

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

بررسی انتشار امواج EM در ممتامواد

از:

علیرضا موسوی

استاد راهنما:

دکتر سعید باطبی

(اسفند ماه 1389)

صفحه	عنوان
1	مقدمه
	فصل اول
	الکترو دینامیک محیط چپ گرد
4	1.1 مقدمه
4	2.1 انتشار موج در محیط چپ گرد
7	3.1 چگالی انرژی و سرعت گروه
8	4.1 ضریب شکست منفی
10	5.1 اصل فرما
11	6.1 دیگر اثرات محیط چپ گرد
11	1.6.1 اثر دوپلر معکوس
12	2.6.1 پرتو سرنیکف به سمت عقب
13	7.1 امواج الکترومغناطیس در سطح مشترک
14	1.7.1 ضرایب بازتاب و عبور
16	2.7.1 موج سطحی
17	8.1 امواج الکترومغناطیس در میان قطعه ای تخت از ماده چپ گرد
17	1.8.1 ضرایب بازتاب و عبور
18	2.8.1 امواج هدایت شونده
20	9.1 قطعه تخت با $\epsilon \rightarrow -1$ و $\mu \rightarrow -1$
20	1.9.1 لنزهای کامل
24	10.1 اتلاف و پاشندگی
	فصل دوم
	طراحی و ساخت متامواد
29	1.2 مقدمه
30	2.2 تاریخچه پلاسما در فرکانس های میکرو و یو

30	صفحات و موجبرهای فلزی به وجود آورنده پلاسمای یک- و دو-بعدی	1.2.2
32	محیط سیم	2.2.2
34	پاشندگی فضایی در محیط سیم	3.2.2
37	تاریخچه تراوایی مغناطیسی منفی	3.2
38	آنالیز SRR لبه-جفت شده	1.3.2
46	طرح های دیگر SRR	2.3.2
47	SRR جفت شده- پهلوی به پهلوی BC-SRR	1.2.3.2
49	روابط پیوستگی برای یک متامواد سه بعدی بر اساس SRR	3.3.2
53	کاهش مقیاس SRRs در فرکانس های اپتیکی و مادون قرمز	4.3.2
58	متامواد چپ گرد بر اساس SRR	4.2
58	متامواد چپ گرد بر اساس SRR - یک - بعدی	1.4.2
فصل سوم انتشار موج رو به عقب در ناحیه پاشندگی نرمال ماده چپ گرد و در ناحیه پاشندگی غیرنرمال ماده راست گرد		
61	مقدمه	1.3
62	انتشار موج رو به عقب	2.3
62	انتشار موج رو به عقب کامل	1.2.3
66	انتشار موج رو به عقب ناقص	2.2.3
67	شرط لازم برای مینیمم کردن پاشندگی	3.3
67	شرط لازم برای مینیمم کردن پاشندگی در مورد یک متامواد با ضریب شکست منفی	1.3.3
68	شرط لازم برای مینیمم شدن پاشندگی غیرنرمال و برگشت موج رو به عقب	2.3.3
69	محیط ناهمسانگرد در ناحیه پاشندگی نرمال	1.4.3
75	محیط ناهمسانگرد در ناحیه پاشندگی غیرنرمال	2.4.3

فصل چهارم انتشار موج پیوسته در جفتگرهای غیرخطی با یک کانال از متامواد و انتشار امواج الکترومغناطیس در

		متامواد
78	انتشار موج پیوسته در جفتگرهای غیرخطی با یک کانال از متامواد	1.4
78	مقدمه	1.1.4
79	مدلسازی یک جفتگر غیرخطی PIM-NIM	2.1.4
82	شدت اپتیکی خروجی در جفتگر PIM-NIM	3.1.4
83	روش عددی به کار رفته در حل معادلات 1	4.1.4
84	شبیه سازی جفتگر PIM-NIM در حالت های گوناگون	5.1.4
84	شبیه سازی حالت خطی	1.5.1.4
85	شبیه سازی حالت غیرخطی با γ ثابت و K برابر	2.5.1.4
86	شبیه سازی حالت غیرخطی با γ ثابت و K برابر نسبت به طول جفتگر	3.5.1.4
87	شبیه سازی حالت غیرخطی با γ ثابت و K متفاوت	4.5.1.4
87	انتشار امواج الکترومغناطیس در متامواد	2.4
87	مقدمه	1.2.4
88	مدلسازی انتشار امواج الکترو مغناطیس در مواد چپ گرد خطی	2.2.4
91	حل مستقیم معادلات به روش عددی برای $\sigma=+1$	3.2.4
92	حل مستقیم معادلات به روش عددی برای $\sigma=-1$	4.2.4
نتیجه گیری		
95	نتیجه گیری	
97	پیشنهاد برای ادامه کار	
مراجع		
99	مراجع	

بررسی انتشار امواج EM در تمامواد

علیرضا موسوی

اخیراً مطالعه خواص الکترومغناطیس محیط های مصنوعی با گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی توامان منفی به موضوعی با اهمیت شده است. چنین محیطی معمولاً به عنوان تمامواد در نظر گرفته می شود. خواص تمامواد را می توان مستقیماً از معادلات ماکسول با روابط ساختاری متناسب بدست آورد و با خاصیت ضریب شکست منفی تمامواد می توان بر مشکلات شناخته شده لنزهای معمولی از طریق طراحی یک لنز کامل که هر دو جهت انتشار را به خوبی متمرکز می کند چیره شد. منظور ما از طراحی تمامواد ساخت محیطی گسسته که ترکیبی از سلول های الکتریکی با اندازه کوچک در فرکانس های مورد علاقه است. پدیده برگشت موج رو به عقب را در یک تماماده مطالعه خواهیم کرد و در ادامه کاربرد تماماده را در یک جفتگر اپتیکی غیر خطی بررسی می کنیم.

کلید واژه: تمامواد، ضریب شکست منفی، لنز کامل، برگشت موج رو به عقب، غیرخطی، جفتگر اپتیکی

Abstract

The consider of EM waves propagation in the metamaterial

Alireza Mousavi

Recently the study of the electromagnetic (EM) properties of artificial media with simultaneously negative dielectric permittivity and magnetic permeability has been the subject of great attention. Such media are usually referred to as metamaterial. The properties of metamaterials directly are obtained from Maxwell's equations with appropriate constitutive relations and a perfect lens can be designed for focusing waves in both propagation direction using the negative refractive index metamaterial in order to overcome known the problems of common. Synthesis of Metamaterials means discrete media made of a combination of unit cells of small electrical size at the frequencies of interest. We will study the phenomenon of backward wave propagation in metamaterial and in continuation its application in nonlinear optical coupler will be put into consideration.

Keywords: metamaterial, negative refractive index, perfect lens, nonlinear, backward wave optical coupler

محیط پیوسته با پارامترهای گذردهی الکتریکی ϵ منفی و تراوایی مغناطیسی μ منفی مدت زمان زیادی است که در تئوری الکتروپنایمیک شناخته شده است. در واقع مدل درود-لورنتس ناحیه با ϵ و μ منفی را در بالای نقطه تشدید پیش بینی می کند در صورتی که اتلاف به قدر کافی کوچک باشد [۱]. اگرچه اتلاف معمولاً اولین مانع بر سر راه گذردهی الکتریکی منفی در دی الکتریک های معمولی است اما محیط هایی با گذردهی الکتریکی منفی در طبیعت یافت می شوند. بهترین مثال شناخته شده پلاسمای کم - اتلاف و فلزات و نیمه رسانا ها در فرکانسهای اپتیکی و مادون قرمز - که اغلب پلاسمای حالت جامد نامیده می شوند- هستند. محیطی با μ منفی کمتر در طبیعت یافت می شود بدلیل اینکه بر همکنش مغناطیسی در اغلب مواد حالت جامد ضعیف است [۲]. فقط در مواد فرامغناطیس است که بر همکنش مغناطیسی به قدر کافی قوی است (و اتلاف به قدر کافی کم است) ناحیه ای با تراوایی مغناطیسی منفی تولید شود. هیدرواکسید آهن مغناطیسی شده در حالت اشباع یک تانسور تراوایی مغناطیسی با المانهای منفی در نزدیکی تشدید فرامغناطیس دارد (که معمولاً در فرکانسهای میکرو ویو اتفاق می افتد). این مواد به صورت گسترده در مهندسی ساختارهای میکروویو به کار می روند و از خاصیت های منحصر به فرد آن استفاده های زیادی می شود. بنابراین در فصل اول بر روی الکترو دینامیک محیطی که ϵ و μ منفی را شبیه سازی می کند تمرکز خواهیم کرد. و این که یک موج الکترومغناطیس در یک محیط با گذردهی الکتریکی منفی و تراوایی مغناطیسی منفی چگونه رفتار می کند. برای ساخت یک متامواد ما باید یک ترکیب از سلول های واحد را با سایز الکتریکی کوچک در فرکانس های میکروویو طراحی کنیم. فرض خواهیم کرد که پارامترهای تشکیل دهنده چنین محیطی می تواند از قابلیت قطبش پذیری سلول واحد به وسیله یک روش مناسب استنباط شود. این تقریب در حقیقت یک تفسیر مستقیم از روش های استفاده شده در فیزیک حالت جامد برای توصیف مشخصات جسم های طبیعی است. متاموادى که در اینجا تعریف می کنیم اساساً با کریستال های الکترومغناطیس یا فوتونیکى متفاوت است. در حقیقت مشخصات الکترومغناطیس ناشی از یک متامواد، از مشخصات الکترومغناطیس المان های خودش به وجود می آید [۳-۵].^۱ طرح های دوره ای یک نقش ثانویه در ساخت متامواد دارند. بعد از کارهای اولیه والتر راتمن [۵۱]، جان پندری [52 و 53] و دیوید اسمیت و همکارانش [۵۴] یک روش استاندارد برای طراحی محیط مصنوعی حجیم با پارامترهای منفی در فرکانس های میکروویو پیشنهاد کردند. در این روش استاندارد با استفاده از سیم ها و یا صفحات فلزی گذردهی الکتریکی منفی و با استفاده از یک سیستم تشدیدگر های حلقه ای شکاف دار (SRRs)¹ تراوایی مغناطیسی منفی در فرکانس های میکروویو بدست می آید که در فصل دوم در مورد

¹ Split ring resonator

آن بحث خواهیم کرد. و در ادامه در مورد رفتار این ساختارها در فرکانس های مرئی بحث خواهیم کرد. در فصل سوم از آنجا که یک محیط چپ گرد بردارهای پویتینگ و پخش ناموازی هستند و جهت بردار سرعت فاز با بردار پویتینگ و جهت بردار سرعت گروه با بردار انتشار یکسان است پس می توان پدیده برگشت موج به سمت عقب را که معادل با مفهوم ناموازی بودن دو بردار سرعت فاز و سرعت گروه است را بررسی کرد. از این رو در LHM^1 و یا محیط متناظر با گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی منفی در ذات محیط انتشار دهنده با برگشت موج رو به عقب است. آیا معکوس آن نیز صحیح است؟ آیا یک رابطه نا موازی بین بردارهای موج و پویتینگ منحصراً بر یک ضریب شکست منفی دلالت دارد؟ و اگر چنین است ضریب شکست چگونه تابعی است؟ در این نوشته ما به پاشندگی در ناحیه معمولی در مواد چپ گرد توجه می کنیم و این که زاویه بین سرعت گروه و فاز چگونه است و بعد آن را با پاشندگی در ناحیه غیر نرمال در مواد راست گرد مقایسه می کنیم و بررسی می کنیم که زاویه بین سرعت گروه و فاز چگونه است. دو تعریف برگشت موج به سمت عقب کامل و برگشت موج به سمت عقب ناقص را بیان می کنیم. شکل تابع ضریب شکست را در ناحیه پاشندگی مورد نظر را بدست می آوریم.

محدودیت های ضریب شکست را برای داشتن هر دو شرط برگشت موج به سمت عقب و پاشندگی در نواحی مورد نظر بررسی می کنیم و در ادامه دو محیط ناهمسانگرد را مورد بررسی قرار می دهیم. برگشت موج به سمت عقب در یک محیط همسانگرد به این معنی است که بردارهای سرعت فاز و گروه ناموازی هستند. می توان نشان داد که این پدیده در محیطی با ضریب شکست کوچکتر از صفر در ناحیه با پاشندگی معمولی و محیطی با ضریب شکست بزرگتر از صفر در ناحیه با پاشندگی غیر نرمال صورت می گیرد. در ادامه فرض می کنیم زاویه بین بردارهای سرعت فاز و گروه بین 90 درجه تا 270 درجه تغییر کند. در این مورد نشان داده می شود که انتشار موج در یک محیط ناهمسانگرد صورت می گیرد که حداقل در یک بعد دارای ضریب منفی است. به شرط آنکه پاشندگی نرمال را در نظر بگیریم. بعد از آن پاشندگی در ناحیه غیر نرمال در مواد راست گرد و شرایط لازم برای مینیمم شدن پاشندگی غیر نرمال را بررسی می کنیم. بیان می کنیم تحت این شرط شکل ضریب شکست چگونه است. در فصل چهارم رفتار غیر خطی یک متامواد را در مواجهه با امواج الکترومغناطیس و همچنین در مورد یکی از کاربرد های متامواد در جفتگرهای غیر خطی بحث خواهیم کرد. که در آن یک کانال از جفتگر اپتیکی مرسوم با ضریب شکست مثبت می تواند با یک کانال از متامواد با ضریب شکست منفی پر شود.

¹ Left handed metamaterial

فصل اول

الکترو دینامیک محیط چپ گرد

1.1- مقدمه

انتشار موج در محیطی که ϵ و μ منفی را شبیه سازی می کند اولین بار در مقاله ای که توسط ویسیلاگو¹ [6] در اواخر سال 1960 ارائه شد، مورد بحث و آنالیز قرار گرفت. اگرچه 30 سال زمان لازم بود تا اینکه بعد از آن درک عملی اولین محیط با ضریب شکست منفی پدید آمد [7]، که این چنین محیطی محیط چپ گرد نامیده می شود [6-7] از اصطلاحات دیگر هم برای نام گذاری محیطی که ϵ و μ منفی را شبیه سازی می کند استفاده می شود. محیطی با ضریب شکست منفی ($n < 0$) [8] محیط بازگشت موج روبه عقب [9] و یا محیط دو-منفی DNM² [10]، و همچنین محیط ویسیلاگو [11] از این مواردند. ثابت انتشار برای یک موج تخت به وسیله $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ ارائه می شود. پس آشکار است که انتشار موج در محیط با ضریب شکست منفی ممنوع نیست. چندین سوال اساسی که اغلب بیان می شود این است که:

- یک موج الکترومغناطیس در یک محیط چپ گرد اساساً با یک موج الکترومغناطیس در یک محیط معمولی با ϵ و μ مثبت چه تفاوتی دارد؟
- قوانین اساسی فیزیک به عنوان مثال بقای انرژی در یک محیط چپ گرد چه ممنوعیتی دارد؟
- فرض کنید پاسخ سوالات گذشته داده شود چگونه در عمل یک محیط چپ گرد بدست بیاوریم؟

در این فصل ما سعی خواهیم کرد که به سوال های اول و دوم در پاسخ دهیم و به سوال سوم در فصل بعد پاسخ خواهیم داد.

2.1 - انتشار موج در محیط چپ گرد

برای اینکه انتشار موج در محیط چپ گرد را نشان دهیم ابتدا از معادلات ماکسول ساده شده به معادله موج استفاده

می کنیم [6].

$$\left(\nabla^2 - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\psi = 0 \quad (1)$$

در اینجا n ضریب شکست c سرعت نور در فضای آزاد و $\frac{n^2}{c^2} = \epsilon\mu$ است. مجذور ضریب شکست با تغییر علامت هر

دو پارامتری که ϵ و μ را شبیه سازی می کند تغییری نمی کند. واضح است که محیط چپ گرد با اتلاف کم باید شفاف باشد.

¹ Veselago

² Double negative material

با مشاهده معادله بالا، به وضوح آشکار است که پاسخ معادله 1 بعد از تغییر علامت هر دو پارامتر ϵ و μ به منفی بدون تغییر باقی می ماند. اگرچه هنگامی که معادلات دیفرانسیلی ماکسول مرتبه اول به طور صریح مطرح شوند.

$$\nabla \times E = -j\omega\mu H \quad (2)$$

$$\nabla \times H = j\omega\epsilon E \quad (3)$$

آنچه که از پاسخ این معادلات آشکار می شود کاملاً متفاوت است. در حقیقت میدان های موج تخت که با معادلات زیر:

$$E = E_0 \exp(-jK.r + j\omega t) \quad (4)$$

$$H = H_0 \exp(-jK.r + j\omega t) \quad (5)$$

نشان داده می شود. معادلات بالا به معادلات 6 و 7 کاهش می یابند.

$$K \times E = \omega\mu H \quad (6)$$

$$K \times H = -\omega\epsilon E \quad (7)$$

بنابراین برای ϵ و μ مثبت، میدان های E و H و بردار K یک سیستم سه محوری چرخشی راست گرد را تشکیل می

دهند. و اگر ϵ و μ منفی باشند معادلات 6 و 7 را می توان به صورت زیر بازنویسی کرد.

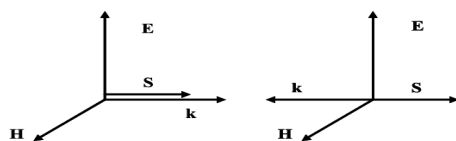
$$K \times E = -\omega|\mu| H \quad (8)$$

$$K \times H = +\omega|\epsilon| E \quad (9)$$

میدان های E و H و بردار K یک سیستم سه محوری چرخشی چپ گرد را تشکیل می دهند که به وضوح نشان می دهد

چرا محیطی با ϵ و μ منفی محیط چپ گرد نامیده می شود. که به روشنی در شکل 1-1 نشان داده شده است. در حقیقت این

دلیل اصلی آن است که محیطی با ϵ و μ منفی را محیط چپ گرد می نامیم.



شکل 1-1 به روشنی سیستم بردارهای E, H, K, S برای یک موج الکترومغناطیس عرضی مسطح (TEM)¹ در محیط

سمت چپ، راست گرد و در محیط سمت راست، چپ گرد است.

¹ Transverse electromagnetic

مفهوم فیزیکی دیگری که اکنون می خواهیم بر روی بحث کنیم انتشار موج رو به عقب است. در حقیقت جهت جریان انرژی میانگین در واحد زمان به وسیله قسمت حقیقی بردار پویتینگ تعیین می شود.

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \quad (10)$$

که تغییر علامت همزمان ϵ و μ به منفی بر روی آن تاثیری ندارد. بنابراین \mathbf{E} و \mathbf{H} و \mathbf{S} یک سگانه راست گرد در یک محیط چپ گرد را شکل می دهند. بنابراین در این قبیل مواد انرژی و جبهه موج در جهت مخالف هم قرار دارند (انتشار موج رو به عقب). انتشار موج رو به عقب یک پدیده شناخته شده است که ممکن است در یک موجبر غیر یکسان ظاهر شود [12 و 13] اگرچه انتشار موج رو به عقب در محیط همسانگرد و همگن بدون مرز (بیکران) یک ویژگی خاص محیط چپ گرد است. همان طور که نشان خواهیم داد اغلب مشخصات الکترومغناطیس خاص و تعجب آور این محیط به دلیل خصیصه انتشار موج رو به عقب ایجاد می شود. تاکنون از اتلاف صرف نظر کردیم اگرچه اتلاف در موارد عملی اجتناب ناپذیر است. در ادامه اثر اتلاف را در انتشار موج تخت در نظر خواهیم گرفت. با فرض اینکه ناحیه محدود ما از لحاظ ابعاد با ماده ای چپ گرد همگن پر شده است آغاز می کنیم. در حالت پایا و با فرض اینکه چشمه موج در ناحیه مورد نظر ما قرار نداشته باشد. باید یک مقدار شار توان درون ناحیه ما وجود داشته باشد تا اتلاف را جبران کند. بنابراین، از تئوری شناخته شده پویتینگ به صورت مختلط داریم:

$$\nabla \cdot \{\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*\} = j\omega(\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^* - \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}^*) \quad (11)$$

با کمی محاسبه در ادامه داریم:

$$\operatorname{Re}\{\oint \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot \hat{n} ds\} = \omega \operatorname{Im}\{\int (\mu |\mathbf{H}|^2 - \epsilon^* |\mathbf{E}|^2) dv\} < 0 \quad (12)$$

انتگرال گیری بر روی ناحیه ای که قبلاً به آن اشاره شد انجام می شود.

$$\operatorname{Im}(\epsilon) < 0; \operatorname{Im}(\mu) < 0 \quad (13)$$

اجازه دهید فرض کنیم مجذور عدد موج، موج تخت $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$ است. انتشار در یک محیط چپ گرد اتلافگر با

$\operatorname{Re}(\epsilon) < 0$ و $\operatorname{Re}(\mu) < 0$ صورت می گیرد. با توجه به آنچه برای برای موارد موهومی ϵ و μ در بالا گفته شد داریم که

$$\operatorname{Im}(k^2) > 0 \quad \text{بنابراین:}$$

$$\{\operatorname{Re}(k) > 0, \operatorname{Im}(k) > 0\} \quad \text{یا} \quad \{\operatorname{Re}(k) < 0, \operatorname{Im}(k) < 0\} \quad (14)$$

که پیشروی موج را در جهت انتشار موج را نشان می دهد. که در توافق با موج رو به عقب است که قبلاً نشان داده شد.

3.1- چگالی انرژی و سرعت گروه

اگر مقادیر ϵ و μ معرفی شده را به صورت منفی در نظر بگیریم میانگین زمانی چگالی انرژی در محیط غیر پاشنده شفاف

به وسیله معادله زیر داده می شود:

$$U_{nd} = \frac{1}{4} \{ \epsilon |E|^2 + \mu |H|^2 \} \quad (15)$$

در نتیجه یک چگالی انرژی منفی داریم که غیر فیزیکی به نظر می رسد. اگرچه به خوبی می دانیم که هر محیط فیزیکی به

غیر از فضای آزاد دارای پاشندگی است [1]. معادله اولیه 15 یک تقریب است که فقط برای محیط هایی با پاشندگی بسیار

ضعیف معتبر است. بیان صحیح برای یک پاکت موج شبه تک رنگ عبوری از یک محیط پاشنده عبارت است.

$$U = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\partial(\omega\epsilon)}{\partial\omega} |\mathbf{E}|^2 + \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} |\mathbf{H}|^2 \right\} \quad (16)$$

در اینجا مشتق بر روی فرکانس مرکزی پاکت موج گرفته می شود. از آنجا که می دانیم چگالی انرژی باید مثبت باشد.

داریم:

$$\frac{\partial(\omega\epsilon)}{\partial\omega} > 0 \text{ و } \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} > 0 \quad (17)$$

که با مقایسه با $\epsilon < 0, \mu < 0$ داریم $\epsilon/\omega > 0$ و $\partial\epsilon/\partial\omega > |\mu|/\omega$ و $\partial\mu/\partial\omega > 0$. بنابراین محیط چپ گرد فیزیکی

باید پاشندگی بالایی داشته باشد. این حقیقت در توافق با مدل درود-لورنتس کم-اتلاف برای ϵ و μ است که مقادیر منفی ϵ و

یا μ در نواحی با پاشندگی بالا فقط در بالای نقطه تشدید را پیشگویی می کند [1] سرانجام باید نشان داده شود که با تفسیر

معمول از قسمت موهومی تئوری پویتینگ مختلط، که روابط شار توان در میان یک سطح بسته با میزان تفاوت بین انرژی

الکتریکی و مغناطیسی درون این سطح را بیان می کند در محیطی با پاشندگی زیاد قابل کاربرد نیست [14]. در اینجا معادله

15 بجای معادله 16 به کار می رود. بنابراین این تفسیر برای محیط چپ گرد نیز معتبر نیست. انتشار موج رو به عقب بر

مخالف بودن علامت بین سرعت های فاز و گروه دلالت دارد. در حقیقت داریم:

$$\frac{\partial K^2}{\partial\omega} = 2k \frac{\partial k}{\partial\omega} \equiv 2 \frac{\omega}{v_p v_g} \quad (18)$$

در اینجا $v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}$ و $v_p = \frac{\omega}{k}$ سرعت فاز و گروه را ارائه می دهند. در مجموع از معادله $K^2 = \omega^2 \epsilon \mu$ و معادلات 17

برای یک محیط چپ گرد داریم:

$$\frac{\partial K^2}{\partial\omega} = \omega \epsilon \frac{\partial(\epsilon\omega)}{\partial\omega} + \omega \mu \frac{\partial(\epsilon\omega)}{\partial\omega} < 0 \quad (19)$$

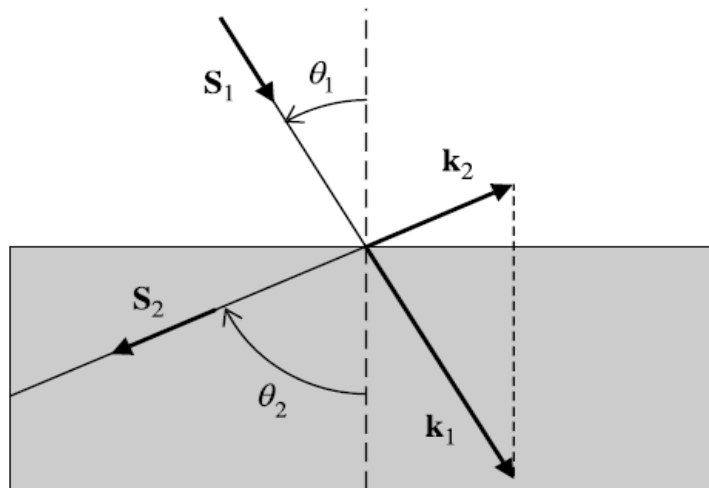
سر انجام از دو معادله 18 و 19 بدست می آوریم :

$$v_p v_g < 0 \quad (20)$$

این خصیصه بر این موضوع دلالت دارد که پاکت موج و جبهه موج در جهت های مخالف هم منتشر می شوند. بنابراین می توان گفت انتشار موج رو به عقب در محیط های چپ گرد مشاهده می شود .

4.1- ضریب شکست منفی

با فرض اینکه یک پرتو اپتیکی به سطح مشترک مابین محیط معمولی و چپ گرد برخورد می کند. از شرایط مرزی، پیوستگی مولفه های مماسی بردار موج در سطح مشترک دو محیط و از آنجا که انتشار موج رو به عقب در محیط چپ گرد اتفاق می افتد بدون شباهت به بازتاب معمولی زاویه برخورد و بازتاب علامت مخالف دارند. این اثر به روشنی در شکل 2-1 نشان داده شده است. از پیوستگی مولفه های مماسی بردار موج پرتوهای برخوردی و بازتابی در سطح مشترک دو محیط داریم:



شکل 2-1 اثبات هندسی ضریب شکست منفی مابین محیط چپ گرد و معمولی. بردار موج و پوئینگ برای محیط معمولی با

S_1, k_1 و برای محیط چپ گرد با S_2, k_2 نشان داده می شود. ضریب شکست منفی از پیوستگی مولفه های بردار موج

موازی با سطح مشترک و از این حقیقت که پرتوهای در جهت مسیر جریان انرژی منتشر می شوند ناشی می شود. آنها باید

موازی بردار های پوئینگ در محیط های 1 و 2 باشند.

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{-|k_2|}{|k_1|} \equiv \frac{n_2}{n_1} < 0 \quad (21)$$

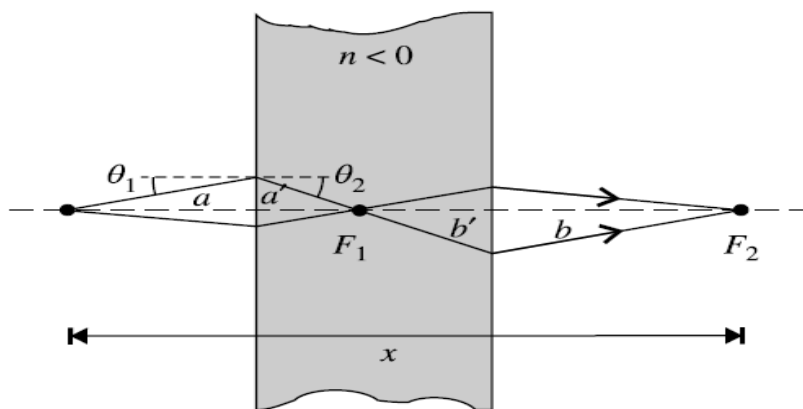
که قانون اسنل نامیده می شود. از این رو n_1 و n_2 بترتیب ضریب شکست محیط معمولی و چپ گرد را ارائه می دهند. فرض کنید که $n_1 > 0$ باشد از قانون ارائه داده شده در معادله 1.21 داریم که $n_2 < 0$ است. و علامت مربع ریشه ضریب شکست تعریف شده باید منفی انتخاب شود.

$$n \equiv -c\sqrt{\varepsilon\mu} \quad (22)$$

به این دلیل محیط چپ گرد محیط ضریب شکست منفی نیز نامیده می شود. در اپتیک هندسی سیستم شامل محیط چپ گرد به وسیله این خصیصه آخر مشخص می شود. به وسیله ترسیم مسیر پرتوهای اپتیکی درون لنزهای با ضریب شکست منفی می توان نشان داد که لنز کاو پرتوها را واگرا و لنز کوژ پرتوها را همگرا می کند. بنابراین این لنزها رفتاری معکوس نسبت به لنزهای ساخته شده از مواد معمولی دارند. اگرچه اثر جالب توجه که می تواند از اپتیک هندسی مواد چپ گرد فهمیده می شود این است که انرژی که از یک چشمه نقطه ای می آید توسط یک قطعه تخت از این ماده در طرف دیگر قطعه تخت متمرکز می شود. که این اثر به روشنی در شکل 3-1 نشان داده می شود. برای پرتوهای محوری داریم:

$$|n| = \frac{|\sin \theta_1|}{|\sin \theta_2|} \simeq \frac{|\tan \theta_1|}{|\tan \theta_2|} = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} \quad (23)$$

در اینجا n ضریب شکست چپ گرد نسبت به محیط اطراف است. بنابراین همان طور که در شکل 2-1 نشان داده شده است انرژی الکترومغناطیس که از چشمه نقطه ای می آید در دو نقطه متمرکز می شود نقطه اول درون قطعه مورد نظر قرار دارد و نقطه دوم در طرف دیگر قطعه در بیرون قطعه قرار می گیرد.



شکل 3-1 صفحه تخت از یک ماده چپ گرد که پرتوهای هم محور را در دو نقطه F_1 و F_2 درون و بیرون قطعه متمرکز

می کند.

در اینجا d عرض قطعه مورد نظر ماست. اگر $n = -1$ باشد همان طور که قبلاً نشان داده شد اثر محیط ما محدود به پرتوهای محوری نیست زیرا در این مورد برای هر زاویه برخوردی $|\theta_1| = |\theta_2|$ است. در حقیقت تمام پرتو هایی که از چشمه می آیند در دو نقطه در درون و بیرون قطعه متمرکز می شود. نقطه دوم در فاصله $2d$ از چشمه قرار دارد.

$$x = a + a + b + b = d + \frac{d}{|n|} = 2d \quad (24)$$

بحث های بالا به صورت گسترده در کارهای اولیه ویسیلاگو [6] مطرح شده است. هر دو نتایج تئوری [15 و 16] و آزمایشی [17-21] پیشینی ویسیلاگو مبنی بر اینکه محیط با ضریب شکست منفی محیطی چپ گرد است را تایید می کنند.

5.1- اصل فرما

قانون اسنل می تواند نتیجه ای از اصل فرما و یا معکوس آن باشد. اصل فرما طول اپتیکی مسیری که به وسیله نور مابین دو نقطه ثابت طی می شود را بیان می کند :

$$L = \int_A^B n \, dl \quad \text{که} \quad \delta L = 0 \quad (25)$$

از آنجا که قانون اسنل برای محیط چپ گرد نیز برقرار است. اصل فرما نیز برای یک سیستم که به صورت چپ گرد رفتار می کند برقرار است. می توان نشان داد هرگاه محیط ما چپ گرد باشد مطابق با اصل فرما طول اپتیکی حقیقی که به وسیله نور انتخاب می شود لزوماً مینیمم نیست. در حقیقت این امکان وجود دارد طول اپتیکی صفر یا منفی باشد. همچنین مدت زمانی که نور بین دو نقطه طی می کند از طریق فرمول معمول به کار رفته در مورد محیطی با پاشندگی کم به دست نمی آید. به عبارت دیگر $t \neq \frac{L}{c}$ بر قرار است. بنابراین راهی که به وسیله نور در یک سیستم شامل محیط چپ گرد طی می شود لزوماً در کوتاه ترین زمان نیست. از تعریف L در فرمول 25 داریم که طول اپتیکی بین دو نقطه A و B بر روی یک پرتو داده شده با یک فاز پیش رونده با فاصله بین نقاط داده شده متناسب است.

$$\Delta\phi = -k\overline{AB} = -n\left(\frac{\omega}{c}\right)\overline{AB} = -\left(\frac{\omega}{c}\right)L \quad (26)$$

با ارزیابی طول اپتیکی بین چشمه و نقطه تمرکز \mathbf{F}_1 و \mathbf{F}_2 در آزمایش نشان داده شده در شکل 1-3 برای مورد به کار رفته $n = -1$ در ادامه داریم که طول اپتیکی بین چشمه و نقطه تمرکز دقیقاً برای همه پرتو ها صفر است. بنابراین همه پرتو هایی که از چشمه می آیند در نقطه تمرکز بازآفرینی می شوند. با وجود این به علت اینکه ضریب شکست برای هر پرتو وابسته به زاویه برخورد است [9] تصویر تشکیل شده دارای شدتی برابر با شدت چشمه نیست. هر چند، اگر $\mathbf{1} \rightarrow \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ و

1- $\rightarrow \frac{\mu}{\mu_0}$ باشد مقاومت ظاهری قطعه تخت برابر با فضای آزاد می شود و ضریب بازتاب برای همه پرتو ها به صفر می رسد. در چنین موردی همه پرتوهای برخوردی دقیقاً در نقطه ای در خارج قطعه متمرکز می شوند و چشمه موج دوباره بازآفرینی می شود.

6.1- دیگر اثرات محیط چپ گرد

انتشار موج رو به عقب در محیط چپ گرد همچنین منجر به اثرات فیزیکی شناخته شده ای متناسب با انتشار موج الکترومغناطیس می شود. در مورد برخی از این اثرات در ادامه بحث خواهیم کرد.

1.6.1- اثر دوپلر معکوس

هنگامی که یک گیرنده در حال حرکت پرتوهایی که از یک چشمه ثابت در یک محیط یکنواخت را دریافت می کند. فرکانس دریافت شده از پرتوها وابسته به سرعت نسبی چشمه ساطع کننده پرتو و گیرنده است. این اثر دوپلر نامیده است. اگر سرعت نسبی بیان شده از سرعت نور بسیار کوچکتر باشد یک آنالیز غیر نسبی برای توصیف چنین اثری کافی است. آنالیز کیفی کاملاً ساده را برای یک محیط معمولی $n > 0$ را می توان در اغلب کتاب ها پیدا کرد. اگر گیرنده به سوی چشمه در حال حرکت باشد جبهه موج و گیرنده در دو جهت مخالف حرکت می کنند. بنابر این فرکانس دریافت شده به وسیله گیرنده از فرکانس اندازه گیری شده توسط ناظر ساکن بزرگتر خواهد بود. اگرچه، اگر محیط یک ماده چپ گرد باشد، موج به سمت عقب منتشر می شود و جبهه موج به سمت چشمه است. بنابر این هم گیرنده و هم جبهه موج در یک جهت حرکت می کنند و فرکانس دریافت شده به وسیله گیرنده از فرکانس اندازه گیری شده توسط ناظر ساکن کوچکتر خواهد بود. یک نتیجه سر راست که از بحث بالا گرفته می شود این است که جابجایی فرکانس به وسیله:

$$\Delta\omega = \pm\omega_0 \frac{v}{v_p} \quad (26)$$

در اینجا ω_0 فرکانس پرتو ساطع شده به وسیله چشمه است، v سرعت حرکت گیرنده به سمت چشمه است. v_p سرعت فاز نور در این محیط است. و علامت \pm به کار رفته برای محیط معمولی و یا چپ گرد است. معادله 26 را به صورت دیگری هم می توان نوشت.

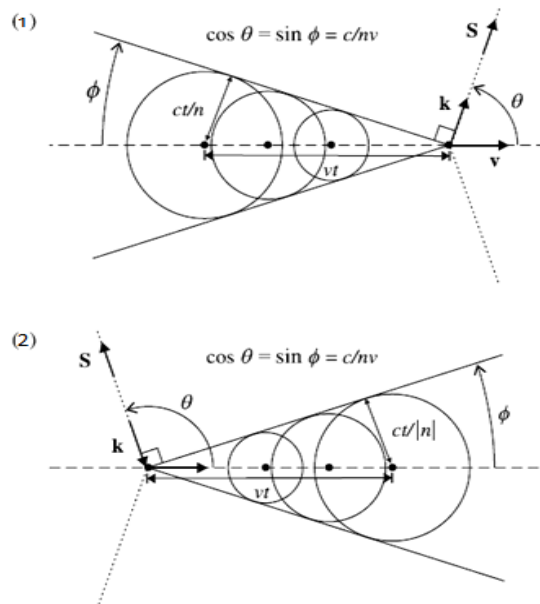
$$\Delta\omega = \omega_0 \frac{nv}{c} \quad (27)$$

در اینجا n ضریب شکست محیط و c سرعت نور در فضای آزاد است. در معادله 1.27، $\Delta\omega$ تفاوت مابین فرکانس آشکار شده در گیرنده و فرکانس نوسان چشمه است. برای $n < 0$ جابجایی فرکانس برای v مثبت (حرکت گیرنده به سمت

چشمه) منفی است که به صورت کیفی در آغاز این بخش نشان داده شده بود. به طور جالب توجه از معادله 17 به صورت مستقیم داریم که در محیط چپ گرد $\frac{d|k|}{d\omega} < 0$ است. به همین دلیل جابجایی فرکانس منفی نتیجه اش افزایش $|k|$ است. بنابراین، یک جابجایی فرکانس به سمت طول موج های کوتاهتر هنگامی که گیرنده به چشمه نزدیک می شود، برای هر دو محیط معمولی و چپ گرد داریم.

2.6.1- پرتو سرنیکف به سمت عقب

پرتو سرنیکف هنگامی که یک ذره باردار به یک محیط معمولی با سرعت بیشتر از سرعت نور در آن محیط وارد شود اتفاق می افتد. اگر کاهش سرعت این ذره بالا نباشد، سرعتش می تواند تقریباً بر روی بسیاری از دوره های موج ثابت در نظر گرفته شود. که به روشنی در شکل 4.1 نشان داده شده است جبهه موج های کروی تابشی به وسیله این ذرات وابسته به تکانه ذره دچار تاخیر می شوند.



شکل 4-1 به روشنی موج شوک در این شکل نشان داده شده است: (1) در یک محیط معمولی، و (2) در یک محیط چپ گرد قرار داریم. در (1) حرکت جبهه موج های کروی به سمت خارج از چشمه با سرعت c/n است. در (2) حرکت جبهه موج های کروی به سمت داخل چشمه با سرعت $c/|n|$ است.

بنابراین به یک موج شوک [۱] تولید شده، به سمت جلو حرکت می کند و با سرعت ذرات یک زاویه θ می سازد. این زاویه به وسیله معادله زیر ارائه می شود.

$$\cos \theta = \frac{c}{nv} \quad (28)$$

در اینجا c/n سرعت نور در محیط و v سرعت ذره است. اگر ضریب شکست محیط منفی باشد، انتشار موج به سمت عقب است، و جبهه موجهای کروی متناظر با فرکانس هماهنگ پرتو به داخل چشمه با سرعت $c/|n(\omega)|$ حرکت می کنند. بنابراین، هر جبهه موج در مکان حرکت رو به جلو ذره نشان داده شده در شکل 2-4 فرو می ریزد. بنابراین، در نتیجه آن موج شوک در زاویه منفرجه از تکانه ذره به سمت عقب حرکت می کند. این زاویه با معادله [28، 6] که به صورت آشکار در شکل 3 نشان داده شده ارائه می شود. هر محیط چپ گرد باید پاشندگی بالایی داشته باشد، رفتار محیط چپ گرد در آغاز محدود به تعدادی ناحیه فرکانسی بود. به دلیل تابش ذره در همه فرکانس ها، طیف تابش سیرنیکف باید حرکت جبهه موج به سمت هر دو جهت عقب و جلو را نشان دهد [22].

7.1- امواج الکترومغناطیس در سطح مشترک

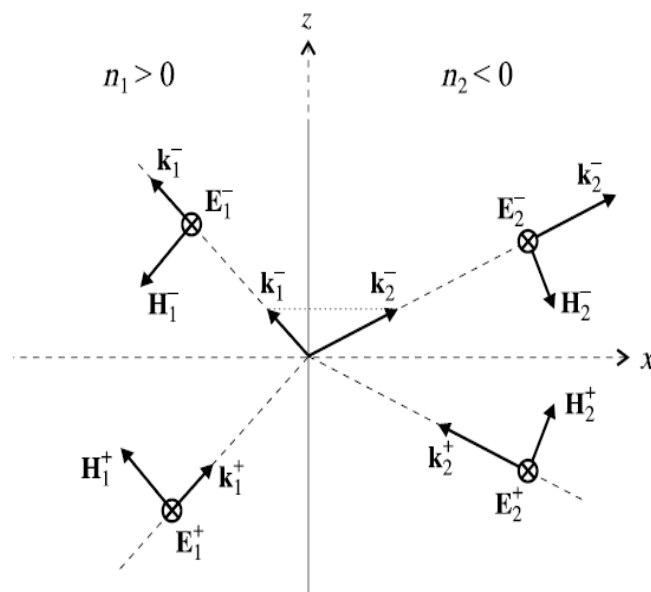
تاکنون، آنالیزهای مان را در چارچوب تقریب اپتیک هندسی انجام گرفته است، اگرچه با استفاده از آنالیز امواج الکترومغناطیس به همین نتایج می رسیم. در این بخش ما می خواهیم جزئیات بیشتری از برهم کنش امواج الکترومغناطیس در سطح مشترک بین محیط معمولی و چپ گرد را بیان کنیم. ما می خواهیم امواج با قطبش - S را بررسی کنیم که در آن ها میدان الکتریکی میدان های الکترومغناطیس عمود بر سطح مشترک (TE) محیط معمول در (این امواج همچنین امواج الکتریکی طولی نامیده می شوند) است. در آنالیز امواج با قطبش - P (این امواج همچنین امواج مغناطیسی طولی نامیده می شوند TM) امواج کاملاً مشابه هستند، و نتایج اصلی می تواند با نتایجی که برای امواج با قطبش - S به وسیله تغییر در تبدیل دوگانه بدست بیاید [14]. در این بخش و در ادامه ما یک محیط با کمترین اتلاف و شفاف را بررسی می کنیم. بنابر این، برای مورد تعیین شده مشخص، اتلاف قابل صرف نظر کردن است به همین دلیل ϵ و μ کمیت های حقیقی هستند. این تقریب اگرچه غیرفیزیکی است هنگامی که اتلاف مطرح شده کوچک است و اثرات انتشار حکفرماست مفید است.

1.7.1- ضرایب بازتاب و عبور

ضرایب بازتاب و عبور در سطح مشترک مابین محیط معمولی و چپ گرد را می توان با استفاده از تکنیک های الکترومغناطیس استاندارد پیدا کرد. در این بخش ما می خواهیم با استفاده از این روش ماتریس ستونی عبور بدست بیاوریم. برای رسیدن به این مقصود، امواج تخت در دو طرف صفحه سطح مشترک دو محیط را به امواج منتشر شده مثبت (+) و منفی (-) تقسیم می کنیم. بردار دارای یک مولفه موازی با سطح مشترک دو محیط (مولفه kz در شکل 5-1) است. برای سطح مشترک نشان داده شده در شکل 5-1، است. برای امواج با قطبش - S داریم.

$$E_i \equiv E_{y,i} = E_i^+ + E_i^- \quad (30)$$

در اینجا زیر نویس $i = 1 (i = 2)$ برای میدان ها در دست چپ - (راست) سطح مشترک (در $x = 0$) است. امواج مثبت امواجی هستند که انرژی حمل شده توسط آن ها در جهت محور مثبت عمود بر سطح مشترک دو محیط است. بنابراین اگر محور عمود بر سطح مشترک محور x -ها باشد که در شکل 5-1 نشان داده شده است. میدان های وابسته به امواج مثبت و منفی را به صورت خلاصه داریم.



شکل 5-1 تعریف امواج مثبت و منفی برای تعیین ماتریس عبور ستونی در سطح مشترک بین محیط معمولی و چپ گرد. توجه داشته باشید که انتشار موج رو به عقب در محیط چپ گرد در تعریف امواج مثبت و منفی مورد محاسبه قرار گرفته است.