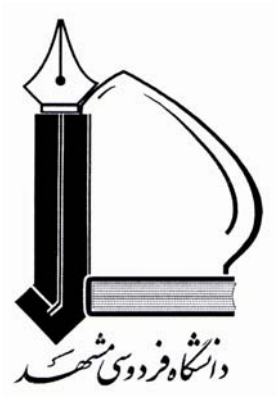
بسم الله الرحمن الرحيم



دانشکده مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد
مهندسی مکانیک

عنوان :

بررسی جریان دوبعدی بین پره‌های ثابت توربین بخار با بکارگیری روش معکوس جهت تلفیق روش‌های حل عددی حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا مه‌پیکر

مؤلف:

ادریس یوسفی راد

بهمن‌ماه ۱۳۸۷

بنام خدا

دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی

گروه مکانیک

عنوان پایان‌نامه :

بررسی جریان دوبعدی بین پره‌های ثابت توربین بخار با بکارگیری روش معکوس جهت تلفیق روش‌های حل عددی حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود

مولف :

ادریس یوسفی راد

ارائه شده جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد در رشته تبدیل‌انرژی

استاد راهنما :

دکتر محمدرضا مه‌پیکر

بهمن‌ماه ۱۳۸۷

تأییدیه

گواهی می‌شود که این پایان‌نامه تاکنون برای احراز یک درجه علمی ارائه نشده است و تمامی مطالب آن به جز مواردی که نام مرجع آورده شده است، نتیجه کار پژوهشی دانشجو می‌باشد.

دانشجو : ادریس یوسفی راد امضاء تاریخ:

استاد راهنما : دکتر محمدرضا مه‌پیکر امضاء تاریخ:

تأییدیه گروه مکانیک

پایان‌نامه حاضر تحت عنوان:

بررسی جریان دوبعدی بین پره‌های ثابت توربین بخار با بکارگیری روش معکوس جهت تلفیق روش‌های حل عددی حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود

که توسط آقای **ادریس یوسفی راد** تهیه و به هیأت داورن ارائه شده، به عنوان کار پژوهشی دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته مکانیک در گرایش تبدیل انرژی، مورد تأیید شورای تحصیلات تکمیلی گروه مکانیک دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد.

تاریخ دفاع: ۸۷/۱۱/۲۷ نمره: **۱۹.۵** درجه ارزشیابی: **A**

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	**سمت**	**امضاء**
دکتر محمدرضا مه‌پیکر	**استاد راهنما**	
دکتر محمد مقیمان	استاد دفاع	
دکتر محمود پسندیده‌فرد	استاد دفاع	
دکتر محسن قاضی‌خانی	نماینده تحصیلات تکمیلی	

تأییدیه گروه مکانیک

پایان‌نامه حاضر تحت عنوان:

بررسی جریان دوبعدی بین پره‌های ثابت توربین بخار با بکارگیری روش معکوس جهت تلفیق روش‌های حل عددی حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود

که توسط آقای **ادریس یوسفی راد** تهیه و به هیأت داورن ارائه شده، به عنوان کار پژوهشی دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته مکانیک در گرایش تبدیل انرژی، مورد تأیید شورای تحصیلات تکمیلی گروه مکانیک دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد.

تاریخ دفاع: ۸۷/۱۱/۲۷ نمره: **۱۹.۵** درجه ارزشیابی: **A**

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	**سمت**	**امضاء**
دکتر محمدرضا مه‌پیکر	**استاد راهنما**	
دکتر محمد مقیمان	استاد دفاع	
دکتر محمود پسندیده‌فرد	استاد دفاع	
دکتر علیرضا تیمورتاش	نماینده تحصیلات تکمیلی	

به نام خداوند اندیشه و قلم

سپاس و ستایش خدای را که به من توفیق داد بتوانم این پایان‌نامه را به اتمام برسانم.

در اینجا بر خود لازم می‌دانم مراتب سپاس و قدردانی خود را از پدر و مادر عزیزم که همواره شمع راه زندگی من بوده‌اند و با کمک‌ها و حمایت‌های بی‌پایان خود، دشواری‌های زندگی را بر من هموار نموده‌اند، کمال تشکر را داشته باشم.

از جناب آقای دکتر مه‌پیکر استاد ارجمند و دلسوزم که پیوسته از کمک و راهنمایی‌های مفید خود مرا در این راه بهره‌مند نموده‌اند صمیمانه تشکر و قدردانی می‌کنم.

در انتها نیز از دوستانی که مرا در اتمام پایان‌نامه کمک و یاری کردند تقدیر و تشکر کرده و امیدوارم که این بزرگواران پیوسته از الطاف الهی بهرمند باشند.

فهرست مطالب

فهرست جداول
فهرست علائم
فهرست اشکال

چکیده
مقدمه ۱

فصل اول: روش‌های عددی زمان‌پیمایشی

مقدمه ۶
۱- ۱ روش‌عددی زمان‌پیمایشی ۹
۱-۲ دسته بندی روش زمان‌پیمایشی ۱۰

فصل دوم: بررسی روش‌های حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود

مقدمه ۱۳
۲-۱ روش‌های تفاضل‌محدود و حجم‌کنترل ۱۵
۲-۱-۱ روش تفاضل‌محدود ۱۵
۲-۱-۲ روش حجم‌کنترل ۱۶
۲-۲ برخی مزایا و معایب در روش‌های حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود ۱۸
۲-۲-۱ روش تفاضل‌محدود ۱۸
۲-۲-۱-۱ مزایای روش تفاضل‌محدود ۱۸
۲-۲-۱-۲ معایب روش تفاضل‌محدود ۱۸
۲-۲-۲ روش حجم‌کنترل ۱۹

۲-۲-۲-۱ مزایای روش حجم‌کنترل ۱۹
۲-۲-۲-۲ معایب روش حجم‌کنترل ۱۹
۲-۳ مقایسه محدوده عملکرد بهینه ۱۹
۲-۴ مقایسه دقت ۲۲
۲-۴-۱ خطای گرد کردن ۲۲

فصل سوم: حل دوبعدی جریان بین دوپره به روش دنتون و مک‌کورمک

مقدمه ۲۷
۳-۱ معادلات حاکم برجریان غیرلزج ۲۷
۳-۲ شبکه‌بندی ۲۸
۳-۳ الگوریتم حل جریان ۲۹
۳-۳-۱ الگوریتم حل در طرح دنتون ۲۹
۳-۳-۱-۱ الگوریتم حل جریان در طرح دنتون ۳۱
۳-۳-۲ الگوریتم حل در طرح مک‌کورمک ۳۸
۳-۳-۲-۱ ترم لزجت مصنوعی مرتبه دو ۴۰
۳-۳-۲-۲ ترم لزجت مصنوعی مرتبه چهار ۴۰
۳-۳-۲-۳ الگوریتم حل جریان در طرح مک‌کورمک ۴۱
۳-۴ شرایط مرزی ۴۵
۳-۵ شرایط اولیه ۴۶
۳-۶ همگرایی و پایداری حل ۴۷
۳-۶-۱ همگرایی و پایداری حل در طرح دنتون ۴۷
۳-۶-۱-۱ پارامترهای هموارکننده و تخفیف ۴۹
۳-۶-۱-۲ نقش پارامتر هموار کننده ۴۹
۳-۶-۱-۳ نقش پارامتر تخفیف ۵۰

۳-۶-۲ همگرایی و پایداری حل در طرح مک‌کورمک ۵۰

فصل چهارم: تلفیق روش حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود به کمک طرح‌های تلفیقیA و B

مقدمه ۵۲
۴-۱ حل معادلات اویلر به روش تلفیق حجم‌کنترل(دنتون) و تفاضل‌محدود(مک‌کورمک) ۵۳
۴-۱-۱ الگوریتم طرح A ۵۳
۴-۱-۲ الگوریتم طرح B ۵۴

فصل پنجم: تلفیق روش حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود به کمک طرح معکوس

مقدمه ۵۷
۵-۱ تعریف مسئله معکوس ۵۸
۵-۱-۱ تئوری و تحقیق ۵۹
۵-۲ تحلیل مسئله معکوس ۶۰
۵-۲-۱ تبیین ریاضی مسئله ۶۰
۵-۳ روشهای گوسی ۶۲
۵-۳-۱ روش گوس نیوتن فراگیر ۶۲
۵-۴ روش تنظیم(تغییر مسئله از حالت بدخیم به حالت خوشخیم) ۶۴
۵-۴-۱ روش تیخونوف ۶۵
۵-۴-۲ روش‌های انتخاب پارامتر ۶۶
۵-۵ معیارهای همگرایی ۶۹
۵-۶ محاسبه ماتریس حساسیت ۷۰
۵-۷ آماده‌سازی روش معکوس ۷۱
۵-۸ روش تائید حل ۷۳

فصل ششم: ارائه نتایج و بررسی آنها

مقدمه ۷۶

۶-۱ نتایج تجربی ۷۸

۶-۱-۱ بررسی نتایج تجربی ۷۹

۶-۲ حل معادلات دوبعدی جریان غیرلزج بین دو پره به روش دنتون ۸۰

۶-۲-۱ بررسی نتایج روش دنتون ۸۰

۶-۳ حل معادلات دوبعدی جریان غیرلزج بین دو پره به روش مک‌کورمک ۸۴

۶-۳-۱ بررسی نتایج دو روش دنتون و مک‌کورمک ۸۴

۶-۴ حل معادلات دوبعدی جریان غیرلزج بین دو پره با تلفیق روش حجم‌کنترل(دنتون) و تفاضل‌محدود(مک‌کورمک) به کمک طرح‌های A و B ۸۸

۶-۴-۱ مقایسه نتایج طرح‌های A و B با روش دنتون و مک‌کورمک ۸۹

۶-۵ حل معادلات دوبعدی جریان غیرلزج بین دو پره با تلفیق روش حجم‌کنترل(دنتون) و تفاضل‌محدود(مک‌کورمک) با استفاده از طرح معکوس ۹۳

۶-۵-۱ مقایسه نتایج طرح معکوس با روش دنتون و مک‌کورمک ۹۳

فصل هفتم: نتیجه‌گیری و پیشنهادها

۷-۱ نتیجه‌گیری ۹۹

۷-۲ پیشنهادهایی برای ادامه کار ۱۰۱

مراجع

فهرست جداول

جدول(۲-۱) تقریب جبری ترم‌های مراتب مختلف ۱۸

جدول(۲-۲) محدوده عملکرد بهینه روش‌های حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود ۱۹

جدول(۲-۳) عبارت‌های خطا ۲۵

جدول(۵-۱) چند تئوری معکوس و مسائل عملی مرتبط ۵۹

جدول(۶-۱) نتایج تجربی نسبت فشار استاتیک به فشار سکون در سطوح مکش، فشار و میانی ۷۸

جدول(۶-۲) شرایط ورودی و خروجی خواص سیال بخار خشک ۷۹

جدول(۶-۳) تعیین مرز بهینه(شماره گره عمودی در راستایi) با استفاده از طرح معکوس برای محدوده حل دنتون و مک‌کورمک در راستای جریان(راستای j) ۹۴

فهرست علائم

بردارهای شار	E,F,G
فشار استاتیک	P
چگالی	ρ
مولفه های سرعت	u,v
مختصات درراستای جریان و عمود برآن	x,y
گام مکانی در جهت y,x	$\Delta x, \Delta y$
گام زمانی	Δt
حجم المان	$\Delta \forall$
مساحت وجه المان	A
انرژی داخلی	e
آنتالپی	h
ثابت گاز	R
دمای استاتیک	T
دمای سکون	T_0
فشار سکون	P_0
گرمای ویژه در فشار و حجم ثابت	C_p, C_v
تفاضل پیشرو در جهات y,x	δ_{XF}, δ_{YF}
تفاضل پسرو در جهات y,x	δ_{XB}, δ_{YB}
اتلافات مصنوعی در جهت y,x	D_X, D_Y
ضریب ترم اتلافی مرتبه دو	γ_x, γ_y
ضریب ترم اتلافی مرتبه چهار	λ_x, λ_y
ماخ	M
سرعت صوت	C_0
خروجی اندازه‌گیری شده	$\vec{T}^m$
خروجی مدل در محل اندازه‌گیری	$\vec{T}^c$
ماتریس وزنی	$\mathbf{W}$
جمع مربعات	S

پارامتر مجهول	$\vec{P}$
ماتریس حساسیت	X
مقادیر پارامتر در گام زمانی	k
پارامتر تنظیم	ν
تخمینی از پارامتر مجهول	$\vec{P}_{est}$
ماتریس وزنی	$\mathbf{W}_0$
ماتریس قطری جهت کاهش انحراف	Ω
سطح مکش	SS
خط مرکز جریان	MP
سطح فشار	PS

فهرست اشکال

شکل(۲-۱) فضای محاسباتی در روش تفاضل‌محدود ۱۵

شکل(۲-۲) یک سلول محاسباتی در روش حجم‌کنترل ۱۶

شکل(۲-۳) منحنی خطی‌تکه‌ای- منحنی پله‌ای ۱۷

شکل(۳-۱) نمای کلی از المان‌ها در شبکه استاندارد نوع H ۲۹

شکل(۳-۲) نمای کلی شبکه استاندارد نوع H ۲۹

شکل(۳-۳) تفاضل‌پیشرو ۳۹

شکل(۳-۴) تفاضل‌پسرو ۳۹

شکل(۳-۵) نمای کلی از شرایط مرزی مساله ۴۵

شکل(۴-۱) شماتیک کلی طرح A ۵۳

شکل(۴-۲) اجرای روش حل عددی حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود به طور جداگانه ۵۴

شکل(۴-۳) برداشت جواب از نواحی مورد نظر برای حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود ۵۵

شکل(۴-۴) ترکیب جواب‌های حجم‌کنترلی و تفاضل‌محدود ۵۵

شکل(۶-۱) شبکه استاندارد نوع H (۱۱۵×۱۲) ۷۷

شکل(۶-۲) منحنی تغییرات ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان در طرح دنتون ۸۲

شکل(۶-۳) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون برای طرح دنتون در مقایسه با نتایج تجربی ۸۲

شکل(۶-۴) اختلاف تغییرات نسبت فشارسکون در خط مرکزی جریان در طرح دنتون ۸۳

شکل(۶-۵) تغییرات نسبت دبی بر دبی ورودی ایرفویل در خط مرکزی جریان در طول پره برای طرح دنتون ۸۳

شکل(۶-۶) منحنی تغییرات ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان در طرح مک‌کورمک ۸۵

شکل(۶-۷) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح مکش برای طرح مک‌کورمک و دنتون در مقایسه با نتایج تجربی ۸۶

شکل(۶-۸) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در خط مرکزی جریان برای طرح مک‌کورمک و دنتون در مقایسه با نتایج تجربی ۸۶

شکل(۶-۹) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح فشار برای طرح مک‌کورمک و دنتون در مقایسه با نتایج تجربی ۸۷

شکل(۶-۱۰) اختلاف تغییرات نسبت فشارسکون در خط مرکزی جریان در طرح مک‌کورمک و دنتون ۸۸

شکل(۶-۱۱) تغییرات نسبت دبی بر دبی ورودی ایرفویل در خط مرکزی جریان در طول پره برای طرح مک‌کورمک و دنتون ۸۸

شکل(۶-۱۲) منحنی تغییرات ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان برای طرح تلفیقی A و B در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۰

شکل(۶-۱۳) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح مکش برای طرح تلفیقی A و B در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۰

شکل(۶-۱۴) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در خط مرکزی جریان برای طرح تلفیقی A و B در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۱

شکل(۶-۱۵) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح فشار برای طرح تلفیقی A و B در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۱

شکل(۶-۱۶) اختلاف تغییرات نسبت فشارسکون در خط مرکزی جریان برای طرح تلفیقی A و B در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۲

شکل(۶-۱۷) تغییرات نسبت دبی بر دبی ورودی ایرفویل در خط مرکزی جریان در طول پره برای طرح تلفیقی A و B در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۲

شکل(۶-۱۸) منحنی تغییرات ماخ در طول پره در خط مرکزی جریان برای طرح معکوس در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۵

شکل(۶-۱۹) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح مکش برای طرح معکوس در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۵

شکل(۶-۲۰) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در خط مرکزی جریان برای طرح معکوس در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۶

شکل(۶-۲۱) تغییرات نسبت فشاراستاتیک به فشار سکون در طول پره در سطح فشار برای طرح معکوس در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۶

شکل(۶-۲۲) اختلاف تغییرات نسبت فشارسکون در خط مرکزی جریان برای طرح معکوس در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۷

شکل(۶-۲۳) تغییرات نسبت دبی بر دبی ورودی ایرفویل در طول برای طرح معکوس در مقایسه با نتایج تجربی، طرح مک‌کورمک و دنتون ۹۷

فرم چکیده پایان‌نامه تحصیلی دوره تحصیلات تکمیلی	دفترمدیریت تحصیلات تکمیلی
نام خانوادگی دانشجو: **یوسفی‌راد** نام: **ادریس**	
استاد یا اساتید راهنما: **دکتر محمدرضا مه‌پیکر**	
دانشکده: **مهندسی** رشته: **مکانیک** گرایش: **تبدیل‌انرژی** مقطع: **کارشناسی‌ارشد**	
تاریخ دفاع: تعداد صفحات: **۱۰۱**	
عنوان پایان‌نامه: بررسی جریان دوبعدی بین پره‌های ثابت توربین بخار با بکارگیری روش معکوس جهت تلفیق روش‌های حل عددی حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود	
کلید واژه‌ها: حجم‌کنترل، تفاضل‌محدود، حل دنتون، حل مک‌کورمک، طرح تلفیقیA، طرح تلفیقیB، طرح معکوس	

چکیده

تلاش حاضر که تحت عنوان پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد عرضه شده است، به بررسی جریان تراکم پذیر بین پره‌های توربین بخار می‌پردازد و از روش‌های مختلفی که بر پایه استفاده از روش‌های حجم کنترلی و تفاضل‌محدود قرار گرفته‌اند، استفاده شده است. هر کدام از این روش‌ها دارای مزایای خاص خود هستند که در اینجا از دو روش حل عددی کامپیوتری دنتون و مک‌کورمک استفاده شده است. در این پایان‌نامه با تلفیق این دو روش حل عددی، روش‌هایی پیشنهاد شده است که خواص جریان را بهتر مدل‌سازی می‌کند، این روش‌ها عبارتند از: الف) طرح تلفیقیA ب) طرح تلفیقیB ج) طرح معکوس.

از آنجا که روش‌های حجم‌کنترلی در کناره‌های دیواره و روش‌های تفاضل‌محدود در نقاط مرکز دارای جواب‌های بهتری هستند در هر سه طرح، داده‌های مرزی از روش حل عددی حجم‌کنترلی دنتون و داده‌های مرکزی از روش حل عددی تفاضل‌محدود مک‌کورمک استخراج شود. در طرح تلفیقیA تبادل اطلاعات دو روش حل عددی(دنتون و مک‌کورمک) بعد از هر تکرار انجام می‌گیرد ولی در طرح تلفیقیB این دو روش حل عددی به صورت مستقل تا تعداد مشخص اجرا شده و سپس تبادل داده‌ها صورت می‌پذیرد. تعیین مرز بین روش حل عددی حجم‌کنترلی(نقاط مرزی) و روش حل عددی تفاضل‌محدود(نقاط مرکزی) در طرح‌های A و B به صورت تقریبی و بر اساس تجربه مشخص شده است. از آنجا که دلیل محاسباتی دقیقی جهت تعیین این مرز در دو طرح مذکور وجود ندارد، در طرح معکوس به دنبال آن هستیم تا مرز بهینه را با محاسبات دقیق پیدا کنیم.

نمودارهای پارامتر خواص جریان(فشار، ماخ، دبی، فشار سکون) با استفاده از نتایج سه طرح بالا ارائه شده است. همچنین مقایسه نسبت فشار حاصل از این سه طرح و همچنین مقایسه خطاهای عددی با نتایج تجربی نشان می‌دهد که استفاده از تلفیق حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود بالاخص با روش معکوس، مدل‌سازی عددی را بیشتر به واقعیت جریان نزدیک می‌کند.

امضای استاد راهنما

مقدمه

توانایی توربین‌ها در تبدیل انرژی حرارتی به کار، موجب کاربرد فراوان آنها در بخش‌های مختلف صنعتی در دنیای امروز شده است. از طرفی منابع انرژی فسیلی در حال زوال سبب شده است مطالعات فراوانی در جهت افزایش راندمان توربین‌ها و بررسی جریان عبوری از آنها صورت پذیرد. در این مسیر روش‌های تئوری، تجربی و عددی بصورت مکمل یکدیگر مورد استفاده قرار می‌گیرند.

فعالیت انجام شده در این پروژه نیز بطور خلاصه، تحلیل و بررسی جریان سیال عبوری از بین پره‌های توربین براساس روش‌های عددی مناسب در کنار نتایج تجربی موجود، می‌باشد که شرح مفصل آن در بخش‌های مختلف پروژه بیان می‌گردد. دراین قسمت نیز مختصراً کاربرد و شمای کلی از فعالیت‌های انجام شده بیان می‌شود.

بطور کلی در بررسی حرکت سیال از معادلات ناویر استوکس[1] استفاده می شود که اساساً ترکیبی از معادلات بقاء جرم، مومنتوم و انرژی است. اما در بسیاری از کاربردهای مهندسی می‌توان با حل معادلات اویلر[2] چگونگی جریان را پیش‌بینی نمود. این معادلات با چشم‌پوشی از ترم‌های لزجت و نیز ترم‌های انتقال حرارت از معادله ناویر استوکس بدست می‌آیند.

حل معادله اویلر به عنوان پایه معادله استوکس از سال‌های ۱۹۵۰ شروع شد. برایلی و مکدونالد با استفاده از روش‌های تفاضل‌مرکزی[3] معادلات اویلر را حل کردند. سپس این روش در سال‌های ۱۹۷۶،

---

[1] Navier-Stokes
[2] Euler
[3] Central Difference

۱۹۷۸ توسط بیم و وارمینگ بطور وسیعی گسترش داده شد. بیم و وارمینگ تفاضل‌مرکزی را با روش ضمنی[۱] بکار بردند. مک‌کورمک نیز اولین بار طرح خود را در سال ۱۹۶۹ ارائه داد. مک‌کورمک از یک طرح تفاضل‌محدود[۲] یکطرفه دو مرحله‌ای استفاده نمود. دنتون نیز از روش حجم‌کنترل[۳] جهت حل معادلات اویلر استفاده کرد. جیمسون و همکاران معادله اویلر را با استفاده از اختلاف مرکزی و روش صریح حل نمودند. همچنین بین سالهای ۱۹۶۰ و ۱۹۷۶ تعداد زیادی روش حل عددی برای آنالیز میدان جریان در توربوماشین‌ها، به روش خط جریان نوشته شد که از جمله می‌توان به پژوهش‌های فورست اشاره کرد.

در کار حاضر نحوه تلفیق دو روش دنتون[۴] و مک کورمک[۵] برای حل معادلات اویلر جهت پیش‌بینی خواص و شرایط جریان بکارگرفته شده است.

به طور خلاصه در این پروژه درفصل اول به معرفی روش‌های عددی به خصوص روش‌های عددی زمان‌پیمایشی[۶] که کاربرد فراوانی در حل معادلات اویلر دارند پرداخته شده است. در ادامه به بررسی دو روش حجم‌کنترل و تفاضل‌محدود می‌پردازیم که هر کدام از این روش‌ها دارای مزایای خاص خود هستند. سپس با فرض غیرلزج بودن میدان حل، دو روش زمان‌پیمایشی صریح[۷] دنتون و مک‌کورمک را جهت حل معادلات دوبعدی اویلر از بین پره‌های توربین شرح می‌دهیم، با این تفاوت که روش دنتون بر مبنای روش حجم‌کنترل و روش مک‌کورمک بر مبنای روش تفاضل‌محدود است، که شرح تفصیلی این دو روش در فصل سوم پروژه بیان شده است.

در دو بخش بعد به بررسی تلفیق روش‌های حجم‌کنترلی و تفاضل‌محدود جریان تراکم‌پذیر بین پره-های توربین، که در اینجا از دو روش حل عددی دنتون و مک‌کورمک استفاده شده است می‌پردازیم. در

[1] Implicit
[2] Finite Difference
[3] Finite Volume
[4] Denton
[5] MacCormack
[6] Time Marching
[7] Explicit