بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه مازندران

دانشکده علوم پایه

پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد در رشته ی فیزیک، گرایش گرانش و کیهان‌شناختی

کیهان‌شناخت میدان‌های اسکالر ناکمینه در مدل جهان‌شامه‌ای DGP

استاد راهنما:

پروفسور کوروش نوذری

استاد مشاور:

دکتر علی توفیقی

نگارش:

فاطمه رجبی

بهمن ۱۳۹۰

سپاس بی‌پایان خداوند منان را که این توان را به من ارزانی داشت که جز در برابر ذات کبریائیش سر تعظیم فرود نیاورم و جز نام او و توکل بر او هیچ کاری را به انجام نرسانم.

به مصداق «من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق » بسی شایسته است از استاد فرهیخته و فرزانه پروفسور نوذری که با نکته های دلاویز و گفته های بلند ، صحیفه های سخن را علم پرور نمودند و همواره راهنما و راه گشای اینجانب در اتمام پایان نامه بوده‌اند؛ تقدیر و تشکر نمایم.

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

آنانکه واژه تشکر و سپاسی نداشتم در
برابر زحمات و فداکاری‌های بی‌دریغشان

چکیده

مدل‌های جهان‌شامه‌ای با گرانش القا شده (مانند مدل DGP) یکی از دستاوردهای بسیار مهم فیزیک نظری و کیهان‌شناختی در دهه‌ی اخیر بوده است. اگرچه دینامیک میدان‌های اسکالر توده و شامه در مدل DGP مورد مطالعه‌ی گسترده‌ای قرار گرفته است اما هنوز وجوه ناشناخته‌ای از مسئله وجود دارند که نیازمند مطالعه وتحقیقات بیشتری است. در این رساله، یک میدان اسکالر را در نظر می‌گیریم که با گرانش القاشده بر روی شامه جفتیدگی ناکمینه دارد. این جفتیدگی ناکمینه، کیهان‌شناخت‌های بسیار متنوعی برای توصیف شتاب انبساط کنونی عالم فراهم می‌سازد. ابتدا معادلات دینامیک کیهان‌شناختی مدل را به صورت یک دستگاه معادلات مستقل می‌نویسیم. این معادلات تشکیل یک سیستم دینامیکی می‌دهند. با حل این سیستم دینامیکی، انواع کیهان‌شناخت‌های ممکن و پایداری آنها را بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم که با درنظر گرفتن جفتیدگی ناکمینه، این مدل قابلیت توضیح فاز شتاب‌دار کنونی عالم را حتی در شاخه‌ی نرمال مدل DGP دارد. در ادامه، پایداری جواب‌های ناشی از حضور میدان‌های کانونیک و فانتومی بر روی شامه را در فضای پارامتر معادله حالت و مشتق زمانی آن بررسی می‌کنیم و زیر فضاهای پایداری جواب‌ها را به‌دست می‌آوریم.

واژه‌های کلیدی: کیهان‌شناخت جهان شامه ای، گرانش القاء شده، میدان‌های اسکالر، سیستم‌های دینامیکی، کمیت‌های کیهان‌شناختی

فهرست مطالب

فهرست شکل‌ها

عنوان | صفحه

فهرست جداول

عنوان | صفحه

فهرست علایم و اختصارات

DGP	Dvali-Gabadadze-Porrati
IR	Infra-Red
FRW	Freidman-Robertson-Walker
CM	Center Manifold
BAO	Baryon Acoustic Oscilation
QFT	Quantum Field Theory

فصل اول :

کیهان‌شناخت استاندارد

فصل اول: کیهان‌شناخت استاندارد

۱-۱)مقدمه

داده‌های رصدی که از ابرنواخترهای نوع Ia [1] و نتایج WMAP و نیز اندازه‌گیری تابش زمینه‌ی کیهانی[2]، CMB، به‌دست آمده‌اند، نشان داده‌اند که عالم اخیراً در یک دوره‌ای از فاز انبساط شتابدار مثبت قرار گرفته است[۱-۵].

1 *Supernova type Ia*
2 Cosmic microwave background

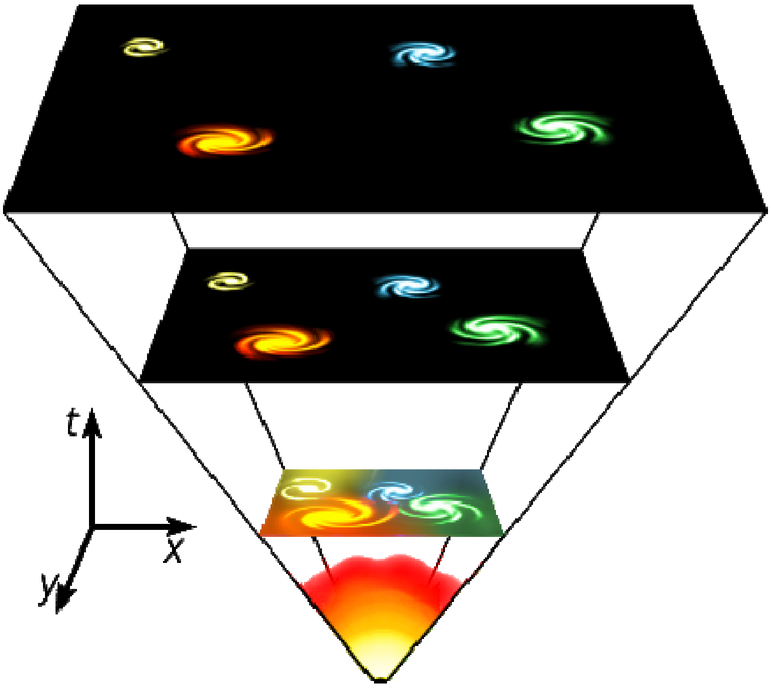
در کیهان‌شناختی، بیشتر تحقیقات متکی بر اصل کیهان‌شناختی[۳] می‌باشند که طبق این اصل، عالم در مقیاس بزرگ همگن[۴] و همسانگرد[۵] است. در گذشته این تنها یک فرض برای ساده‌سازی بحث‌ها بوده است اما اکنون شواهد نشان می‌دهند که عالم در مقیاس‌های بزرگ‌تر از ۱۰۰Mpc با دقت بسیار زیادی همگن و همسانگرد می‌باشد. همگن بودن فضا بدان معناست که هیچ نقطه‌ای بر نقطه‌ی دیگر برتری ندارد در نتیجه عالم، مبدأ مشخصی ندارد. همسانگردی یعنی هیچ جهتی بر جهت دیگر ارجحیت ندارد. البته همگنی و همسانگردی در مقیاس‌های کوچک برقرار نمی‌باشند. اصل همگنی و همسانگردی فضا این امکان را می‌دهد که سیستم به هر سیستم دیگری- که ما مختصات همراه می‌نامیم- تعمیم داده شود. مختصه‌های همراه[۶]، مختصه هایی هستند که با انبساط عالم حرکت می‌کنند. رابطه بین فاصله حقیقی $\vec{r}$ و طول همراه، x، عبارتست از [۷,۶]

$$\vec{r} = a(\mathrm{t})x \tag{۱-۱}$$

$a(\mathrm{t})$ فاکتور مقیاس[۷] است که چگونگی انبساط عالم با زمان را بیان می‌کند و به سبب همگنی فضا، تنها تابعی از زمان می‌باشد. سیستم مختصاتی اصلی $\vec{\mathrm{r}}$ که انبساط نمی‌یابد به عنوان مختصات فیزیکی[۸] شناخته می‌شود. شکل زیر چگونگی تحول مختصه‌های فیزیکی با زمان را نشان می‌دهد.

---

[3] Cosmological principle
[4] Homogeneity
[5] Isotropy
[6] Comoving coordinate
[7] Scale factor
[8] Physical coordinate



شکل ۱-۱: دستگاه مختصات همراه، با انبساط عالم حرکت می‌کند.

طبق قانون هابل[۹]، سرعت با فاصله در ارتباط است[۸,۶]

$$\vec{V} = \mathrm{H}\vec{\mathrm{r}} \qquad (۲-۱)$$

ضریب تناسب H، پارامتر هابل است. از طرفی سرعت عبارتست از

$$\vec{V} = \frac{\mathrm{d}\vec{\mathrm{r}}}{\mathrm{dt}} \qquad (۳-۱)$$

سرعت $\vec{V}$ هم‌جهت با $\vec{r}$ می‌باشد

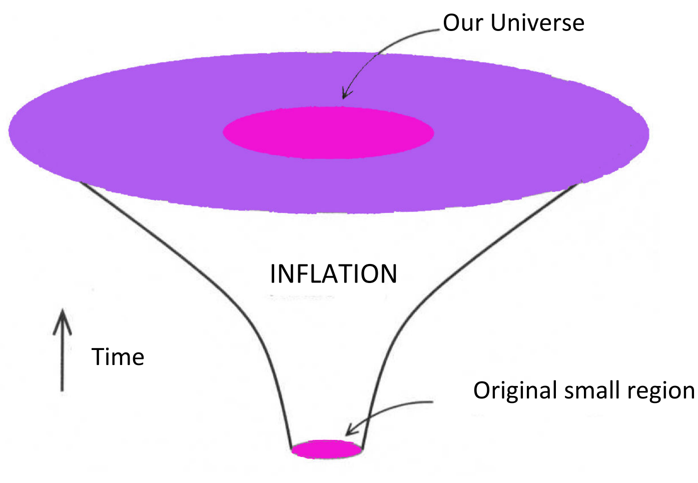
[9] Hubble

$$\vec{V} = \frac{|\vec{\mathrm{r}}|}{|\vec{\mathrm{r}}|}\vec{\mathrm{r}} = \frac{\dot{\mathrm{a}}}{\mathrm{a}}\vec{r} \quad \rightarrow \quad H = \frac{\dot{a}}{a} \qquad (۴-۱)$$

مقدار کنونی H را با H_0 نشان می‌دهند. به دلیل انبساط عالم، پارامتر هابل مقداری مثبت است.

۱-۲)انفجار بزرگ[10]

مدل مهبانگ یا انفجار بزرگ، مدلی است که در آن عالم از یک حالت بسیار چگال اولیه تا حالت کم‌چگال اخیر انبساط یافته است و در زمان انفجار بزرگ، علاوه بر چگالی، دما و فشار نیز بی‌نهایت بوده‌اند. یک سوال معمول در کیهان‌شناختی، مکانی است که در آن انفجار بزرگ رخ داده است[۶].



شکل۱-۲: مدل انفجار بزرگ

[10] Big Bang

در ابتدا می‌دانیم مسائل کیهان‌شناختی بر پایه پذیرفتن اصل کیهان‌شناختی بنا نهاده شده‌اند. بنابراین، منطقی است که با اختصاص دادن یک نقطه از عالم به عنوان محل رخداد انفجار بزرگ، اصل همگنی فضا و در پی آن اصل کیهان‌شناختی نقض گردد. اگر فاز انبساطی عالم را به عقب برگردانیم نهایتاً به نقطه‌ای می‌رسیم که انبساط شروع شده و آن نقطه، محل وقوع انفجار بزرگ است که کل فضا را شامل می‌گردد. از طرفی، با در نظر گرفتن عالم همانند یک کره‌ی منبسط شونده، در هر لحظه فضا همان سطح کره است که با زمان بزرگ‌تر می‌شود. جایی که انفجار بزرگ رخ داده است در حقیقت مرکز این کره می‌باشد و چون این نقطه دیگر نقطه‌ای از فضا نیست ما قادر به تعیین آن نیستیم. در عین حال می‌دانیم تمام نقاط در فضای کنونی در ابتدا در همان نقطه ی مرکزی بوده‌اند، در واقع جایی‌که انفجار بزرگ رخ داده است.

۱-۳)هندسه عالم

برای توضیح تحول عالم، نیاز به اطلاعاتی در زمینه‌ی هندسه عالم داریم. ساده‌ترین نوع هندسه که عالم همگن و همسانگرد را نتیجه می‌دهد، هندسه تخت است که در آن قوانین هندسه‌ی اقلیدسی برقرار است. علاوه بر هندسه تخت، هندسه‌ی عالم می‌تواند کروی و یا هذلولوی باشد[۸,۶].

۱-۳-۱)هندسه تخت[11]

هندسه تخت، هندسه اقلیدسی[12] برپایه‌ی مجموعه‌ای از محورهای ساده است در این چارچوب، کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه، خط راستی است که آن دو را به هم وصل می‌کند. در این هندسه، دو خط مستقیم و موازی همواره در فاصله‌ی ثابتی از هم قرار دارند. در عالم با هندسه تخت داریم:

ـ مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰ درجه، $(\alpha + \beta + \gamma = \pi)$ ، می‌باشد.

ـ محیط دایره به شعاع r، همواره $2\pi r$ می‌باشد.

چنین هندسه‌ای برای عالم نامتناهی برقرار است. چون اگر عالم در یک لبه پایان‌پذیر باشد، اصل همگنی فضا نقض می‌گردد. عالم با چنین هندسه‌ای، عالم تخت نامیده می‌شود.

۱-۳-۲)هندسه کروی[13]

هندسه‌ی کروی، هندسه‌ای غیراقلیدسی می‌باشد که در آن، همسانگردی فضا به‌وضوح برقرار است. برخلاف هندسه‌ی تخت، سطح هندسه‌ی کروی کاملاً محدود و متناهی می‌باشد اما در عین متناهی بودن مرزی وجود ندارد بنابراین، فضا همگن باقی می‌ماند. در این هندسه، کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه از کره، بخشی از دایره‌ی عظیمه می‌باشد که دو نقطه را به هم وصل می‌نماید. خطوط موازی بر روی کره در فاصله یکسانی از هم باقی نمی‌مانند بلکه در دو قطب به هم می‌رسند. بنابراین در این هندسه داریم

ـ مجموع زوایای داخلی مثلث بیشتر از ۱۸۰ درجه، $(\alpha + \beta + \gamma > \pi)$ ، می‌باشد.

---
11 Flat geometry
12 Euclidean geometry
13 Spherical geometry

ـ محیط دایره به شعاع r، کمتر از $2\pi r$ می‌باشد.

عالم با چنین هندسه‌ای، عالم بسته نامیده می شود.

۱-۳-۳)هندسه هذلولوی[14]

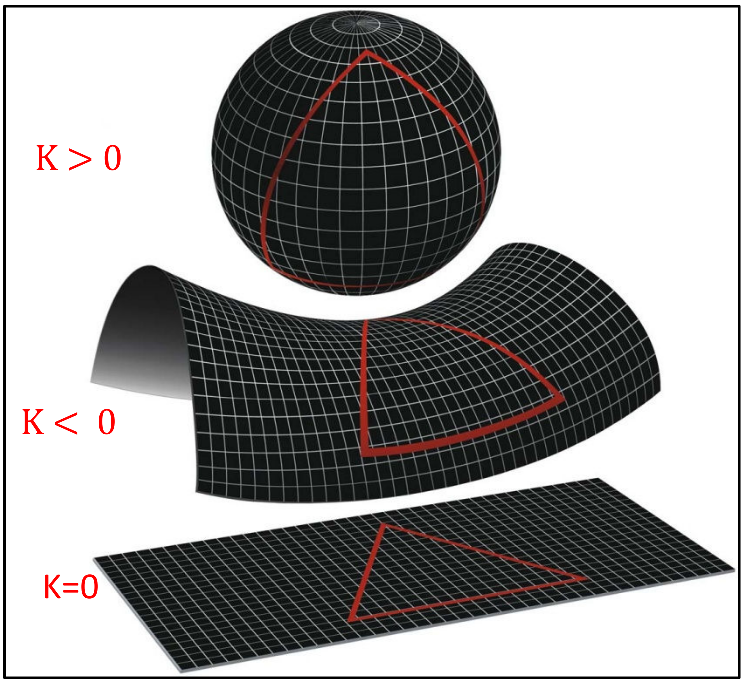
این هندسه به صورت یک سطح زینی شکل است. تشخیص همسانگردی یک فضا در این حالت اندکی سخت ولی ممکن است. در هندسه‌ی هذلولوی، دو خط مستقیم و موازی هیچ وقت به یکدیگر نمی‌رسند و فاصله‌ی یکسانی نیز ندارند بلکه از هم دور و دورتر می‌شوند. در عالم با هندسه هذلولوی:

ـ مجموع زوایای داخلی مثلث کمتر از ۱۸۰ درجه، $(\alpha + \beta + \gamma < \pi)$، می‌باشد.

ـ محیط دایره به شعاع r، بیشتر از $2\pi r$ می‌باشد.

از آنجاکه دو خط موازی همدیگر را قطع نمی‌کنند، چنین عالمی باید نامتناهی باشد. عالم با هندسه هذلولوی، عالم باز نامیده می‌شود.

[14] Hyperbolic geometry



شکل ۱-۳ : هندسه‌های عالم

۱-٤)معادله فریدمن[15]

معادله فریدمن توصیف کننده‌ی انبساط عالم است و مهمترین معادله در کیهان‌شناختی به شمار می‌آید. مسئله‌ی مهم در کیهان‌شناختی، حل این معادله با در نظر گرفتن شرایط متفاوت از مولفه‌های تشکیل دهنده‌ی عالم می‌باشد[۹,۶].

معادله فریدمن با استفاده از معادله اینشتین[16] در حوزه نسبیت عام[17] به دست می‌آید.

بدون هیچ پیش فرضی از نسبیت عام، تنها با استفاده از اصل کیهان‌شناختی، می‌توان متریک فریدمن-

15 Friedmann equation
16 Einstein equation
17 General relativity

رابرتسون[۱۸]- واکر[۱۹]، FRW، را به دست آورد

$$ds^2 = \mathrm{d}t^2 - a(t)^2\left(\frac{\mathrm{d}r^2}{1-kr^2} + r^2\mathrm{d}\theta^2 + r^2\sin\theta^2\mathrm{d}\varphi^2\right) \qquad (۵-۱)$$

مختصه‌های φ, θ, r ، مختصه‌های همراه می‌باشند. همچنین k یک ثابت مستقل از زمان است که آن را انحنا[۲۰] می‌نامند و با هندسه‌ی فضا زمان در ارتباط است. از آنجاکه تنها سه امکان مجزا برای هندسه‌ی عالم وجود دارد می‌توان این شرایط را با در نظرگرفتن سه مقدار ممکن برای k به صورت k=-1, 0, 1 که به ترتیب مرتبط با هندسه‌ی بسته، تخت و باز می‌باشند، تفکیک کرد.

معادله‌ی اینشتین را می‌توان به صورت زیر بیان کرد

$$G^{\mu}_{\nu} \equiv R^{\mu}_{\nu} - \frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}R = 8\pi G T^{\mu}_{\nu} \qquad (۶-۱)$$

G^{μ}_{ν} تانسور اینشتین و T^{μ}_{ν} تانسور انرژی ـ تکانه‌ی[۲۱] مؤلفه‌های عالم است. R^{μ}_{ν} تانسور ریچی[۲۲] و R اسکالر ریچی می‌باشد که انحنای فضا ـ زمان را مشخص می‌کند. معادله‌ی اینشتین نشان می‌دهد که ماده، چگونه انحنای فضا زمان را نتیجه می‌دهد. در پس زمینه‌ی FRW، جملات انحنا، به صورت زیر به‌دست می‌آیند

$$R^0_0 = \frac{3\ddot{a}}{a} \qquad (۷-۱)$$

$$R^i_j = \left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{2\dot{a}^2}{a^2} + \frac{2k}{a^2}\right)\delta^i_j \qquad (۸-۱)$$

$$R = 6\left(\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2}\right) \qquad (۹-۱)$$

---

18 Robertson
19 Walker
20 Curvature
21 Energy-momentum tensor
22 Ricci tensor