

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بسمه تعالی



دانشگاه گیلان
دانشکده علوم ریاضی

تأییدیه اعضای هیأت داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

اعضای هیأت داوران نسخه نهایی پایان نامه آقای حمیدرضا رسولی رشته آمار به شماره دانشجویی ۸۸۵۲۷۰۱۰۰۶ تحت عنوان: «تحلیل مدل‌های اتورگرسیو فضایی-زمانی» را از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آن را برای اخذ درجه کارشناسی ارشد مورد تأیید قرار دادند.

اعضای هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبه علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر محسن محمدزاده	استاد	
۲- استاد ناظر داخلی	دکتر مجید جعفری خالدي	استادیار	
۳- استاد ناظر داخلی	دکتر موسی گل‌علی زاده	استادیار	
۴- استاد ناظر خارجی	دکتر حمید پزشکی	استاد	
۵- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر موسی گل‌علی زاده	استادیار	

آیین‌نامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه: با عنایت به سیاست‌های پژوهشی و فناوری دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیأت علمی، دانشجویان، دانش‌آموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عناوین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد زیر را رعایت نمایند:

ماده ۱- حق نشر و تکثیر پایان‌نامه/ رساله و درآمدهای حاصل از آنها متعلق به دانشگاه می‌باشد ولی حقوق معنوی پدید آورندگان محفوظ خواهد بود.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان‌نامه/ رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و با تایید استاد راهنمای اصلی، یکی از اساتید راهنما، مشاور و یا دانشجو مسئول مکاتبات مقاله باشد. ولی مسئولیت علمی مقاله مستخرج از پایان‌نامه و رساله به عهده اساتید راهنما و دانشجو می‌باشد.

تبصره: در مقالاتی که پس از دانش‌آموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه/ رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب، نرم افزار و یا آثار ویژه (اثری هنری مانند فیلم، عکس، نقاشی و نمایشنامه) حاصل از نتایج پایان‌نامه/ رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی کلیه واحدهای دانشگاه اعم از دانشکده ها، مراکز تحقیقاتی، پژوهشکده ها، پارک علم و فناوری و دیگر واحدها باید با مجوز کتبی صادره از معاونت پژوهشی دانشگاه و براساس آئین‌نامه‌های مصوب انجام شود.

ماده ۴- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه یافته‌ها در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان‌نامه/ رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق معاونت پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ۵- این آیین‌نامه در ۵ ماده و یک تبصره در تاریخ ۸۷/۴/۱ در شورای پژوهشی و در تاریخ ۸۷/۴/۲۳ در هیأت رئیسه دانشگاه به تایید رسید و در جلسه مورخ ۸۷/۷/۱۵ شورای دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب در شورای دانشگاه لازم‌الاجرا است.

«اینجانب..... حمیدرضا رسولی..... دانشجوی رشته..... آمار..... ورودی سال تحصیلی..... ۱۳۸۸..... مقطع..... کارشناسی ارشد..... دانشکده..... ریاضی..... متعهد می‌شوم کلیه نکات مندرج در آئین‌نامه حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی دانشگاه تربیت مدرس را در انتشار یافته‌های علمی مستخرج از پایان‌نامه / رساله تحصیلی خود رعایت نمایم. در صورت تخلف از مفاد آئین‌نامه فوق‌الاشعار به دانشگاه وکالت و نمایندگی می‌دهم که از طرف اینجانب نسبت به لغو امتیاز اختراع بنام بنده و یا هر گونه امتیاز دیگر و تغییر آن به نام دانشگاه اقدام نماید. ضمناً نسبت به جبران فوری ضرر و زیان حاصله بر اساس برآورد دانشگاه اقدام خواهم نمود و بدینوسیله حق هر گونه اعتراض را از خود سلب نمودم»

امضا:.....

تاریخ: ۱۳۹۰/۱۲/۱۷



دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم ریاضی

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد آمار

تحلیل مدل‌های اتورگرسیو فضایی-زمانی

توسط

حمیدرضا رسولی

استاد راهنما

دکتر محسن محمدزاده

اسفندماه ۱۳۹۰

تقدیم به

همراهان همیشگی

پدر و مادرم

قدردانی

سپاس و ستایش معبود یگانه را که پرتو الطاف بی‌شمارش بر لحظه لحظه زندگی‌ام ساطع و آشکار است. حمد و ثنا می‌گزارم او را که فکرت و اندیشه را در بستر روحم روان ساخت و بهره‌گیری از خوان گسترده دانش اساتیدم را نصیب و روزی‌ام گردانید.

امتنان و سپاس می‌گزارم تلاشها، زحمات و راهنمایی‌های ظریف، ارزشمند و بی‌شائبه استاد فرزانه و گرانمایه‌ام، جناب دکتر محسن محمدزاده را که با حمیت و جدیت، مرا به دقت، اندیشه، درک و تعمق وامی‌داشتند.

حمیدرضا رسولی

اسفند ۱۳۹۰

چکیده

داده‌های فضایی که در زمان‌های متوالی به دست آیند، داده‌های فضایی-زمانی و اگر این داده‌ها در طول زمان مستقل باشند، داده‌های پانلی فضایی نامیده می‌شوند. برای مدل‌بندی این داده‌ها، لازم است همبستگی فضایی یا فضایی-زمانی آن‌ها، به نحوی لحاظ شود. با فرض اینکه بین متغیرهای وابسته یا خطاهای مدل رابطه اتورگرسیو برقرار باشد، می‌توان همبستگی فضایی یا فضایی-زمانی را در مدل‌بندی مشاهدات لحاظ کرد. یک مسئله مورد توجه در مدل‌بندی داده‌های پانلی یا فضایی-زمانی تغییرپذیری بین واحدهای آزمایشی است. به علت عدم تجانس موقعیت‌های فضایی ممکن است هر موقعیت اثر مختلفی بر داده‌ها داشته باشد و این اثرات به صورت ثابت یا تصادفی در نظر گرفته می‌شوند. مدل‌های اتورگرسیو فضایی برای لحاظ کردن وابستگی فضایی داده‌ها در مدل‌بندی مشاهدات به کار می‌آیند و با تعمیم این مدل‌ها، داده‌های فضایی-زمانی را نیز می‌توان مدل‌بندی کرد. با استفاده از مدل‌های اتورگرسیو فضایی-زمانی فرض همبستگی فضایی و زمانی را به طور همزمان در مدل‌بندی داده‌ها می‌توان لحاظ کرد. در این پایان‌نامه نخست سه رده مدل‌های اتورگرسیو فضایی، پانلی فضایی و اتورگرسیو فضایی-زمانی و ویژگی‌های آن‌ها بررسی شده و با دو رهیافت بسامدی و بیزی برآورد پارامترهای آن‌ها ارائه شده است. سپس با استفاده از شبیه‌سازی دقت مدل‌ها مورد ارزیابی و با هم مقایسه شده‌اند. در انتها نحوه کاربست مدل‌های ارائه شده برای تحلیل داده‌های ازن شهر تهران نشان داده شده و عملکرد آن‌ها مورد بررسی قرار گرفته است.

واژه‌های کلیدی: مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی، مدل پانلی فضایی، ماتریس وزن فضایی.

فهرست مندرجات

۱	تعاريف و مفاهيم مقدماتي	۱
۱	۱.۱ مقدمه	۱
۵	۲.۱ مفاهيم اوليه	۵
۹	۳.۱ مدل‌های اتورگرسيو	۹
۱۲	۴.۱ ويژگي‌های مدل‌های اتورگرسيو	۱۲
۱۴	۲ تحليل مدل‌های اتورگرسيو فضايي	۱۴
۱۴	۱.۲ مقدمه	۱۴

۱۵	برآورد پارامترهای مدل اتورگرسیو همزمان	۱.۱.۲
۱۷	برآورد پارامترهای مدل تأخیر فضایی	۲.۱.۲
۲۰	برآورد پارامترهای مدل خطافضایی	۳.۱.۲
۲۲	آزمون اتورگرسیو فضایی	۴.۱.۲
۲۳	تحلیل بیزی مدل‌های اتورگرسیو فضایی	۲.۲
۲۴	روش‌های مونت کارلویی زنجیر مارکوفی	۱.۲.۲
۲۶	تحلیل بیزی مدل تأخیر فضایی	۲.۲.۲
۳۱	تحلیل بیزی مدل تأخیر فضایی با واریانس ناهمگن	۳.۲.۲
۳۵	تحلیل بیزی مدل خطافضایی	۴.۲.۲
۴۱	تحلیل بیزی مدل اتورگرسیو همزمان	۵.۲.۲
۴۳	ملاک‌های ارزیابی مدل	۶.۲.۲
۴۶	مثال کاربردی	۳.۲
۴۹	بحث و نتیجه‌گیری	۴.۲

۳ تحلیل مدل‌های اتورگرسیو فضایی-زمانی

۵۲	مقدمه	۱.۳
----	-------	-----

۵۳ مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی	۲.۳
۵۶ برآورد پارامترهای مدل با اثرات ثابت	۱.۲.۳
۶۲ برآورد پارامترهای مدل با اثرات تصادفی	۲.۲.۳
۶۷ پیشگویی فضایی-زمانی	۳.۲.۳
۷۰ تحلیل بیزی مدل‌های اتورگرسیو	۳.۳
۷۷ تحلیل بسامدی مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی	۴.۳
۸۱ تحلیل بیزی مدل‌های اتورگرسیو فضایی-زمانی	۵.۳
۹۵ پیشگویی فضایی-زمانی بیزی	۱.۵.۳
۹۶	۴ شبیه‌سازی و مثال کاربردی	
۹۶ مقدمه	۱.۴
۹۶ مطالعه شبیه‌سازی	۲.۴
۱۰۳ تحلیل فضایی-زمانی داده‌های آلودگی هوای شهر تهران	۳.۴

۱۱۳ ارزیابی دقت مدل‌ها ۱.۳.۴

۱۲۱ بحث و نتیجه‌گیری ۴.۴

۱۳۲ **الف متن برنامه‌ها**

۱۴۵ **ب واژه‌نامه انگلیسی به فارسی**

لیست اشکال

- ۱.۳.۲ الف: نمودار نرخ پذیرش برای مدل تأخیر فضایی بی‌بیزی با فرض واریانس غیر ثابت ب: نمودار برآورد ضرایب واریانس خطاها ۵۰
- ۲.۳.۲ نمودار تابع چگالی و اثر توزیع پسین پارامترهای ρ ، β_0 ، β_1 و σ^2 در مدل تأخیر فضایی با واریانس غیر ثابت ۵۱
- ۱.۳.۴ محل قرارگیری ایستگاه‌های سنجش آلاینده‌های هوا در شهر تهران (موسوی ۱۳۹۰). ۱۰۵
- ۲.۳.۴ بافت‌نگار و نمودار $P - P$ برای الف و ب داده‌های نخستین، ج و د: ۱۰۶

- ۳.۳.۴ بافت‌نگار و نمودار اثر توزیع پسین پارامترهای متغیرهای تبیینی β_1 و β_2 واریانس σ^2 ، ضریب اتورگرسیو فضایی ρ و ضریب اتورگرسیو زمانی λ در مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی با اثرات ثابت ۱۱۱
- ۴.۳.۴ نمودار اثرات فضایی در ۹ ایستگاه در مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی با اثرات ثابت ۱۱۲
- ۵.۳.۴ نمودار مقادیر واقعی (خط ممتد) و پیشگویی شده (خط چین) در هفته ۴۹ با الف: مدل پانلی تأخیر فضایی، ب: مدل پانلی خطافضایی با اثرات ثابت، ج: مدل پانلی خطافضایی بیزی بدون اثرات و د: با اثرات ثابت ۱۱۴
- ۶.۳.۴ الف و ب: نمودارهای مقادیر واقعی (خط متد) و پیشگویی شده (خط چین) در هفته ۴۹ با الف: مدل بیزی خطافضایی با اثرات تصادفی، ب: مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی بدون اثرات، ج: مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی با اثرات ثابت و د: تصادفی ۱۱۷
- ۷.۳.۴ الف و ب: نمودارهای مقادیر واقعی (خط متد) و پیشگویی شده (خط چین) در هفته ۴۹ با الف: مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی با روش ماکسیمم درستنمایی، ب: بازگشتی، ج: مدل آمیخته اتورگرسیو فضایی-زمانی با اثرات تصادفی و د: بدون اثرات ۱۱۸

۸.۳.۴ الف و ب: نمودارهای میانه مقادیر واقعی (خط متد)، مقادیر پیشگویی (خط چین) و چارک اول و سوم مقادیر پیشگویی (نقطه چین) در هفته ۴۹ تا ۵۲ با الف: مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی با روش ماکسیمم درستنمایی، ب: بازگشتی، ج: مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی با اثرات تصادفی و د: ثابت ۱۲۰

۹.۴.۴ الف و ب: نمودارهای میانه مقادیر واقعی (خط متد)، مقادیر پیشگویی (خط چین) و چارک اول و سوم مقادیر پیشگویی (نقطه چین) در هفته ۴۹ تا ۵۲ با الف: مدل اتورگرسیو فضایی-زمانی بدون اثرات، ب: آمیخته بدون اثرات، ج: آمیخته با اثرات ثابت و د: تصادفی ۱۲۳

تعاریف و مفاهیم مقدماتی

۱.۱ مقدمه

در روش‌های معمول آماری عموماً فرض می‌شود، مشاهدات حاصل از نمونه‌ای که از جامعه استخراج می‌گردد، مستقل از یکدیگرند. اما در عمل زمینه‌های کاربردی زیادی مانند ژئوفیزیک، بازسازی تصاویر، کشاورزی، اقتصاد و ... وجود دارند که مشاهدات از لحاظ موقعیت قرار گرفتن در فضای مورد مطالعه به یکدیگر وابسته‌اند، چنین مشاهداتی داده‌های فضایی هستند. همچنین داده‌های فضایی که در زمان‌های متوالی به دست آیند، داده‌های پانلی فضایی^۱ و اگر این داده‌ها در طول زمان نیز وابسته باشند، داده‌های فضایی-زمانی نامیده می‌شوند. برای مدل‌بندی این داده‌ها، به دلیل وجود همبستگی فضایی یا فضایی-زمانی بین آن‌ها، لازم است به نحوی این ساختار همبستگی در مدل‌بندی آن‌ها محسوب شود. این کار مستلزم تعیین ساختار همبستگی فضایی یا فضایی-زمانی داده‌ها از طریق تابع کواریانس فضایی یا فضایی-زمانی است که معمولاً نامعلوم است و باید بر

^۱ Spatial Panel Data

اساس مشاهدات برآورد شود. تعیین و برآزاندن یک مدل معتبر به ساختار همبستگی داده‌ها به خصوص برای داده‌های فضایی-زمانی از پیچیدگی خاصی برخوردار است و دقت و اعتبار تحلیل داده‌ها به شدت بستگی به نکویی آن دارد. کرسی (۱۹۹۳)، کرسی و هوانگ (۱۹۹۹)، استاین (۲۰۰۵)، ما (۲۰۰۵)، فوئنتز و همکاران (۲۰۰۶، ۲۰۰۸) و پورکیو و همکاران (۲۰۰۸) در توسعه و ارائه انواع مدل‌های توابع کواریانس فضایی-زمانی نقش بسزایی داشتند. استفاده از این توابع مستلزم بررسی ویژگی‌هایی همچون پایایی، همسانگردی، تفکیک‌پذیری و تقارن آن‌ها براساس داده‌ها است. لی و همکاران (۲۰۰۷) و شائو و لی (۲۰۰۹) آزمون‌هایی برای بررسی این ویژگی‌ها ارائه کردند. بهشاد (۱۳۸۹) و بهشاد و محمدزاده (۲۰۱۲) توان آزمون‌ها را در شرایط مختلف مورد مقایسه قرار دادند. از آنجایی که تابع کواریانس فضایی-زمانی به داده‌های روندزوده برآزش داده می‌شود، محمدزاده و موسوی (۲۰۱۲) انواع مدل‌بندی روند فضایی-زمانی از جمله به‌کارگیری رگرسیون پویا را بررسی کردند. در عین حال انجام مراحل مدل‌بندی روند، بررسی ویژگی‌های تابع کواریانس و برآزش یک مدل کواریانس مناسب به داده‌های فضایی-زمانی نه تنها از فرایندی پیچیده برخوردار است، بلکه هرگونه خطا یا کم‌دقتی هر یک از این مراحل موجب دقت کم تحلیل داده‌ها از جمله پیشگویی فضایی-زمانی می‌شود. بنابراین استفاده از روش‌هایی که از مراحل کمتر و سراسر است تری برخوردارند می‌تواند تحت شرایطی خاص ساده‌تر و در عین حال نتایجی قابل قبول ارائه کند.

در مدل‌بندی رابطه بین متغیر پاسخ و متغیر تبیینی فرض کنید همبستگی فضایی یا فضایی-زمانی بین خطاهای مدل یا متغیرهای پاسخ از طریق یک مدل اتورگرسیو قابل تبیین باشد. در این صورت با روشی نسبتاً ساده‌تر می‌توان به مدل‌بندی و تحلیل داده‌ها پرداخت.

اولین بار ویتل (۱۹۵۴) با فرض اینکه متغیرهای پاسخ و تبیینی بر روی یک مستطیل توری مشاهده شده و خطاهای هر موقعیت فقط وابسته به موقعیت‌های قبلی، بعدی، بالا و پایین باشند،

وابستگی فضایی را در یک مدل اتورگرسیو لحاظ کرد. بسج (۱۹۷۴)، اورد (۱۹۷۵)، انسلین (۱۹۸۸)، هاینینگ (۱۹۹۰)، کرسی (۱۹۹۳) و والر و گاتوی (۲۰۰۴) نیز به تحلیل مدل‌بندی داده‌های فضایی، با استفاده از مدل‌های اتورگرسیو پرداختند. همچنین بالتاجی (۲۰۰۱) و الهورست (۲۰۰۳) به تحلیل مدل‌های پانلی فضایی پرداختند و لسج و پس (۲۰۰۹) داده‌های فضایی-زمانی را با استفاده از مدل‌های اتورگرسیو تحلیل کردند.

پیس و باری (۱۹۹۷) آزمون نسبت درست‌نمایی را برای معنی‌دار بودن ضریب همبستگی در مدل اتورگرسیو پیشنهاد دادند. لسج (۱۹۹۹) استفاده از تابع درست‌نمایی نیمرخ^۲ را برای برآورد پارامترهای مدل اتورگرسیو پیشنهاد کرد و به دنبال آن لی (۲۰۰۲) نشان داد برآوردهای حاصل از ماکسیمم کردن تابع درست‌نمایی نیمرخ سازگار هستند. لسج (۱۹۹۹) برآورد بیزی پارامترها را ارائه کرد. کلجیان و پروچا (۱۹۹۹) برآوردهای گشتاوری تعمیم یافته^۳ (GMM) را پیشنهاد نمودند و ثابت کردند برآوردهای حاصل سازگار هستند.

اسمیرنوو (۲۰۰۵) از ماتریس اطلاع برای آزمون معنی‌دار بودن ضرایب استفاده کردند. لسج و پس (۲۰۰۹) اثرات متغیرها در این مدل‌ها را با رهیافت‌های بسامدی و بیزی بررسی کردند. لسج (۲۰۰۰) مدل‌بندی داده‌های دودویی فضایی را با رگرسیون پروبیت فضایی با وارد کردن مدل‌های اتورگرسیو در ساختار متغیر پنهان^۴ با رهیافت بیزی بررسی کرد. برون و ویجوربرگ (۲۰۰۴) نیز از روش نمونه‌گیری از نقاط مهم بازگشتی^۵ (RIS) برای تحلیل داده‌های دودویی فضایی با در نظر گرفتن ساختار اتورگرسیو در یک متغیر پنهان استفاده کردند.

Profile Likelihood^۲

Generalized Method of Moments^۳

Latent Variable^۴

Recursive Importance Sampling^۵

بل و باکستیل (۲۰۰۰) از روش های گشتاوری تعمیم یافته^۱ (GMM) برای مدل بندی داده های پانلی فضایی استفاده کردند. الهورست (۲۰۰۳) برآورد پارامترهای مدل پانلی فضایی را با فرض وجود هر دو نوع اثر ثابت و تصادفی ارائه کرد. بالتاجی و لی (۲۰۰۴) و بالتاجی و همکاران (۲۰۰۹) بهترین پیشگویی کننده نااریب خطی^۲ (BLUP) با مدل رگرسیون پانلی فضایی را ارائه کردند.

فرانسیس و هایز (۲۰۰۷) مدل های اتورگرسیون فضایی-زمانی را با رهیافت بسامدی تحلیل کردند. زنگ و همکاران (۲۰۰۸) از رهیافت بیزی برای برآورد و پیشگویی مدل های اتورگرسیون فضایی-زمانی استفاده کردند. انسلین و همکاران (۲۰۰۸) انواع مدل های پانلی فضایی و اتورگرسیون فضایی-زمانی را تحلیل کردند. لسج و پیس (۲۰۰۹) برآورد اثرات متغیرها در مدل های اتورگرسیون فضایی-زمانی را با استفاده از رهیافت بسامدی و بیزی ارائه کردند.

یک مسئله اساسی در مدل بندی داده های پانلی تغییرپذیری بین واحدهای آزمایشی است. به علت عدم تجانس^۳ موقعیت های فضایی ممکن است هر موقعیت اثر متفاوتی بر داده ها داشته باشد. چون داده ها از موقعیت های فضایی مختلف در طول زمان جمع آوری شده اند، می توان این اثرات را برآورد کرده و در مدل بندی داده ها لحاظ کرد. اثرات هر موقعیت ممکن است ثابت یا تصادفی باشند و برای اثرات تصادفی توزیع آماری خاصی در نظر گرفته شود. برای مدل بندی داده های پانلی فضایی فرض می شود بین داده ها وابستگی فضایی وجود دارد و داده ها در طول زمان مستقل هستند. گاهی در عمل فرض استقلال مشاهدات در طول زمان واقع گرایانه نیست و لحاظ کردن وابستگی زمانی در مدل بندی داده ها نیز ضروری است. در این صورت می توان مدل های اتورگرسیون فضایی-زمانی را برای مدل بندی و تحلیل آن ها به کار گرفت.

Generalized Method of Moments^۱

Best Linear Unbiased Predictor^۲

Heterogeneous^۳

در این فصل مفاهیم و تعاریف مقدماتی مربوط به داده‌های فضایی-زمانی و مدل‌های اتورگرسیو فضایی و فضایی-زمانی مطرح می‌شوند. در فصل دوم مدل‌های اتورگرسیو فضایی و برآورد پارامترهای آن با روش ماکسیمم درست‌نمایی و رهیافت بیزی بیان می‌شود و سپس نحوه استفاده از مدل‌های مطرح شده در تحلیل داده‌های گندم استان‌های ایران نشان داده می‌شود. در فصل سوم مدل‌های پانلی فضایی و اتورگرسیو فضایی-زمانی معرفی گردیده و برآورد پارامترهای این مدل‌ها با استفاده از روش ماکسیمم درست‌نمایی و رهیافت بیزی ارائه می‌شود. به علاوه چگونگی پیشگویی با استفاده از این مدل‌ها با رهیافت‌های بسامدی و بیزی ارائه خواهد شد. همچنین نحوه لحاظ کردن اثرات فضایی در این مدل‌ها و برآورد این اثرات مطرح می‌شود. در فصل چهارم در یک مطالعه شبیه‌سازی کارایی روش‌های معرفی شده بررسی و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سپس با استفاده از مدل‌های ارائه شده داده‌های ازن شهر تهران تحلیل می‌شود. در انتها بحث و نتیجه‌گیری و پیشنهاد کارهای آتی ارائه می‌شوند.

۲.۱ مفاهیم اولیه

برای مدل‌بندی داده‌های فضایی از میدان تصادفی $Z(\cdot) = \{Z(s); s \in D\}$ استفاده می‌شود، که در آن مجموعه اندیس گذار D زیر مجموعه‌ای از فضای اقلیدسی R^d ، $d \geq 1$ است. در صورتی که توزیع هر تعداد متنهایی از متغیرهای تصادفی $(Z(s_1), \dots, Z(s_n))$ ، $n \geq 1$ نرمال باشد میدان تصادفی $Z(\cdot)$ گاوسی نامیده می‌شود.

توابع میانگین، کواریانس و ضریب همبستگی فضایی میدان تصادفی $Z(\cdot)$ به ترتیب