

٣٨١٨

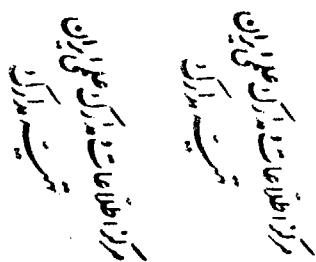
دانشگاه تهران

دانشکده فنی

رفتار قابهاي مهاربندی شده با سیستم مهاربندی

ناهمرس (EBF) با اعضاء مهاری قوطی شکل

۱۳۸۰ / ۷ / ۳۰



نگارش: بهزاد پیله چیان لنگرودی

استاد راهنمای: آقای دکتر شاهرخ مالک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

۰۱۴۹۵۴

در

مهندسی سازه



۳۸۱۸۸

تیر ماه ۱۳۸۰

چکیده:

شیوه طراحی صحیح اتصال عضو مهاربند به تیر پیوند در مهاربندی‌های ناهمرس، می‌تواند باعث ایجاد مهار پیچشی مناسب در انتهای مهاربند گشته و همچنین با تقویت قطعه تیر خارج پیوند شرایط لازم برای امکان دستیابی به مقاومت نهایی برشی تیر پیوند را به نحو مطلوبی مهیا سازد. همچنین انتخاب مسیر مناسب برای انتقال تنש‌های عضو مهاربند به تیر پیوند علاوه بر آنکه باعث کاهش تمرکز تنش‌ها می‌گردد، از بتانسیل کمانش‌های موضعی در قسمت‌های مختلف اتصال می‌کاهد و این همه موجب بهبود عملکرد قاب مهاربندی شده می‌گردد. از سوی دیگر چنانچه اتصال مذکور بتواند امکان مناسب برای بکارگیری عضو مهاربند قوطی شکل را فراهم سازد، علاوه بر بهبود شرایط مهار پیچشی و ظرفیت خمی در انتهای تیر پیوند، استفاده از مقاطع سبکتر برای عضو مهاربند را مهیا ساخته و در نتیجه از نظر جنبه‌های اقتصادی طرح نیز حائز اهمیت خواهد بود.

در این مطالعه ابتدا سعی بر ایجاد مدل اجزاء محدود واقع گرایانه، از لحاظ نوع اجزاء محدود، شرایط مرزی، ویژگی‌های مصالح و حالات سخت شدگی و نظایر آن شده و سپس به ساخت مدل قاب کامل مهاربندی شده پرداخته و پارامترها و حالات مختلف اتصال عضو مهاری به تیر پیوند مورد بررسی قرار گرفته است. در این بین اتصال پیشنهادی توسط آقای دکتر مالک نیز معرفی گشته و با سایر شیوه‌های مورد بررسی مقایسه گردیده است.

فهرست مطالب:

فصل اول

۱	مقدمه
---------	-------

فصل دوم

بررسی شیوه رفتاری در مهاربندی ناهمرس بر اساس نتایج مطالعات گذشته ۲
تعیین حد جاری شدن در اندرکنش برش و خمش ۱۳
تأثیر نیروی محوری در ظرفیت برشی و خمشی تیر پیوند ۱۴
تعیین آرایش مناسب سخت کننده ها برای جلوگیری از کمانش های ۱۶
موضعی و افزایش ظرفیت استهلاک انرژی ۲۳
نصب سخت کننده ها در خارج از طول تیر پیوند ۲۴
بررسی رفتار پس از کمانش در تیرهای پیوند برشی ۲۷

فصل سوم

بررسی اتصالات در طرح یک سیستم مهاربندی ناهمرس ۲۷
--

فصل چهارم

۳۴ مدل آزمونی M1
۳۶ شیوه مدل سازی A
۳۸ شیوه مدل سازی B
۳۹ شیوه مدل سازی C
۴۱ شیوه مدل سازی D
۴۲ خلاصه نتایج حاصل از مدل آزمونی M1

فصل پنجم

انتخاب نوع رفتار غیرخطی مصالح تحت بارگذاری تناوبی ۵۰
شیوه انجام آنالیزها و ایده موجود در طرح هر مدل ۵۹
نتایج حاصله ۶۲
جمع بندی نتایج ۶۳
مقایسه نتایج حاصله با حاصل تحقیقات اخیر در خصوص سعی در ایجاد مدل تحلیلی مناسب ۶۴
برای تیرهای پیوند ۶۴

فصل ششم

بررسی مشروح اتصال مهاربند به تیر ۷۰
ساخت مدل قاب کامل ۷۳
بررسی نتایج حاصل از آنالیز مدل‌های ۷۴
- مدل M4-C ۷۵
نتیجه‌گیری در ارتباط با شیوه اتصال عضو مهاربندی به تیر پیوند ۷۶
- پیشنهاد موضوعات جدید برای مطالعات آتی ۷۷
منابع و مأخذ ۱۰۶

به نام ایزد دلنا

فصل اول - مقدمه

در یک طراحی لرزه‌ای مناسب، سازه می‌بایست بتواند چند نوع از نیازها را برآورده‌سازد. اول آنکه تحت یک حادثه معمول مانند باد یا زلزله نه چندان شدید بتواند با کمترین خسارات سازه‌ای و غیرسازه‌ای حادثه را پشتسرگذارد. از سوی دیگر در خلال زلزله‌های شدید سازه باید در مقابل فرو ریختن مقاوم باشد. این ایمنی غالباً با توجه به ظرفیت غیرالاستیک سازه تحت بارهای افزوده میسر می‌گردد و تحت نیروهای بسیار زیاد حتی برخی از آسیب دیدگی‌های سازه‌ای نیز تا حدی قابل قبول تلقی می‌گردند.

سیستم‌های معمول در مقاوم‌سازی جانبی‌سازد. سیستم قاب خمشی^(۱) و سیستم مهاربندی همرس^(۲)، عموماً می‌توانند فقط یکی از دو نیاز فوق الذکر را به خوبی برآورده سازند. قابهای خمشی شکل‌پذیرند اما در مقابل از سختی پایینی برخوردارند لذا در این قابها کنترل تغییر مکان‌های نسبی جانبی و اقتصاد طرح در مقابل یکدیگر قرار می‌گیرند. به طور مشابه، مهاربندی‌های همرس از سختی جانبی خوبی برخوردارند ولی ظرفیت اتلاف انرژی محدودی دارند.

طی دو دهه اخیر، سیستم‌های مهاربندی ناهمرس^(۳)، که توسط پروفسور پوپوف^(۴) ابداع شده است، به عنوان یک راه حل اقتصادی طراحی لرزه‌ای گسترش یافته است و مطالعات در خور توجهی را به خود اختصاص داده است. اصطلاح مهاربندی ناهمرس به سیستم قاب مهاربندی شده‌ای اطلاق می‌گردد که در آن نیروی محوری ایجاد شده در مهاربند^(۵) مستقیماً به ستون یا مهاربند دیگری انتقال نمی‌یابد بلکه این انتقال توسط برش و خمش در قسمت خاصی از تیر صورت می‌گیرد، که این ناحیه از تیر را «تیرپیوند»^(۶) می‌نامیم و معمولاً با طول آن^(۷) معرفی می‌گردد. (شکل ۱-۱)

وظیفه تیرپیوند این است که در خلال زلزله‌های شدید انرژی زیادی را توسط سیلان صالح خود تلف سازد، در حالیکه تحت نیروهای متعارف به صورت الاستیک باقی‌بماند. در حالت غیر خطی می‌توان گفت تیرپیوند قلب یک سیستم مهاربندی ناهمرس است، لذا دستیابی به توابع توصیفی آن برای تعیین چگونگی رفتار مهاربندی ناهمرس حائز اهمیت است.

1- moment resisting frames

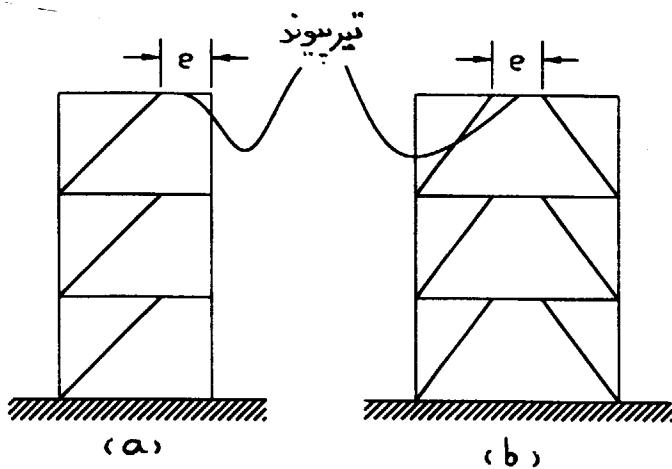
2- concentrically braced frames

3- eccentrically braced frames

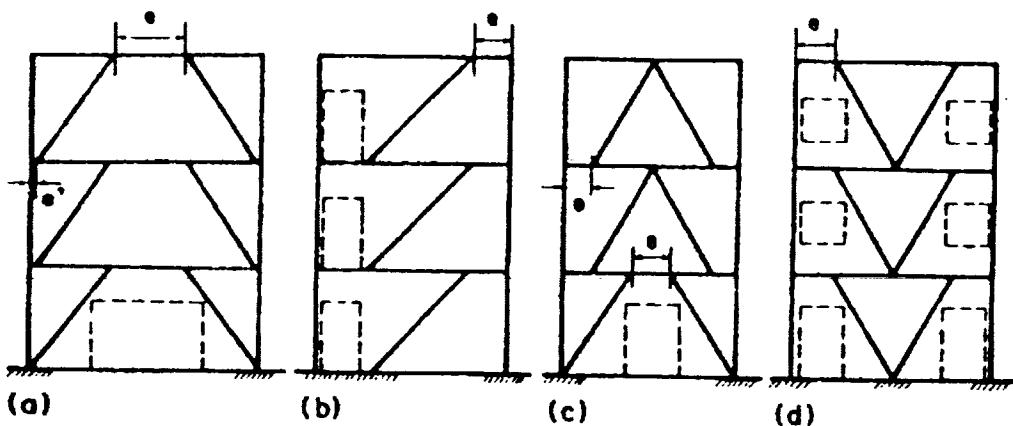
4- popov

5- brace

6- link or active link beams



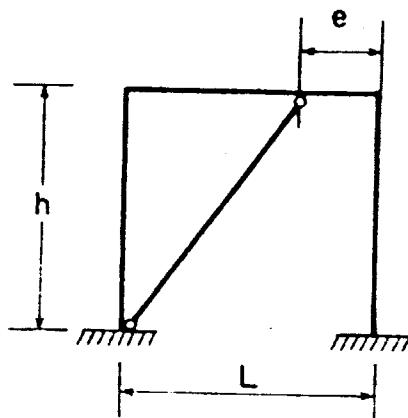
شکل ۱-۱: شکن کلی یک مهاربندی ناهمرس: a - مهاربندی قصری b - مهاربندی همرس از مزایای دیگر استفاده از مهاربندی های ناهمرس، آزادی عمل بیشتر نسبت به مهاربندی همرس در انتخاب محل مهاربند و در نتیجه تداخل کمتر با مقاصد معماری طرح می باشد که امکان استفاده از بازشوهای معمزی مورد نیاز را فراهم می سازد. شکل ۱-۲ نمایانگر این گفته است.



شکل ۲-۱: گزینه‌های مختلف در شکل‌بندی مهاربندی‌های ناهمرس

فصل دوم - بررسی شیوه رفتاری در مهاربندی ناهمرس براساس نتایج مطالعات گذشته

در دسته‌بندی مهاربندی‌های ناهمرس از نسبت طول تیرپیوند (e) به طول دهانه مهاربندی (L) که «نسبت ناهمرسی»^(۱) ($\frac{e}{L}$) نامیده می‌شود استفاده می‌گردد (شکل ۲-۱). اینگونه به نظر می‌رسد که با تغییر نسبت ناهمرسی حلیف رفتاری پیوسته^۱ از حالت قاب خمی ($1 = \frac{e}{L}$) تا مهاربندی همرس ($0 = \frac{e}{L}$) موجود است ولی فقط محدوده کوچکی از آن است که بهترین رفتار لرزه‌ای را دارد و نیازهای شکل‌پذیری یک طراحی مقاوم نرزاوی را نیز برآورده می‌سازد. تعریف نسبت ناهمرسی ما را در انتخاب این محدوده کمک می‌کند تا بتوانیم تعادل مناسبی بین سختی جانبی قاب و شکل‌پذیری آن برقرار سازیم.



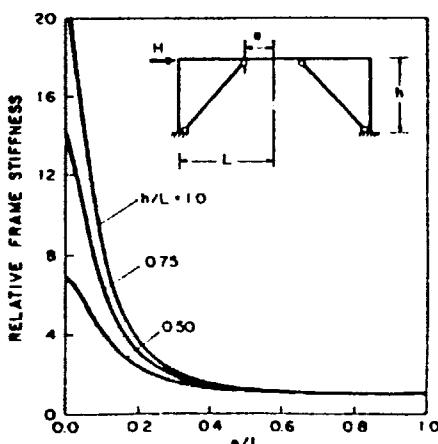
شکل ۲-۱: ساده‌ترین شکل مهاربندی ناهمرس

برخی از ویژگیهای مهم مهاربندی‌های ناهمرس توسط ساده‌ترین شکل این مهاربندی، که در شکل ۲-۱ نمایش داده شده است، قابل بررسی است. این قاب یک دهنۀ یک طبقه، اصول کلی رفتار سایر قابهای مهاربندی شده را نیز نشان می‌دهد و می‌توان قسمتی از خصوصیات رفتاری قابهای مهاربندی شده پیچیده‌تر را از مطالعه این قب ساده استخراج نمود، لذا بیشتر مطالعات اولیه را به خود معطوف داشته است. در حالت الاستیک سختی جانبی این قاب را می‌توان به صورت تابعی از

۱- eccentricity ratio

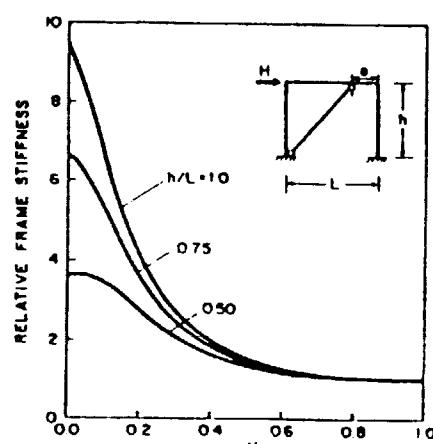
پارامتری‌های ذیل بیان کرد: سختی‌های خمشی یا برشی و محوری اعضاء (GA' , EI و EA') که در آن مدول الاستیسیته، G مدول الاستیسیته برشی، I ممان ایزوسی، A سطح مقطع کل و A' سطح مقطع برشی عضو می‌باشد). و پارامترهای هندسی $\frac{h}{L}$ و $\frac{e}{L}$.

Hjelmstad, popov (1983) رابطه بین سختی جانبی قاب شکل ۱-۲ و پارامترهای فوق الذکر را در حالت الاستیک توسط نمودارهای (اشکال ۲-۴، ۲-۵، ۲-۶) بیان کردند. به منظور سادگی آنالیزها برای ترسیم این نمودارها، سختی محوری و برشی ستون بزرگ فرض شده است. برای آنکه با بررسی این نمودارها بتوان تأثیر موقعیت اتصال عضو مهاربند به تیر که با نسبت ناهمرسی ($\frac{e}{L}$) بیان می‌گردد را بر سختی الاستیک قاب مشاهده کرد، در ترسیم هر منحنی، سختی‌های تمام اعضا و همچنین نسبت ارتفاع به دهانه قاب ($\frac{h}{L}$) ثابت فرض شده و $\frac{e}{L}$ مقداری ۰ تا ۱ متغیر در نظر گرفته شده است و نیز به منظور امکان مقایسه بین نمودارها در هر حالت سختی قاب با تقسیم برسختی قاب خمشی متناظر، بی بعد شده است.



شکل ۲-۳: تغییرات سختی برای نسبت‌های مختلف ارتفاع به طول دهانه مهاربندی k (پارامترهای دیگر مشابه با پارامترهای معرفی شده در شکل ۲-۲ می‌باشد).

[Hjelmstad, popov, 1983]

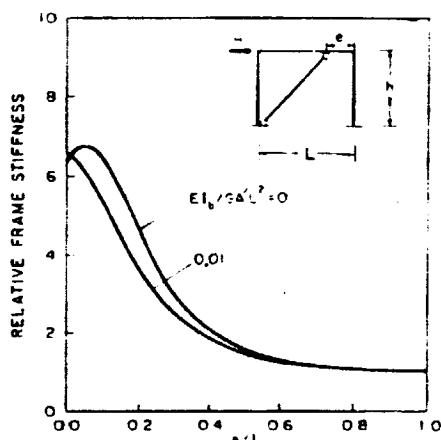


شکل ۲-۲: تغییرات سختی برای نسبت‌های مختلف ارتفاع به طول دهانه برای مهاربندی تک قطری [Hjelmstad, popov, 1983]

$$\frac{I_b}{I_c} = 0.25, \frac{I_b}{A_{br}L^2} = 0.001, \frac{EI_b}{GA_bL^2} = 0.01$$

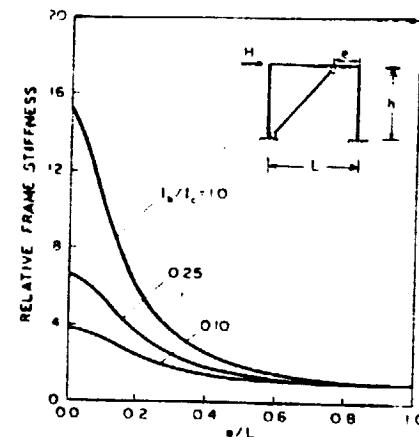
در شکل ۲-۲ تغییرات سختی یک مهاربندی تک قطری در مقابل نسبت ناهمرسی مهاربند برای مقادیر نسبت ابعادی ($\frac{h}{L}$): ۰/۵ و ۰/۷۵ نمایش داده شده است. با توجه به این نمودار مشخص می‌شود که برای مقادیر

۵/۰ < $\frac{e}{L}$ ، مهاربندی قاب تأثیر چندانی در افزایش سختی آن ایفانمی کند. اما برای حدود $5/0 < \frac{e}{L}$ به تدریج باعث افزایش قابل ملاحظه سختی قاب می‌گردد و این افزایش در مورد قابهای مرتفع و بادهانه کوچک (مثلاً $\frac{h}{L} = 1$) قابل ملاحظه تر است. با آنکه کاهش $\frac{e}{L}$ باعث افزایش سختی قاب می‌گردد، در مطالب آتی خواهیم دید که این نسبت باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا قاب در خلال نیروهای بزرگ رفتاری شکل بذیر از خود نشون دهد.



شکل ۲-۵: تأثیر تغییر شکل‌های برشی بر سختی قاب [Hjelmstad, popov, 1983]

$$\frac{I_b}{A_{bf} L^2} = 0.001, \frac{EI_h}{A_h L^2} = 0.01, \frac{h}{L} = 0.75$$



شکل ۲-۶: تأثیر ابعاد ستون بر سختی قاب [Hjelmstad, popov, 1983]

$$\frac{I_b}{A_{bf} L^2} = 0.001, \frac{I_b}{I_c} = 0.25, \frac{h}{L} = 0.75$$

در مورد قابهای بادهانه بزرگ استفاده از مهاربندی‌های تک قطری عموماً غیرعملی می‌باشد چراکه طول مهاربند به طور نامطلوبی بزرگ می‌شود. لذا در این حالات استفاده از سیستم‌های مهاربندی K شکل که طول دهانه مهاربندی را نصف می‌کند و یا سایر سیستم‌های مشابه می‌تواند مناسب باشد. نمودار مشابهی برای اینگونه از مهاربندی‌های ناهمرس در شکل ۲-۳ نمایش داده شده است. با مقایسه دو نمودار اخیر می‌توان نتیجه گرفت که سختی مهاربندی ناهمرس K نسبت به مهاربندی‌های تک قطری، حساسیت بیشتری در برابر تغییرات نسبت ناهمرسی دارد و کوچک بودن نسبت $\frac{e}{L}$ برای این مهاربندی‌ها افزایش سختی بیشتری را موجب می‌گردد که با افزایش $\frac{e}{L}$ به سرعت کاهش می‌یابد.

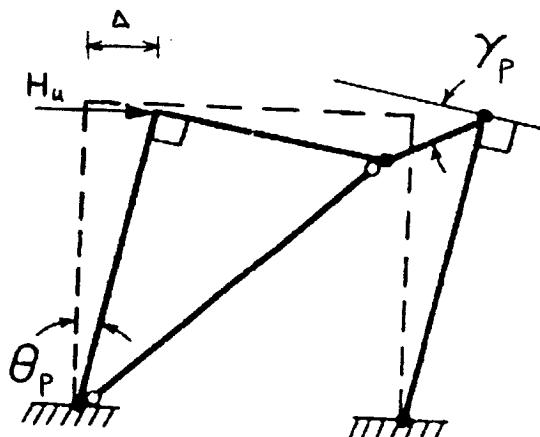
همانطور که در شکل ۲-۴ مشاهده می‌گردد وقتی سختی خمشی ستون در مقابل تیر بزرگ است، سختی جانبی در مقابل محل مهاربندی حساسیت چندانی ندارد، از سوی دیگر وقتی ستون و تیرداری ابعاد مشابهی هستند. مهاربندی می‌تواند باعث افزایش قابل ملاحظه سختی قاب گردد. در مورد

برای سختی قاب، در محدوده نسبتی $\frac{L}{d} \leq 5$ ناهمرسی کوچک گردد.

پس از بررسی چگونگی تأثیر نسبت ناهمرسی بر سختی جانبی قاب با مهاربندی ناهمرس در حالت الاستیک، گام بعدی تعیین انرات پارامتر فوق بر شکل پذیری قاب می‌باشد.

مجددأً قاب ساده شکل ۲-۱ را در نظر می‌گیریم. برای بررسی شکل پذیری قاب ابتدا لازم است تاربیاط بین تغییر شکل جانبی قاب و تغییر شکل در اعضاء قاب پس از تشکیل مکانیزم خرابی را تعیین کنیم. در راستای هدف فوق از یک تحلیل رفتاری صلب - پلاستیک^(۱) استفاده می‌کنیم. مکانیزم خرابی قاب تحت بارهای بزرگ جانبی در شکل ۲-۶ نمایش داده شده است. با توجه به این مکانیزم خرابی ارتباط بین خمیدگی پلاستیک طبقه^(۲) (θ_p) و خمیدگی پلاستیک در تیرپیوند^(۳) (γ_p) به صورت رابطه (۲-۱) بیان می‌شود:

$$\theta_p = \frac{e}{L} \times \gamma_p \dots \dots \dots \quad (7-1)$$



شکل ۲-۶: مکانیزم خرایبی در ساده‌ترین شکل قاب با مهاربندی ناهمرس

- 1- rigid-plastic analysis
- 3- plastic link deformation angle

2- plastic story - drift angle

رابطه (۲-۱) یک تناسب مستقیم را بین چرخش پلاستیک در قاب و تیرپیوند بیان می‌کند. بنابراین می‌توان تغییر شکل جانبی ماکزیم در قاب را متناظر با ظرفیت چرخش پلاستیک تیرپیوند دانست. برای بررسی بهتر این مسئله پارامتری بعد شکل پذیری سازه^(۱) (μ_s) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\mu_s = \frac{\Delta}{\Delta y} = \frac{K}{H_u} \Delta \quad (2-2)$$

که در این رابطه K سختی جانبی الاستیک قاب، Δ تغییر مکان جانبی ماکزیم در بالای قاب و H_u بارنهایی متناظر آن است. از مقایسه دو رابطه (۱-۲) و (۲-۲) می‌توان نتیجه گرفت که برای دستیابی به یک شکل پذیری معین برای قاب با کاهش نسبت ناهمرسی ($\frac{e}{L}$) باید ظرفیت چرخش پلاستیک تیرپیوند افزایش یابد. مطالعات انجام گرفته توسط Kasai, Popov (1986a) نشان می‌دهد که برای آنکه فرآیند استهلاک انرژی در تیرپیوند به صورت سیلان برشی جان صورت گیرد، طول آن نباید از حد مشخصی بلندتر باشد. در این حالت تیرپیوند را «تیرپیوند برشی»^(۲) می‌نامند. این مطالعات حد بالای فوق برای اطمینان از رفتار برشی تیرپیوند را مطابق رابطه (۲-۳) تعریف می‌کند.

$$e \leq 1.6 \frac{M_p}{V_p} \quad (2-3)$$

که در آن M_p گشتاور پلاستیک کل مقطع و V_p برش پلاستیک جان طبق روابط (۲-۴) و (۲-۵) تعریف می‌شوند:

$$M_p = \sigma_y \cdot Z \quad (2-4)$$

$$V_p = \frac{\sigma_v}{\sqrt{3}} (d - t_f) \cdot t_w \quad (2-5)$$

در تیرپیوند برشی چرخش پلاستیک توسط تغییر شکل‌های برشی در طول آن صورت می‌گیرد و زاویه ماکزیمم چرخش پلاستیک در تیرپیوندی که جان آن توسط سخت کننده‌های جان در برابر کمانش برشی به طور مطرب مقاوم شده باشد می‌تواند تا حدود ۱/۰ رادیان برای بارهای متنابض و ۰/۲ رادیان برای بارهای غیر متنابض برسد. [Hjelmstad, popov (1983)]. که ابتدا این زاویه چرخش می‌تواند باعث وارد آمدن خسارات بر دال کف گردد. لذا زاویه چرخش ماکزیمم در تیرهای پیوند برشی در آیینه‌ها به حد بالایی که مانع خسارات ناسازه‌ای گردد محدود شده است. این حد بالا در آیینه‌نامه AISC برابر با ۰/۰۸ رادیان بیان شده است. با توجه به مطالعه ذکر شده می‌توان دریافت که عواملی که

باعث محدودیت در کوچک کردن طول تیرپیوند می باشد، محدودیت در ظرفیت چرخشی تیرپیوند و نیز حلوگری از خسارات در ناسازه ها به عنل ایجاد تغییر شکل ها و چرخش های بزرگ در تیرپیوند می باشد.

آزمایشات Engelhard, popov (1992) بر روی قابهای مهاربندی شده با تیرهای پیوند بلند نشان می‌دهد که با بلند شدن طول عضو، رفتار خمیری آن از حالت سیلان برشی جان در طول عضو به سوی تشکیل مفصل‌های پلاستیک در دو انتهای آن تغییر می‌کند و چنانچه طول آن از حد معینی بیشتر گردد رفتار کاملاً خمیری از خود نشان داده و مشابه با یک قاب خمیری عمل می‌کند. مطالعات بیان شده حد پایین طول تیر پیوند را برای اطمینان از رفتار خمیری آن، مطابق رابطه (۲-۶) تعریف می‌کند.

$$e > 3 \frac{M_p}{V_p} \dots \quad (Y-6)$$

که در این رابطه نیز Vp و Mp مطابق روابط (۴-۲) و (۵-۲) تعریف می‌گردد.

در تیرهای پیوند بلند چرخش پلاستیک عضو توسط تغییر شکل‌های پلاستیک متتمرکز در دو انتهای آن صورت می‌گیرد و بقیه طول عضو در حالت الاستیک باقی می‌ماند لذا شکل‌بذیری عضو ارتباط مستقیم با شکل‌بذیری اتصال آن به ستون پیدا می‌کند. بنابراین استفاده از اینگونه تیرهای پیوند بلند در مهاربندی‌های ناهمرس تک قطری مجاز نمی‌باشد (آیین‌نامه ۱۹۹۲ - AISC) مگر آنکه تمهید خاص در خصوص فراهم نمودن شکل‌بذیری اتصال تیرپیوند به ستون در نظر گرفته شده باشد. لیکن مطالعات صورت گرفته نشان می‌دهد که بطور کلی ظرفیت جذب و استهلاک انرژی از طریق چرخش پلاستیک در تیرهای پیوند بلند به مراتب کمتر از تیرهای پیوند برشی می‌باشد، لذا در کل با افزایش نسبت ناهمرسی در این نوع مهاربندی‌ها (افزایش نسبت $\frac{e}{L}$)، افزایش شکل‌بذیری کل سازه (μs) را نمی‌توان انتظار داشت. (رباطه ۱-۲)

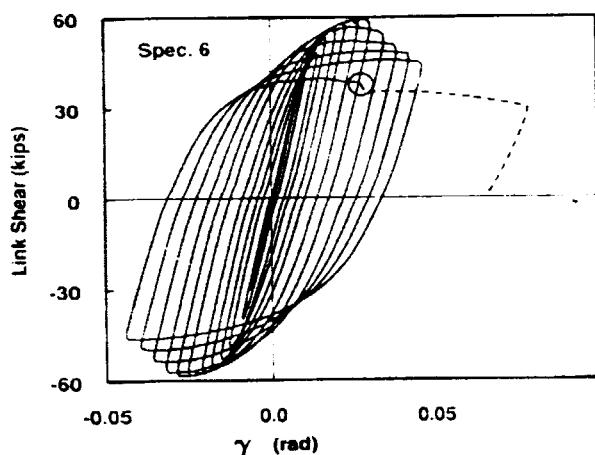
از دیدگاه استهلاک انرژی در خلال نیروهای متناوب بزرگ نیز از آنجاکه تغییر شکل‌های پلاستیک در اینگونه اعضاء فقط در نواحی تشکیل مفصل پلاستیک خمشی^(۱) (ابتدا و انتهای عضو) وجود دارد لذا استهلاک انرژی ایجاد شده به مراتب کمتر از تیرهای پیوند برشی می‌باشد و چرخه‌های هیسترزیس دارای اعضاء سسته‌تر و دارای مساحت داخلی کوچکتری می‌باشند (شکل ۷-۲ a,b).

د. تیهاء، سوند با طولی بین دو حد فوق، فتا، عضویه صورت ترکیب رفتار پرسی و خمی بوده و

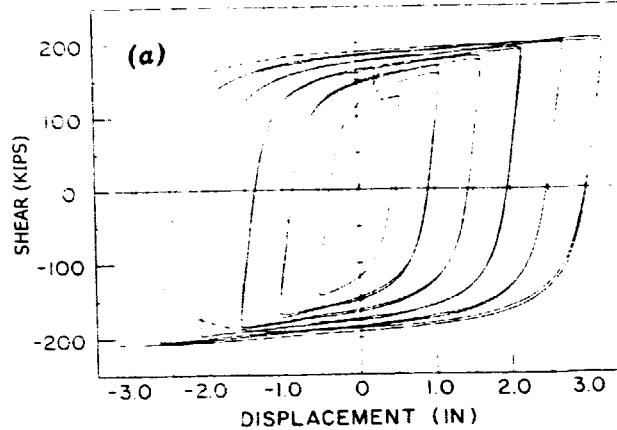
1-moment hinge

با افزایش طول عضو به شدت از ظرفیت چرخش پلاستیک و استهلاک انرژی عضو کاسته می‌شود.

نمودارهای اشکال ۲-۸ و ۲-۹ که با توجه به آنالیزهای Ghobarah, Ramadan (1991) بر روی

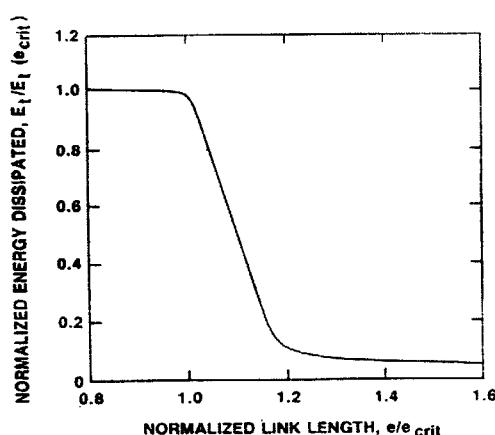


شکل ۲-۷b: حلقه‌های هیستریزیس برای تیرپیوند بلند
[Engelhard & popov, 1983]

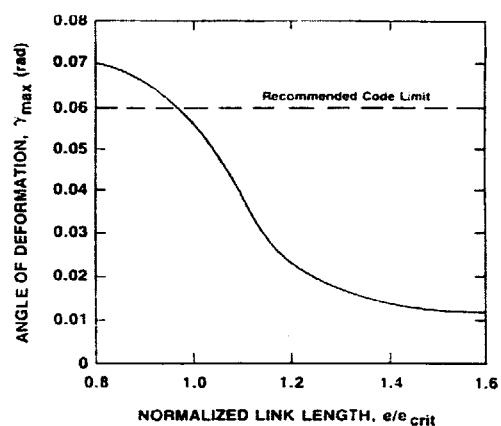


شکل ۲-۷a: حلقه‌های هیستریزیس برای تیرپیوند برشی
[Hjelmstad, popov, 1983]

تیرهای پیوند با طولهای مختلف ارائه شده است نماینگر این کاهش می‌باشد. مطالب آتی علت این تفاوت در شیوه رفتار تیرپیوند ب تغییر در طول آن را با فرض آنکه به نحو مقتضی از کمانش‌های کلی و یا موضعی در بال و جان جلوگیری به عمل آمده باشد بیان می‌کند.



شکل ۲-۹: تغییرات انرژی تنفس شده در تیر پیوند بر حسب طول آن
[Ghobarah & Ramadan, 1991]



شکل ۲-۸: تغییرات ظرفیت تغییر شکل چرخشی متناوب در تیرپیوند بر حسب طول آن
[Ghobarah & Ramadan, 1991]

با بلند شدن طول تیرپیوند، بزرگی لنگرهای انتهایی که در حالت نهایی در دوسر آن ایجاد می‌گردد افزایش می‌یابد. شکل ۲-۱۰ a این موضوع را با فرض تساوی لنگرهای انتهایی نشان می‌دهد. صحت فرض این تساوی در مورد مهاربندی‌های متقارن K (شکل ۲-۱ b) با توجه به تقارن قاب واضح است و در مورد مهاربندی‌های قصری و سیر مهاربندی‌های ناهمرس نامتقارن باز توزیع لنگرها در حالت پلاستیک می‌تواند باعث این تساوی در حالت نهایی گردد. چگونگی این باز توزیع و نیز شرایط لازم و عوامل مؤثر در ایجاد این تساوی در ادامه بیشتر توضیح داده خواهد شد.

همانطور که در قبل گفته شد، تیرهای پیوند با طول کوچک به صورت برشی و تیرهای پیوند با طول بزرگ به صورت خمی کار می‌کنند. لذا می‌توان انتظار داشت که طولی بین این دو محدوده داشته باشد که با عبور از آن شیوه رفتار تیرپیوند از رفتاری برشی به سمت رفتاری خمی تغییر یابد. این طول بحرانی، طول تیرپیوندی است که در آن با بزرگ شدن تغییر شکل‌ها، همزمان با جاری شدن جان مفصل پلاستیک خمی نیز در دو انتهای آن بوجود آید. شکل (۲-۱۰ b) این وضعیت را نمایش می‌دهد.



$$2M_p = e_{crit} \times V_p$$

$$2M_p = e \times V_p$$

$$e_{crit} = 2M_p / V_p$$

$$e = 2M_p / V_p$$

شکل ۲-۱۰ b: عکس العمل‌های انتهایی پلاستیک در دو انتهای تیرپیوند با طول بحرانی

شکل ۲-۱۰ a: محاسبه لنگرها انتهایی در دو سر تیر پیوند برشی

اگر پدیده سخت شدگی تجشی^(۱) در فولاد وجود نداشت، می‌توانستیم اینگونه نتیجه گیری کنیم که برای تیرهای پیوند با صفر کمتر از این طول بحرانی قبل از رسیدن لنگرهای لنگرها انتهایی به

1- strain hardening