلیلی گلرکین مورد استفاده قرار گرفته می گیرد. مواد تشکیل دهنده پوسته FGM بصورت ترکیبی از سرامیک و فلز می باشد که خواص مکانیکی آن ها توابعی خطی از مختصات ضخامت هستند. تأثیر پارامترهای مختلف مانند نسبت ضخامت به شعاع، زاویه کمکی و کسر حجمی بر روی رفتار کمناشی و فرکانس طبیعی پوسته های کروی مورد مطالعه قرار می گیرد. نتایج به دست آمده با نتایج موجود در ادبیات مربوطه مقایسه شده و از نتایج ارائه شده اطمینان حاصل گردیده است.

واژه های کلیدی: پوسته های کروی جدار نازک عمیق، کمناش حرارتی، ارتعاشات آزاد، FGM، روش تحلیلی گلرکین

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
خ	فهرست جدول‌ها
د	فهرست شکل‌ها
ز	فهرست علائم اختصاری
س	چکیده فارسی
ش	چکیده انگلیسی
	<b>فصل اول: پیشگفتار</b>
۲	۱-۱ مقدمه
۳	۲-۱ مروری بر تحقیقات گذشته
۶	۳-۱ معرفی رساله حاضر
	<b>فصل دوم: درآمدی بر FGM‌ها</b>
۹	۱-۲ مقدمه
۱۱	۲-۲ کاربرد FGM
۱۲	۳-۲ روش‌های تولید FGM
۱۲	۱-۳-۲ متالورژی پودر
۱۴	۱-۳-۲-۱ تشکیل پودرهای متراکم مدرج
۱۵	۱-۳-۲-۱-۱-۱ ته نشینی لایه‌های مخلوط پودر با تغییر تدریجی در مخلوط
۱۵	۱-۳-۲-۱-۱-۱-۱ قالب متراکم کننده لایه‌ها (توده کردن پودرها)
۱۵	۱-۳-۲-۱-۱-۱-۲ ورقه ورقه کردن صفحه
۱۶	۱-۳-۲-۱-۱-۳ اسپری پودر تر
۱۶	۱-۳-۲-۱-۱-۴ غوطه‌وری در لجن و ریخته‌گری لغزشی
۱۶	۱-۳-۲-۱-۱-۵ فرآیندهای شکل آزاد جسم
۱۷	۱-۳-۲-۱-۱-۶ روش‌های دیگر

۱۸	۲-۱-۳-۲ ته نشینی پودرها با تغییر پیوسته در مخلوط
۱۸	۱-۲-۱-۳-۲ شکل دهی پودر به روش گریز از مرکز (CPF) و مخلوط کردن خشک با پروانه (IDB)
۱۸	۲-۲-۱-۳-۲ ته نشینی جاذبه ای
۱۹	۳-۲-۱-۳-۲ ته نشین سازی گریز از مرکز
۱۹	۴-۲-۱-۳-۲ رسوب الکتروفورتیک
۲۰	۵-۲-۱-۳-۲ پالایش فشاری/ ریخته گری لغزشی خلاء
۲۲	۲-۱-۳-۲ تف جوشی
۲۴	۲-۳-۲ فرآیند ذوب
۲۴	۱-۲-۳-۲ ریخته گری گریز از مرکز
۲۴	۲-۲-۳-۲ ریخته گری ته نشینی
۲۵	۳-۲-۲-۲ پر کردن قالب کنترل شده
۲۸	۴-۲-۳-۲ انجماد جهتی
۳۰	۵-۲-۳-۲ فرآیند تراوش
۳۲	۶-۲-۳-۲ تراوش واکنشی
۳۲	۳-۳-۲ تولید FGM های پلیمری
۳۳	۴-۳-۲ مدل کردن تولید FGM
۳۳	۴-۲ تحلیل ساختار
۳۳	۱-۴-۲ مقدمه ای بر ریز ساختارهای مدرج
۳۲	۲-۴-۲ کسر حجمی
۳۵	۳-۴-۲ نوع پراکندگی ساختار
۳۶	۴-۴-۲ تغییرات آرام بر خلاف ساختارهای لایه های مستقیم
۳۷	۵-۴-۲ تشریح ریاضی تغییرات
۴۰	۵-۲ برآورد خواص FGM ها
۴۰	۱-۵-۲ توضیحات کلی

۴۱	۲-۵-۲ روش تخمین
۴۲	۳-۵-۲ خصوصیات مؤثر مواد
۴۳	۶-۲ رفتار ماکرومکانیک FGM ها
۴۳	۱-۶-۲ رفتار ماکرومکانیکی یک ماده مرکب چند لایه
۴۴	۲-۶-۲ تنش و کرنش مربوط به مواد غیر ایزوتروپ
	<b>فصل سوم: استخراج معادلات</b>
۴۸	۱-۳ مقدمه
۴۹	۲-۳ تعاریف اساسی رفتار سیستم های مکانیکی
۴۹	۱-۲-۳ پایداری
۵۱	۲-۲-۳ ناپایداری
۵۳	۳-۲-۳ بار کمانشی
۵۵	۴-۲-۳ تعیین پایداری
۵۵	۱-۴-۲-۳ روش همسایگی تعادل
۵۶	۲-۴-۲-۳ روش انرژی
۵۷	۵-۲-۳ معادلات حرکت
۵۷	۱-۵-۲-۳ روش تعادل دینامیکی ( اصل دالامبر)
۵۷	۲-۵-۲-۳ اصل هامیلتون
۵۸	۳-۵-۲-۳ اصل کار مجازی
۵۸	۶-۲-۳ ارتعاشات آزاد
۵۹	۳-۳ معادلات حاکم بر پوسته های کروی
۵۹	۱-۳-۳ فرضیات
۵۹	۲-۳-۳ پوسته ها
۶۰	۳-۳-۳ پوسته های کروی
۶۰	۱-۳-۳-۳ هندسه پوسته های کروی
۶۱	۲-۳-۳-۳ معادلات حاکم بر پوسته های کروی ایزوتروپیک



۶۳	روابط سینماتیک ۳-۳-۳-۳
۶۳	معادلات ساختاری ۴-۳-۳-۳
۶۵	معادلات ساختاری تحت بار حرارتی ۵-۳-۳-۳
۶۶	معادلات تعادل پوسته های کروی ۶-۳-۳-۳
۶۸	معادلات پایداری ۸-۳-۳-۳
۷۱	تعمیم معادلات برای پوسته های کروی FGM ۹-۳-۳-۳
۷۲	منتجه های نیرو و گشتاور پوسته های کروی FGM ۱-۹-۳-۳
۷۲	معادلات پایداری ۲-۹-۳-۳
۷۳	معادلات حرکت ۱۰-۳-۳
۷۵	تغییر یکنواخت بار حرارتی (UTCL) ۱۱-۳-۳

#### فصل ۴: روش حل

۷۸	۱-۴-مقدمه
۷۸	۲-۴ شرایط مرزی
۷۹	۳-۴ روش حل گلرکین
۸۰	۴-۴ تحلیل کمانش حرارتی پوسته های کروی به کمک روش گلرکین
۸۱	۵-۴ تحلیل ارتعاشی پوسته های کروی به کمک روش گلرکین

#### فصل ۵: بحث و نتیجه گیری

۸۶	۱-۵ مقدمه
۸۶	۲-۵ ثوابت بکار رفته در محاسبات
۸۶	۳-۵ نتایج و بررسی
۸۷	۱-۳-۵ تحلیل کمانش حرارتی
۱۰۴	۲-۳-۵ بررسی ارتعاشات آزاد پوسته های کروی FGM در محیط حرارتی
۱۱۶	۴-۵ نتیجه گیری
۱۱۸	۵-۵ پیشنهاداتی جهت ادامه کار

۱۱۹

مراجع

۱۲۶

ضمیمه

## فهرست جدول ها

صفحه	عنوان جدول
۸۶	جدول (۱-۵): خواص مکانیکی فولاد ضدزنگ و اکسید آلومینیوم
۸۶	$h/R$ در زاویه کمکی $\phi_L = \frac{\pi}{9}$ جدول (۲-۵): کرنش کمانشی بحرانی پوسته های کروی ایزوتروپیک به ازای مقادیر مختلف
۸۹	$h/R$ در زاویه کمکی $\phi_L = \frac{\pi}{6}$ جدول (۳-۵): کرنش کمانشی بحرانی پوسته های کروی ایزوتروپیک به ازای مقادیر مختلف
۹۰	$h/R$ در زاویه کمکی $\phi_L = \frac{\pi}{2}$ جدول (۴-۵): کرنش کمانشی بحرانی پوسته های کروی ایزوتروپیک به ازای مقادیر مختلف

## فهرست شکل ها

صفحه	عنوان شکل
۱۷	شکل ۱-۲: شماتیک ساختار دو پیستون برای تجهیزات جت انجماد چند فازه
۲۱	شکل ۲-۲: طرح تجهیزات تصفیه کننده (a) با استفاده از فشار گاز کنترل شده (b) با استفاده از فشار مایع کنترل شده
۲۲	شکل ۳-۲: گرادیان تخلخل در نمونه سرامیک تف جوشی شده بوسیله تصفیه فشاری
۲۳	شکل ۴-۲: گرادیان غلظت Co، سختی و سفتی شکست به همراه گرادیان اندازه دانه کاربید
۲۵	شکل ۵-۲: میکروگراف یک گرادیان آلیاژ WC/Cu/Mn و توزیع فضایی مربوط به غلظت ذرات WC
۲۶	شکل ۶-۲: فرآیند ریخته گری جاذبه ای چند آلیاژی
۲۷	شکل ۷-۲: کامپوزیت A356/Duralcan بعد از ۷۰۰ سیکل گرمایی در درجه حرارت 400 <sup>o</sup> C (a) نمونه با سطح مدرج (b) نمونه با سطح غیر مدرج
۲۹	شکل ۸-۲: دستگاه برای آزمایشات انجماد جهتی (a) با جابه جایی طبیعی (b) با جابه جایی اجباری
۲۹	شکل ۹-۲: توزیع غلظت در آلیاژهای Al-4 wt.%Cu، انجماد با سرعت ۰/۹ $\mu m/s$ (مربع)، ۹/۰ $\mu m/s$ (دایره)، $\mu m/s$ ۴۶ و ۲۶۴ در یک کوره القایی
۳۱	شکل ۱۰-۲: تشکیل گرادیان W/Cu (a) شرایط شروع بعد از شکل گیری گریز از مرکز (b) گرادیان تخلخل بعد از تف جوشی فاز مایع (c) گرادیان W/Cu بعد از تراوش Cu
۳۵	شکل ۱۱-۲: شماتیک تغییرات ریز ساختاری که در یک ماده دو فازی، بصورت افزایش کسر حجمی فاز دوم، رخ می دهد
۳۶	شکل ۱۲-۲: تفاوت بین ریز ساختار لایه ای و یک ریز ساختار با تغییرات پیوسته
۳۸	شکل ۱۳-۲: دیاگرام پروفایل ترکیب یک زوج نفوذی و شکل بعد از زمان t برای یک سیستمی که حل شوندگی جامد کاملی را از خود بروز می دهد
۴۰	شکل ۱۴-۲: پخش فاز بدست آمده از تغییرات توان در رابطه قانون توان
۴۲	شکل ۱۵-۲: نمایش قانون اصلاح شده ترکیب ها مورد استفاده برای تخمین منحنی تنش- کرنش
	<b>FGMها</b>
۴۴	شکل ۱۶-۲: لایه های تشکیل دهنده یک چند لایه
۵۰	شکل ۱-۳: توپ صلب در گودی

- شکل ۲-۳: میله تحت بار محوری ۵۰
- شکل ۳-۳: یک میله تحت بار محوری همراه با اغتشاش های کوچک ۵۱
- شکل ۴-۳: توپ صلب بر روی یک تپه ۵۲
- شکل ۵-۳: توپ در وضعیت تعادل با احتمال ناپایداری ۵۲
- شکل ۶-۳: میله تحت کمانش محوری ۵۳
- شکل ۷-۳: کمانش در همسایگی وضعیت تعادل پایدار ۵۴
- شکل ۸-۳: کمانش در یک وضعیت تعادل پایدار غیر همسایه ۵۴
- شکل ۹-۳: سطح مرجع پوسته به همراه دستگاه مختصات ۵۹
- شکل ۱۰-۳: نمایی از پوسته کروی ۶۱
- شکل ۱۱-۳: پوسته کروی دارای تکیه گاههای ساده ۶۲
- شکل ۱۲-۳: نمایی از پوسته کروی FGM ۷۲
- شکل ۱-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 0$  ۹۱
- شکل ۲-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 0.5$  ۹۲
- شکل ۳-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 1$  ۹۲
- شکل ۴-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 2$  ۹۳
- شکل ۵-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 5$  ۹۳
- شکل ۶-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 10$  ۹۴
- شکل ۷-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 1000$  ۹۴
- شکل ۸-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی  $\pi/9$  و کسرهای حجمی متفاوت ۹۵
- شکل ۹-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی  $\pi/18$  و کسرهای حجمی متفاوت ۹۶
- شکل ۱۰-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با کسر حجمی در  $\frac{h}{R} = 0.01$  و زوایای کمکی متفاوت ۹۷
- شکل ۱۱-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با کسر حجمی در  $\frac{h}{R} = 0.03$  و زوایای کمکی متفاوت ۹۷
- شکل ۱۲-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با کسر حجمی در  $\frac{h}{R} = 0.05$  و زوایای کمکی متفاوت ۹۸
- شکل ۱۳-۵: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با کسر حجمی در  $\frac{h}{R} = 0.07$  و زوایای کمکی متفاوت ۹۸

- ۹۹ شکل ۵-۱۴: تغییرات کرنش بحرانی کمانشی با کسر حجمی در  $\frac{h}{R} = 0.09$  و زوایای کمکی متفاوت
- ۱۰۰ شکل ۵-۱۵: تغییرات درجه حرارت بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 0$
- ۱۰۱ شکل ۵-۱۶: تغییرات درجه حرارت بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 1$
- ۱۰۲ شکل ۵-۱۷: تغییرات درجه حرارت بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 5$
- ۱۰۲ شکل ۵-۱۸: تغییرات درجه حرارت بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و کسر حجمی  $k = 10$
- ۱۰۳ شکل ۵-۱۹: تغییرات درجه حرارت بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\pi/9$  و کسرهای حجمی متفاوت
- ۱۰۴ شکل ۵-۲۰: تغییرات درجه حرارت بحرانی کمانشی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\pi/18$  و کسرهای حجمی متفاوت
- ۱۰۵ شکل ۵-۲۱: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در کسرهای حجمی مختلف و  $T = 0$  و  $\phi_L = \frac{\pi}{6}$
- ۱۰۶ شکل ۵-۲۲: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در کسرهای حجمی مختلف و  $T = 100^\circ\text{C}$  و  $\phi_L = \frac{\pi}{6}$
- ۱۰۶ شکل ۵-۲۳: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در کسرهای حجمی مختلف و  $T = 200^\circ\text{C}$  و  $\phi_L = \frac{\pi}{6}$
- ۱۰۷ شکل ۵-۲۴: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در کسرهای حجمی مختلف و  $T = 300^\circ\text{C}$  و  $\phi_L = \frac{\pi}{6}$
- ۱۰۸ شکل ۵-۲۵: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و  $k = 0$
- ۱۰۸ شکل ۵-۲۶: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و  $k = 1$
- ۱۰۹ شکل ۵-۲۷: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و  $k = 2$
- ۱۰۹ شکل ۵-۲۸: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و  $k = 5$
- ۱۱۰ شکل ۵-۲۹: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایای کمکی مختلف و  $k = 10$
- ۱۱۱ شکل ۵-۳۰: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\frac{\pi}{12}$  و کسرهای حجمی مختلف
- ۱۱۲ شکل ۵-۳۱: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\frac{\pi}{2}$  و  $k = 1$
- ۱۱۳ شکل ۵-۳۲: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\frac{\pi}{3}$  و  $k = 1$
- ۱۱۳ شکل ۵-۳۳: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\frac{\pi}{6}$  و  $k = 1$
- ۱۱۰ شکل ۵-۳۴: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\frac{\pi}{9}$  و  $k = 1$
- ۱۱۰ شکل ۵-۳۴: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\frac{\pi}{12}$  و  $k = 1$
- ۱۱۱ شکل ۵-۳۵: تغییرات فرکانس طبیعی با  $h/R$  در زوایه کمکی  $\frac{\pi}{18}$  و  $k = 1$

## فهرست علائم اختصاری

### علائم اختصاری

### توضیح

چرخش در سطح میانی در راستای  $\Phi$

چرخش در سطح میانی در راستای  $\theta$

مؤلفه های کرنش عمودی و برشی در هر نقطه دلخواه از ضخامت پوسته

مؤلفه های کرنش عمودی و برشی در سطح میانی

انحنای خمشی

مدول الاستیک

E

نیرو بر گشتاور بر واحد طول پوسته

گشتاور بر واحد طول پوسته

اختلاف دما از دمای مبنا

ضریب انبساط حرارتی

کسر حجمی

ضخامت پوسته

چگالی

مختصات نصف النهاری

مختصات محیطی

شعاع پوسته کروی

فرکانس طبیعی پوسته

سختی الاستیک

زاویه کمکی پوسته کروی

۲-۷- تعداد موج محیطی

تعداد موج نصف النهاری

جابه جایی قبل از کمانش





**فصل اول**

**پیشگفتار**

پوسته، سازه ای نازک با سطح منحنی است که بارها را بصورت کششی، فشاری و برشی به تکیه گاه ها منتقل می نماید. سازه های پوسته ای به عنوان مطلوب ترین عناصر سازه ای در بخش های مختلف مهندسی از جمله مکانیک، عمران، معماری، هوافضا و دریانوردی می باشند. از جمله کاربرد این پوسته ها در حیطه عمران و معماری می توان به سازه های سقفی، سیلو ها، مخازن نگهداری مایعات و گازها و تجهیزات هسته ای اشاره نمود. در زمینه مهندسی مکانیک نیز پوسته ها می توانند در سیستم های لوله کشی، توربین ها و مخازن تحت فشار مورد استفاده قرار گیرند. همچنین، هواپیماها، موشک ها، راکت ها، کشتی ها، زیردریایی ها و مخازن حامل سوخت مثال هایی از موارد کاربرد پوسته ها در صنایع هوافضا و مهندسی دریا می باشند. پوسته ها با توجه به شکل شان به چهار دسته (سین کلاستیک، آنتی کلاستیک، قابل توسعه، شکل آزاد) تقسیم می شوند

- اشکال سین کلاستیک (گنبد ها): دارای دو منحنی هستند که خطوط انحنای آن در هر جهت مشابه می باشد.
- اشکال قابل توسعه (مخروط، استوانه): در یک جهت دارای خطوط مستقیم و در جهت دیگر بصورت منحنی می باشند که از خمش در صفحه مسطح حاصل شده اند.
- اشکال آنتی کلاستیک (اشکال زین اسبی شامل: مخروطی، سهموی - هذلولی، شبه هذلولی): دارای انحنای مضاعف بوده که خطوط انحنای در جهت مخالف هم می باشند.
- اشکال آزاد: دارای فرمهای آزادی هستند که از محاسبات ریاضی بدست نمی آیند.

در بین این پوسته ها، پوسته های کروی مانند گنبدها به دلیل شکل ظاهری خاص خود از اهمیت ویژه ای در مقایسه با دیگر انواع پوسته ها برخوردار می باشند و با روند رو به افزایشی در صنعت، سازه های پیشرفته و معماری مورد استفاده قرار می گیرند. این پوسته ها از دوران یک خط منحنی حول یک محور بوجود می آیند که شناخته شده ترین شکل آن گنبدهایی به شکل کره می باشد که از دوران یک دایره حاصل شده است. اگر منحنی دایروی یک نیم دایره باشد که حول قطر خود دوران می کند سطح حاصل از دوران یک کره بسته است. قسمت های عمودی پوسته، بصورت خطوط قوسی طولی (نصف النهار) و قسمت های افقی پوسته، بصورت دایره های موازی می باشند. پوسته های کروی حائز اهمیت ویژه ای در ساخت مخازن نگه دارنده تحت فشار معمولی و فشار بالا بخصوص در صنایع نفت و شیمی می باشند. از پرکاربردترین قسمت های پوسته کروی می توان به پوسته های نیم کره و کره های کم عمق اشاره نمود که دارای کاربرد فراوانی در ساخت تانک های سوخت، اتاق احتراق، زیر دریایی و ماهواره ها هستند.

پوسته ها یا از مواد همگن (ایزوتروپیک) ساخته می‌شوند و یا از مواد ناهمگن (کامپوزیت). از بین مواد کامپوزیت، مواد هدفمند<sup>۱</sup> (FGM) توجه قابل توجه مهندسان و دانشمندان را برای استفاده های چند منظوره خود جذب کرده است.

افزایش خواص مکانیکی مواد مورد استفاده جهت ساخت عناصر سازه ای (پوسته، ورق ها و تیرها) و حفاظت از آنها در برابر شکست ساختاری نمونه‌هایی از چالش هایی است که در گذشته مهندسين و ماتریالیست ها با آن رو به رو بودند. FGM نقش مؤثری را جهت مواجهه با تمامی این چالش ها دارد. این مواد معمولاً بطور پیوسته و یکنواخت از فلزی با سختی بالا در سطح بیرونی تا یک ماده سرامیکی با حفاظت حرارتی بسیار عالی در سطح داخلی درجه بندی می‌شوند. FGM ها برای پاسخگویی به اهداف خاص مهندسی از دو یا چند ماده ساخته می‌شوند. این مواد بصورت یک بعدی و هم چنین چند بعدی یافت می‌شوند. از نظر میکروسکوپی FGM ها مواد کامپوزیتی ناهمگن هستند ولی از دیدگاه ماکروسکوپی خواص مکانیکی این مواد بطور پیوسته از یک سطح به سطح دیگر به آرامی با تغییر کسر حجمی مواد تشکیل دهنده تغییر می‌کند. این مواد بدلیل داشتن محافظ گرمایی می‌توانند در محیط هایی با فشار بالا بخوبی مقاومت کنند. این خصوصیات به تدریج با موقعیت و دما تغییر می‌کنند. FGM ها مواد کامپوزیتی پیشرفته و چند منظوره هستند که دارای کاربردهای فراوانی در تکنولوژی مدرن می‌باشند. بدلیل خاصیت تغییر پیوسته مواد در فضایی با مقیاس ماکروسکوپی، گاهی اوقات استفاده از FGM از نظر رفتار مکانیکی نسبت به مواد با ساختار فیبری، ترجیح داده می‌شود بخصوص تحت بارهای حرارتی. چون شکاف درونی یا مرزی در آنها وجود ندارد، پیک های تنش در ساختارهای FGM زمانی که نیروی خارجی به آنها اعمال می‌گردند میرا می‌شوند و در نتیجه از شکست بدلیل عدم پیوستگی درونی و تمرکز تنش جلوگیری می‌شود.

در این بین، پوسته های کروی FGM نیز به عنوان یکی از مهمترین انواع پوسته ها در زمینه های مختلف مهندسی مانند هوا-فضا، مکانیک، دریانوردی، انرژی هسته ای، واحد تولید مواد شیمیایی، الکترونیک و بیو مواد موارد مصرف مختلفی دارند. بر این اساس، تحلیل رفتارهای مکانیکی این سازه ها تحت شرایط محیطی و بارگذاری مختلف توجه محققین را به خود جلب کرده است.

## ۲-۱ مروری بر تحقیقات گذشته

در سال های اخیر، تحقیقات زیادی چه بصورت عددی تحلیلی و چه به صورت عددی به بررسی رفتار های مکانیکی پوسته های کروی اختصاص داده شده است. در این قسمت نمونه هایی از مهمترین کارهای انجام شده در این زمینه ذکر می شود:

لامب<sup>۱</sup> [۱] ارتعاشات آزاد پوسته های کروی بسته را براساس تئوری غشایی مورد بررسی قرار داد. فردرهورف<sup>۲</sup> [۲] همان مسئله را با استفاده از تئوری خمشی پوسته های کروی مورد مطالعه قرار داد. تا سال ۱۹۵۵ تحقیقات اندکی درباره ارتعاشات آزاد پوسته های

---

<sup>1</sup> Functionally Graded materials

کروی انجام گرفت تا اینکه رزینر<sup>۳</sup>، جانسون<sup>۴</sup> و رزینر [۴و۳] ارتعاشات عرضی پوسته های کروی کم عمق را مورد مطالعه قرار دادند. پس از آن، همان مسئله براساس تئوری برشی توسط کالنینز<sup>۵</sup> و نقدی [۵] برای ارتعاشات متقارن محوری و توسط کالنینز [۶] برای ارتعاشات نامتقارن پوسته های کم عمق مورد بحث قرار گرفت. بررسی فرکانس آزاد و شکل مود ارتعاشات آزاد پوسته های کروی باز بطور دقیق توسط کالنینز [۷] انجام گرفت. ارتعاشات آزاد پوسته های کروی عمیق توسط نقدی و کالنینز [۸]، پراساد<sup>۶</sup> و جین<sup>۷</sup> [۱۰و۹] مورد تحقیق قرار گرفت. شینمن<sup>۸</sup> و گریف<sup>۹</sup> [۱۱] ارتعاشات آزاد پوسته های تحت دوران چند لایه را با استفاده از اصل همیلتون<sup>۱۰</sup> مورد بررسی قرار دادند. چاندراسخارا<sup>۱۱</sup> [۱۲] رفتار ارتعاشات آزاد پوسته های منحنی شکل کامپوزیتی دو لایه را استفاده از روش المان محدود ارائه دادند. ناراسیمهن<sup>۱۲</sup> و آلوار<sup>۱۳</sup> [۱۳] با استفاده از روش طیفی چبیشف-گلرکین ارتعاشات آزاد پوسته کروی حلقوی ارتوتروپیک با تکیه گاه های گیر دار را مورد مطالعه قرار دادند. تحلیل ارتعاشات آزاد پوسته های کروی چند لایه با استفاده از روش المان محدود در مراجع [۱۴ و ۱۵] مورد بحث قرار گرفت. تپال<sup>۱۴</sup> [۱۶] با بکار بردن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول به تحلیل مود-فرکانس پوسته های کروی چند لایه پرداخت. در بررسی انجام شده، تحلیل مود-فرکانس بر روی یک قطعه پوسته کروی چند لایه با تکیه گاه های ساده بوسیله نرم افزار اجزاء محدود انسیس<sup>۱۵</sup> انجام گرفت. پاسخ های دینامیکی و استاتیکی غیرخطی پوسته های کروی با تکیه گاه های ساده و گیردار غیر متحرک توسط نات<sup>۱۶</sup> و آلوار [۱۷] با بکار بردن بسط سری چبیشف مورد تحلیل قرار گرفت. پایداری پوسته های کروی تحت بارهای اعمال شده یکی از مهمترین عواملی است که باید در مرحله طراحی مورد بررسی قرار گیرد. مقالات متعددی به بحث پیرامون تحلیل کمانش پوسته های کروی تحت بارهای مکانیکی

---

<sup>1</sup> Lamb

<sup>2</sup> Frederhofer

<sup>3</sup> Reissner

<sup>4</sup> Johnson

<sup>5</sup> Kalnins

<sup>6</sup> Prasad

<sup>7</sup> Jain

<sup>8</sup> Sheinman

<sup>9</sup> Grief

<sup>10</sup> Hamilton variational principle

<sup>11</sup> Chandrasekhara

<sup>12</sup> Narasimhan

<sup>13</sup> Alwar

<sup>14</sup> Topal

<sup>15</sup> Ansys

<sup>16</sup> Nath