



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

حل معادله انتقال حرارت تشعشعی در یک هندسه سه بعدی با در نظر گرفتن (مدل سازی) رفتار طیفی محیط واسط

ارائه شده برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

توسط:

آرش ابجدپور

استاد راهنما

دکتر: رضا حسینی ابرده

دانشکده مهندسی مکانیک

۱۳۸۷

بسمه تعالی



شماره مدرک:

فرم اطلاعات پایان نامه
کارشناسی - ارشد و دکترا
کتابخانه مرکزی

شماره دانشجویی: ۸۵۱۲۶۰۶۷		نام: آرش		نام خانوادگی: ابجدپور		مشخصات دانشجو
گروه: تبدیل انرژی		رشته: مهندسی مکانیک		دانشکده: مهندسی مکانیک		
عنوان						حل معادله انتقال حرارت تشعشعی در یک هندسه سه بعدی با در نظر گرفتن (مدل سازی رفتار طیفی محیط واسط)
Title solution of radiative transfer equation in 3-dimensional geometry considering the spectral behavior of the medium						
درجه و رتبه		نام خانوادگی:		نام خانوادگی: دکتر حسینی		استاد راهنما
		نام:		نام: رضا		
درجه و رتبه		نام خانوادگی:		نام خانوادگی:		استاد مشاور
		نام:		نام:		
سال تحصیلی: ۱۳۸۷		دانشنامه				
		کارشناسی <input type="radio"/> ارشد <input checked="" type="radio"/> دکترا <input type="radio"/>				
		نوع پروژه				
		کاربردی <input checked="" type="radio"/> نظری <input checked="" type="radio"/> توسعه ای <input type="radio"/> بنیادی <input type="radio"/>				
تعداد صفحات: <input type="radio"/> ضمیمه <input type="radio"/>		تعداد مراجع: ۳۴		تعداد صفحات: ۱۳۰		مشخصات ظاهری
		نقشه <input type="radio"/> واژه نامه <input type="radio"/>		تصویر <input checked="" type="radio"/> جدول <input checked="" type="radio"/> نمودار <input checked="" type="radio"/>		
		فارسی <input checked="" type="radio"/> انگلیسی <input checked="" type="radio"/>		فارسی <input checked="" type="radio"/> انگلیسی <input type="radio"/>		زبان متن
		چکیده				
						یاداشت
						توصیفگر
معادله انتقال تابشی، روش مجموع وزنی گازهای خاکستری، روش جهات گسسته						کلید واژه فارسی
Key word of English		radiative transfer equation, weighted sum of gray gas, discrete ordinate method				

سپاس‌گزاری

بدین وسیله از استاد ارجمند جناب آقای دکتر رضا حسینی برای راهنمایی‌های ارزنده و بی‌شائبه‌شان در طول انجام این پایان‌نامه کمال تشکر و سپاس‌گزاری را دارم. همچنین از دوستان گرامی آقایان مهندس بهزاد فلاحتی و مهندس مهدی حسینی که در طول انجام این پروژه مرا یاری نموده‌اند، قدردانی می‌نمایم.

“تقدیم بہ پدر و مادر مہربانم”

تعهدنامه اصالت اثر

اینجانب آرش ابجدپور متعهد می‌شوم که مطالب مندرج در این پایان نامه حاصل کار پژوهشی اینجانب تحت نظارت و راهنمایی اساتید دانشگاه صنعتی امیرکبیر بوده و به دستاوردهای دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شده است مطابق مقررات و روال متعارف ارجاع و در فهرست منابع و مآخذ ذکر گردیده است. این پایان نامه قبلاً برای احراز هیچ مدرک هم‌سطح یا بالاتر ارائه نگردیده است. در صورت اثبات تخلف در هر زمان، مدرک تحصیلی صادر شده توسط دانشگاه از درجه اعتبار ساقط بوده و دانشگاه حق پیگیری قانونی خواهد داشت.

کلیه نتایج و حقوق حاصل از این پایان نامه متعلق به دانشگاه صنعتی امیرکبیر می‌باشد. هرگونه استفاده از نتایج علمی و عملی، واگذاری اطلاعات به دیگران یا چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه و اقتباس از این پایان نامه بدون موافقت کتبی دانشگاه صنعتی امیرکبیر ممنوع است. نقل مطالب با ذکر مآخذ بلامانع است.

آرش ابجدپور

امضا

چکیده

انتقال حرارت تابشی در تجهیزات صنعتی نظیر کوره ها، بویلرها، مبدل های حرارتی دما بالا و عملیات حرارتی سهم قابل توجهی از میزان انتقال حرارت کلی را به خود اختصاص می دهد. با توجه به حضور گازهای گرم جاذب و ناشر تابش در این تجهیزات و پیچیدگی خواص تابشی گازها نیاز به استفاده از یک روش دقیق و در عین حال سریع برای مدل سازی خواص گازها مشهود است. علاوه بر این حل مسائل تابش در محیط فعال، نیازمند حل معادله انتقال تابشی می باشد که یک معادله انتگرالی دیفرانسیلی است.

در این پایان نامه معادله انتقال تابشی در یک هندسه مکعب مستطیلی با استفاده از روش جهات گسسته حل شده است. به منظور مدل سازی وابستگی طیفی خواص تابشی گاز، از روش مجموع وزنی گازهای خاکستری استفاده شده است. علاوه بر حل مساله فوق در حالت سه بعدی و برای میدان دماهای معلوم و مجهول، به حل و صحنه گذاری مسائل یک بعدی و دو بعدی نیز پرداخته شده است.

فهرست مطالب

صفحه	موضوع
الف	سپاس‌گزاری
ب	تقدیم
ت	تعهدنامه اصالت اثر
ث	چکیده
ذ	فهرست شکل‌ها
س	فهرست جداول
ص	فهرست علائم

فصل ۱- مقدمه

۱	۱-۱ اهمیت مدل سازی تابش در کوره‌های صنعتی
۲	۲-۱ دشواری‌های مدل سازی تابشی
۲	۳-۱ اهداف پایان نامه

فصل ۲- روش‌های مدل سازی خواص تابشی گاز و حل معادله انتقال تابشی

۵	۱-۲ بررسی مدل‌های محاسبه خواص تابشی گاز
۶	۱-۲-۱ روش ضریب جذب گاز خاکستری معادل
۷	۲-۱-۲ روش باند باریک آماری
۷	۳-۱-۲ روش باند پهن نمایی
۸	۴-۱-۲ روش جعبه‌ای
۹	۵-۱-۲ اس ال دابلیو
۱۲	۶-۱-۲ مدل توزیع طیفی کلی ضریب جاذبیت

۱۴	۷-۱-۲ مدل توزیع همبسته ضریب جاذبیت
۱۶	۸-۱-۲ روش آ دی اف
۱۶	۲-۲ روش های حل عددی معادله انتقال تابشی
۱۶	۱-۲-۲ معادله انتقال تابشی در یک محیط فعال گازی
۱۷	۲-۲-۲ روش حجم محدود
۱۹	۳-۲-۲ روش انتقال گسسته
۲۲	۴-۲-۲ روش ناحیه ای
۲۵	۵-۲-۲ روش مونت کارلو
۲۷	۶-۲-۲ روش شار
فصل ۳- روش مجموع وزنی گازهای خاکستری	
۲۸	۱-۳ مدل های مختلف مجموع وزنی خاکستری
۲۹	۱-۱-۳ روش مجموع وزنی خاکستری اسمیت
۳۱	۲-۱-۳ روش مجموع وزنی خاکستری ترولو
۳۲	۳-۱-۳ روش مجموع وزنی خاکستری کوپال - ورویش
۳۳	۴-۱-۳ مدل فرگ
۳۴	۵-۱-۳ تقریب چند جمله ای
۳۵	۶-۱-۳ مدل های دو رگه جعبه ای استوارد و کوکافی
۳۵	۷-۱-۳ مجموع وزنی گازهای خاکستری تک خطی
۳۶	۲-۳ گسیل کلی و استاندارد گازها
۳۷	۳-۳ مدل های معیار موجود برای خواص تشعشی $H_2O - CO_2 - N_2$
۳۸	۱-۳-۳ پایگاه داده های هیترن برای محاسبات خط به خط
۳۹	۲-۳-۳ محاسبات پویای مدل باند باریک
۴۰	۳-۳-۳ پایگاه داده های مدل باند پهن نمایی
۴۰	۴-۳-۳ پایگاه داده های توزیع ضریب جاذبیت برای محاسبات خواص تشعشی
۴۱	۵-۳-۳ اصول حاکم در ایجاد ثابت های یک روش جمع وزنی خاکستری
۴۲	۴-۳ مقایسه نتایج روش های مختلف مجموع وزنی گازهای خاکستری
۴۵	۱-۴-۳ معیار دقت مدل های مختلف ضریب گسیل کلی
۵۱	۲-۴-۳ مقایسه ضریب گسیل در فشار اتمسفر
۵۱	۳-۴-۳ ضریب جاذبیت موثر در فشار اتمسفر

۵۳	۵-۳ مدل پیشنهادی برای محاسبه ضریب جاذبیت خاکستری
۵۳	۶-۳ کوپل شدن تقریب‌های گسیل با آر تی ای
۵۴	۱-۶-۳ طبقه بندی مسائل تشعشعی
۵۵	۲-۶-۳ مدل خاکستری برای معادله انتقال
۵۶	۳-۶-۳ مدل طیفی برای معادله انتقال
	فصل ۴ - روش جهات گسسته برای حل معادله انتقال تابشی
۵۷	۱-۴ تاریخچه
۵۷	۱-۱-۴ تقریب چاندارسرخار برای فضای نیمه متناهی
۶۰	۲-۱-۴ سیر تکاملی
۶۳	۲-۴ فرمولاسیون روش جهات گسسته
۶۹	۱-۲-۴ شرایط مرزی
۶۹	۲-۲-۴ میان یابی روش جهات گسسته
۷۱	۳-۴ مدل سازی پراکنش
۷۲	۴-۴ میدان دمای مجهول
۷۲	۱-۴-۴ معادله انرژی
۷۳	۲-۴-۴ حل معادله انرژی
۷۴	۵-۴ الگوریتم حل در روش جهات گسسته
۷۸	۶-۴ طرح تفاضلات مکانی
۷۸	۱-۶-۴ طرح استپ
۷۸	۲-۶-۴ طرح تفاضلات دیاموند
۷۹	۳-۶-۴ طرح تفاضلات نمایی
۸۰	۷-۴ طرح‌های گسسته سازی زاویه فضایی
۸۰	۱-۷-۴ اصول حاکم بر طرح‌های تقسیم
۸۳	۲-۷-۴ طرح گسسته‌های متقارن هم سطح
۸۵	۳-۷-۴ طرح گسسته سازی با اوزان مساوی
۸۶	۴-۷-۴ طرح‌های گسسته سازی لبدوف
۸۷	۵-۷-۴ طرح‌های گسسته سازی بر مبنای ملاحظات هندسی
۸۹	۶-۷-۴ طرح‌های گسسته سازی دی سی تی
۸۹	۷-۷-۴ دی ا اس - آی اس دابلیو

۹۰	۸-۴ مزایای روش جهات گسسته
	فصل ۵ - نتایج
۹۱	۱-۵ گاز بین دو صفحه بینهایت بزرگ با دمای معلوم گاز و صفحات
۹۱	۱-۱-۵ گاز سرد بین صفحات داغ
۹۱	۲-۱-۵ گاز داغ بین صفحات سرد
۹۲	۳-۱-۵ ضریب جاذبیت خاکستری بهینه
۹۴	۴-۱-۵ نتایج
۹۵	۲-۵ محفظه دو بعدی با بار تابشی یکنواخت
۹۶	۱-۲-۵ نتایج
۹۸	۳-۵ محفظه دو بعدی با بار تابشی نقطه ای
۱۰۰	۱-۳-۵ نتایج
۱۰۲	۴-۵ محفظه مکعب مستطیلی با دمای معلوم گاز
۱۰۳	۱-۴-۵ نتایج
۱۰۶	۲-۴-۵ اثر فشار
۱۰۷	۳-۴-۵ اثر غلظت
۱۱۰	۴-۴-۵ بررسی استقلال حل عددی
۱۱۲	۵-۴-۵ بررسی خطا
۱۱۴	۶-۴-۵ سرعت همگرایی
۱۱۶	۵-۵ محفظه سه بعدی با میدان دمای نامعلوم
۱۱۶	۱-۵-۵ محفظه مکعب مستطیلی با دیورژانس شار حرارتی یکنواخت
۱۲۰	۲-۵-۵ محفظه مکعب مستطیلی با دیورژانس شار حرارتی پله ای
۱۲۴	۶-۵ جمع بندی
۱۲۶	۷-۵ پیشنهاد برای کارهای آینده
۱۲۷	مراجع

فهرست اشکال

شماره صفحه

- شکل (۱-۲): وابستگی شدید خواص تابشی گاز به طول موج ۶
- شکل (۲-۲): روش جعبه ای ۹
- شکل (۳-۲): روش اس ال دابلو ۱۱
- شکل (۴-۲): تغییرات k بر حسب k_0 در یک مقدار انباشتگی g ۱۴
- شکل (۵-۲): تقسیم زاویه فضایی ۱۸
- شکل (۶-۲): ردیابی اشعه با روش جهات گسسته ۲۱
- شکل (۱-۳): نمونه ای از طیف گسیل الف-روش خط به خط . ب- روش باند باریک. ج- روش باند پهن ۳۸
- شکل (۲-۳): مقایسه ضریب گسیل مدل فرگ با مدل باند پهن نمایی برای بخار آب ۴۶
- شکل (۳-۳): مقایسه ضریب گسیل مدل فرگ با مدل باند پهن نمایی برای دی اکسیدکربن ۴۷
- شکل (۴-۳): مقایسه ضریب گسیل مدل های مختلف با مدل باند پهن نمایی برای مخلوط دی اکسیدکربن و بخار آب ۴۸
- شکل (۵-۳): مقایسه درصد خطای ضریب گسیل مدل های جمع وزنی خاکستری نسبت به مدل باند پهن نمایی برای مخلوط دی اکسیدکربن و بخار آب ۴۹
- شکل (۶-۳): مقایسه ضریب جذبیت مدل های جمع وزنی خاکستری با مدل باند پهن نمایی برای مخلوط دی اکسیدکربن و بخار آب ۵۰
- شکل (۱-۴): ناحیه بین دو صفحه موازی ۵۸

- ۵۹ شکل (۲-۴): یک فضای نیمه متناهی
- ۷۰ شکل (۳-۴): میان یابی روش جهات گسسته
- ۷۷ شکل (۴-۴): فلوچارت روش جهات گسسته برای میدان دمای معلوم و مجهول
- ۸۲ شکل (۵-۴): تشکیل سه تایی‌های جهات گسسته
- ۸۳ شکل (۶-۴): تشکیل طرح تقسیم اس ۸
- ۸۵ شکل (۷-۴): تشکیل طرح تقسیم ای ۸
- ۸۸ شکل (۸-۴): تشکیل طرح تقسیم تی ۴ توسط راکولین
- ۸۸ شکل (۹-۴): تشکیل طرح تقسیم تی ۴ توسط تروگود
- ۹۳ شکل (۱-۵): ضرایب جاذبیت بهینه الف-دیواره های سرد گاز گرم . ب- دیواره گرم گاز سرد
- ۹۴ شکل (۲-۵): دیورژانس شار حرارتی برای دو صفحه موازی دیواره های گرم و گاز میانی گاز سرد
- ۹۵ شکل (۳-۵): دیورژانس شار حرارتی برای دو صفحه موازی دیواره های سرد گاز میانی گرم
- ۹۷ شکل (۴-۵): کانتورهای دما در یک داکت با مقطع مربع
- ۹۷ شکل (۵-۵): کانتورهای بدست آمده دما در یک داکت با مقطع مربع (کار حاضر)
- ۹۸ شکل (۶-۵): کانتور دما برای ناحیه ضخیم نوری (کار حاضر)
- ۹۹ شکل (۷-۵): یک کوره دو بعدی
- ۱۰۰ شکل (۸-۵): مقادیر دما برای بار نقطه ای
- ۱۰۱ شکل (۹-۵): کانتور دما برای بار نقطه ای (کار حاضر)
- ۱۰۱ شکل (۱۰-۵): شار حرارتی المان‌های صفحه ای برای بار نقطه ای بر حسب شماره المان

- شکل (۵-۱۱): دمای المان‌های حرارتی برای بار نقطه‌ای بر حسب Ψ ۱۰۲
- شکل (۵-۱۲): دیورژانس شار حرارتی تابشی بر حسب ارتفاع در امتداد خط $(1, 1, z)$ ۱۰۵
- شکل (۵-۱۳): نمودار شار حرارتی فرودی در راستای خط $(2, 1, z)$ ۱۰۶
- شکل (۵-۱۴): نمودار دیورژانس شار حرارتی در طول خط $(1, 1, z)$ برای فشارهای مختلف ۱۰۷
- شکل (۵-۱۵): دیورژانس شار حرارتی را برای نسبت فشارهای مختلف بخار آب به گاز کربنیک ۱۰۸
- شکل (۵-۱۶): دیورژانس شار حرارتی برای نسبت فشارهای ۱ و ۲ ۱۰۹
- شکل (۵-۱۷): نمودار دیورژانس شار حرارتی در امتداد $(1, 1, z)$ برای مراتب مختلف جهات گسسته ۱۱۱
- شکل (۵-۱۸): نمودار دیورژانس شار حرارتی در امتداد $(1, 1, z)$ برای ۵ شبکه غیر یکنواخت ۱۱۲
- شکل (۵-۱۹): خطای مقدار دیورژانس شار حرارتی شبکه‌های مختلف در مقایسه با شبکه ریز ۱۱۳
- شکل (۵-۲۰): خطای نسبی مراتب مختلف جهات گسسته نسبت به S_g ۱۱۴
- شکل (۵-۲۱): محفظه سه بعدی با دیورژانس شار حرارتی یکنواخت ۱۱۷
- شکل (۵-۲۲): پروفیل دمای گاز درون محفظه در امتداد خط $(x, 1, m, 2, m)$ ۱۱۸
- شکل (۵-۲۳): کانتورهای دما در صفحه $x = 1, m$ ۱۱۸
- شکل (۵-۲۴): کانتورهای میدان شدت تابش در صفحه $y = 1, m$ ۱۱۹
- شکل (۵-۲۵): کانتورهای میدان دما برای بار پله‌ای در صفحه $x = 1, m$ ۱۲۱
- شکل (۵-۲۶): کانتورهای میدان دما برای بار پله‌ای در صفحه $y = 1, m$ ۱۲۱
- شکل (۵-۲۷): کانتورهای میدان دما برای بار پله‌ای در صفحه $z = 2, m$ ۱۲۲
- شکل (۵-۲۸): پروفیل دما برای بار پله‌ای در راستای خط $(1, 1, z)$ ۱۲۳

- ۳۰ جدول (۱-۳): ثابت‌های ضرایب وزنی گسیل اسمیت
- ۳۱ جدول (۲-۳): ثابت‌های ضرایب وزنی جذب اسمیت
- ۳۲ جدول (۳-۳): ثوابت ترولوو برای محاسبه ضرایب وزنی گسیل
- ۳۳ جدول (۴-۳): ضرایب کوپال - ورویش برای محاسبه ضرایب وزنی گسیل
- ۳۴ جدول (۵-۳): ضرایب فرگ برای محاسبه ضرایب وزنی گسیل
- ۳۵ جدول (۶-۳): ثوابت برای محاسبه ضرایب وزنی هدویک
- ۳۷ جدول (۷-۳): پایگاه‌های اطلاعاتی موجود برای خواص گازها در محدوده مادون قرمز
- ۴۳-۴۴ جدول (۸-۳): محدوده کاربرد روش‌های مجموع وزنی خاکستری
- ۴۸ جدول (۹-۳): انحراف ضریب گسیل‌های محاسبه شده از مدل‌های مختلف جمع وزنی در مقایسه با مدل باند پهن‌نمایی
- ۵۱ جدول (۱۰-۳): انحراف پیشینه و متوسط ضریب جاذبیت محاسبه شده از مدل‌های مختلف جمع وزنی در مقایسه با باند پهن
- ۶۲-۶۳ جدول (۱-۴): پیشینه تحول روش‌های گسسته

- ۶۵ جدول (۲-۴): کسینوس هادی و ضرایب وزنی در مختصات کارتیزین
- ۸۴ جدول (۳-۴): مرتبه ممان‌های ارضا شده توسط جهات گسسته متقارن هم سطح از مرتبه ۴ تا ۱۰
- ۸۶ جدول (۴-۴): مرتبه ممان‌های ارضا شده توسط جهات گسسته هم وزن از مرتبه ۴ تا ۱۰
- ۸۹ جدول (۵-۴): درجات آزادی متناظر با ساختارهای متفاوت روش دی سی تی
- ۹۳ جدول (۱-۵): نسبت ضریب جاذبیت خاکستری به ضریب جاذبیت بهینه برای صفحات گرم و سرد بر حسب فاصله دو صفحه و ضخامت نوری ناحیه
- ۱۰۹ جدول (۲-۵): مقایسه اثر غلظت و ترکیبات هیدروکربنی معادل
- ۱۱۵ جدول (۳-۵): اثر اندازه شبکه در زمان پردازش و خطا
- ۱۱۶ جدول (۴-۵): تاثیر مرتبه جهات گسسته در زمان پردازش و خطا

فهرست علائم

علائم لاتین

ضریب وزنی باند گاز نسبت به تابش کلی جسم سیاه هم دما	a_j
ضریب وزن باندی جذب	$a_{\alpha,\nu}$
ضریب وزنی باندی گسیل	$a_{\varepsilon,\nu}$
مساحت	A
ضریب تصحیح فشار	C
سطح زیر نمودار ضریب جاذبیت از صفر تا باند j ام	$\tilde{C}_{abs,j}$
ظرفیت ویژه حرارتی	C_v
تغییر بسیار کوچک زمان	dt
فاصله دو صفحه موازی	D
انحراف باندی مدل جمع وزنی خاکستری نسبت به روش معیار	$error_\eta$
توان گسیل طیفی جسم سیاه	E_ν°
تابع توزیع طیفی ضریب جاذبیت	f
پارامتر میان یابی بین صفر و یک	f
غلظت دوده	f_ν
تابع توزیع جسم سیاه	F
فاکتور تبادل کلی	F
تابع توزیع طیفی ضریب جاذبیت اکیدا صعودی	g
شار تابشی فرودی	G
سطوح تبادل کلی حجم j به حجم i	$\frac{G_j G_i}{G_j G_i}$
سطوح تبادل کلی حجم j به سطح k	$\frac{G_i S_k}{G_i S_k}$
تابع پله ای واحد	H
شدت تابش	I
ضریب جاذبیت	k

طول مشخصه محفظه	L
تعداد کل باندها	N
چند جمله ای مرتبه n لژاندر	P_n
فشار کل گاز	P_t
شار حرارتی تابشی	q_r
شار فرودی نیمکروی	q_w
انرژی آزاد شده از احتراق	Q
عدد تصادفی	R
راستا	S
سطوح تبادل کلی سطح i به سطح j	$S_i S_j$
دما	T
حجم المان	V
ضریب وزنی تقسیم	w_j
جز مولی گاز	x
جز مولی گاز	Y_s

علائم یونانی

ضریب خاموشی	β
پارامتر مربوط به مشتقات زاویه ای	γ
تابع دلتای دیراک	δ
بردار یکه در جهت تابش	δ_0
پهنای باند	Δu
ضریب گسیل	ε
ضریب گسیل گاز در فشار اتمسفر	ε_g°
ضریب گسیل بانندی پیش بینی شده توسط مدل جمع وزنی خاکستری	$\bar{\varepsilon}_{\eta m}$
ضریب گسیل بانندی واقعی	$\bar{\varepsilon}_{\eta t}$
یکی از کسینوس هادی های در جهت x ، y یا z	ζ
باند طول موج	η

کسینوس هادی در جهت Y	η
طول موج	λ
کسینوس هادی در جهت Z	μ
کسینوس هادی در جهت X	ξ
چگالی	ρ
تابع فاز پراکنش	$\Phi_{m,j}$
ثابت استفان - بولتزمان	σ
ضریب پراکنش	σ_s
ضخامت نوری	τ
عبوردهی تابشی	$\bar{\tau}$
کسر انرژی جذب شده به کل انرژی آزاد شده در المان	ψ
ضریب بازتابش پراکنش	ω
ضریب وزن جهت J ام	ω_j
جهت	Ω

زیرنویس ها

جسم سیاه	b
مرکز	c
مقادر خروجی از المان	e
گاز	g
مقادر ورودی به المان	i
همسان گرد	iso
شمارنده باند طیفی گاز	j
یک جهت مجزای دلخواه	m
شمارنده باند طول موجی	n
نشان دهنده مرکز المان	p
پتچ	$patch$
پلانک	$planck$

در جهت شعاع	r
مرجع	ref
دیوار	w
در جهت زاویه ای	θ