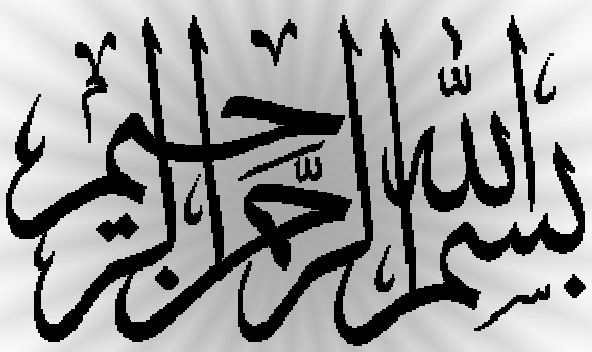

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه تفرش

دانشکده مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد

انتخاب بهینه پورتفولیو با استفاده از تئوری کردبیلیتی

استاد راهنما:

آقای دکتر حمیدرضا گلمکانی

دانشجو:

کیوان صالحی

شهریور 1390

تقدیم به

پویندگان عرصه دانش و معرفت؛

چکیده:

مطالعات تجربی زیادی نشان میدهد که نرخ بازده داراییها عموما دارای کشیدگی بیشتری نسبت به توزیع نرمال است و بیشتر سرمایه‌گذاران یک پورتفولیو را با کشیدگی کمتر توزیع نرخ بازده داراییهای آن ترجیح خواهند داد، وقتی مقدار میانگین، واریانس و چولگی آنها یکسان باشد. در این پایان نامه به منظور اندازه‌گیری کشیدگی نرخ بازده داراییها مفهوم کورتوسیس تحت معیارهای کردبیلیتی به عنوان ممان چهارم توزیع نرخ بازده داراییها معرفی شده و مدل میانگین–واریانس با چولگی به مدل میانگین–واریانس با چولگی و کشیدگی توسعه داده شده است. علاوه براین به منظور حل این مدل یک الگوریتم هوشمند ترکیبی از الگوریتم ژنتیک، شبیه سازی فازی و شبکه‌های عصبی توسعه داده شده است. در این الگوریتم شبکه‌های عصبی به منظور تخمین مقادیر امید ریاضی، واریانس، چولگی و کشیدگی و شبیه سازی فازی به منظور تولید داده‌ها برای آموزش شبکه عصبی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج محاسباتی نشان میدهد که الگوریتم پیشنهادی نتایج بسیار امیدوارکننده‌ای را حاصل میکند. علاوه براین نتایج ثابت کرده‌اند که کشیدگی تاثیری مستقیم بر بهینه‌سازی پورتفولیو دارد.

فهرست مطالب

صفحه

فصل اول: مفاهیم اولیه 2

1-1- پس‌انداز و سرمایه‌گذاری 2

2-1- داراییهای مالی 3

1-2-1- نرخ بازده داریی‌ها 3

3-1- بهینه‌سازی سبد دارایی‌های مالی 5

4-1- معایب مدل مارکوویتز 6

1-4-1- راهکارهایی برای برطرف نمودن معایب مدل مارکوویتز 7

5-1- جمع‌بندی و ساختار تحقیق 8

فصل دوم: مفاهیم مورد نیاز برای بهینه‌سازی سبد داراییهای مالی با استفاده از تئوری فازی 10

1-2- مقدمه 10

2-2- خصوصیات متغیرهای احتمالی و فازی 10

1-2-2- متغیرهای احتمالی 11

2-2-2- تابع توزیع احتمال 11

3-2-2- متغیرهای فازی 11

4-2-2- تابع عضویت 11

3-2- معیارهای تحت بررسی در تئوری فازی 13

1-3-2- خواص تئوری امکان 13

2-3-2- خواص تئوری کردبیلیتی 14

3-3-2- تئوری وارون‌سازی کردبیلیتی 14

4-3-2- امید ریاضی و واریانس تحت معیار کردبیلیتی 16

فصل سوم: مروری بر مدل های بررسی شده در مقالات مختلف 20

1-3- مقدمه 20

1-1-3- مدل میانگین واریانس با نرخ بازده فازی 20

2-1-3- مدل ماکسیمم کردبیلیتی 21

3-1-3- مدل ماکسیمم کردبیلیتی با درنظر گرفتن ریسک 23
3-1-4- مدل بهینه‌سازی پورتفولیو تحت معیار کردبیلیتی 24
3-1-5- مدل بهینه‌سازی پورتفولیو با هزینه معاملات 26
3-1-6- مدل انتخاب پورتفولیو تحت معیار کردبیلیتی با درنظرگرفتن منحنی ریسک 29
3-1-7- مدل انتخاب پورتفولیو با اضافه کردن ممان چولگی تحت معیار کردبیلیتی 32
3-1-8- مدل انتخاب پورتفولیو بر مبنای کراس آنتروپی 34
3-1-9- مدل بهینه‌سازی پورتفولیو با در نظر گرفتن آنتروپی به عنوان ریسک 36
3-1-10- مدل انتخاب پورتفولیو با درنظرگرفتن نیم واریانس به عنوان ریسک 38
3-1-11- مدل **minimax** برای انتخاب پورتفولیو تحت معیار کردبیلیتی 39
3-2- الگوریتم ژنتیک بر مبنای شبیه‌سازی فازی 41
3-2-1- شبیه‌سازی فازی 41
3-2-2- الگوریتم ژنتیک 42
فصل چهارم: مدلهای توسعه‌داده‌شده در این پایان‌نامه 45
4-1- مقدمه 45
4-2- مدل انتخاب پورتفولیو با درنظر گرفتن ممانهای چولگی و کشیدگی 46
4-1-1- مدل انتخاب پرتفولیو با درنظر گرفتن ممانهای چولگی و کشیدگی با نرخ بازده فازی مثلثی 47
4-1-1-1- الگوریتم ژنتیک پیشنهادی 50
4-1-2- مدل انتخاب پرتفولیو با درنظر گرفتن ممانهای چولگی و کشیدگی با نرخ بازده فازی از انواع مختلف 52
4-1-2-1- الگوریتم ژنتیک برمبنای شبیه‌سازی فازی و شبکه‌های عصبی 52
4-1-2-2- مثالهای عددی 58
4-1-3- مدل انتخاب پرتفولیو با درنظر گرفتن ممانهای چولگی و کشیدگی با محدودیتهای واقعی 59
4-1-4- مدل انتخاب پرتفولیو چند هدفه با نرخ بازده فازی مثلثی 61
4-1-4-1- روش weighted sum برای حل مدل 62
4-3- نتایج حاصل از تاثیر کشیدگی بر انتخاب پورتفولیو 63
فصل پنجم: نتیجه‌گیری و تحقیقات آینده 66

5-1- نتیجه‌گیری 66
5-2- تحقیقات آینده 67
مراجع و منابع 68

پیشگفتار:

مطالب موجود در این پایان نامه بصورت زیر میباشد.

فصل اول: در این فصل ابتدا مروری مختصر بر بهینه‌سازی داراییهای مالی[1] ارائه شده‌است. پس از آن مدل اصلی ارائه شده توسط مارکوویتز مورد بررسی قرارگرفته‌است. همچنین معایب و چالشهای اساسی در رابطه با مدل اصلی بیان شده‌است. در پایان فصل راهکارهای مورد نظر برای غلبه بر این معایب که در فصول بعدی به آنها پرداخته میشود مورد بحث قرار گرفته‌است.

فصل دوم: در این فصل ابتدا مباحثی در مورد متغیرهای احتمالی و فازی بیان شده‌است. پس از آن از طریق تعدادی از مثالهای عددی سعی شده تا تفاوت بهینه‌سازی برمبنای تئوری احتمالات و تئوری مجموعه‌های فازی بیان شود. علاوه براین مطالب این فصل مورد استفاده فصول بعدی قرار خواهدگرفت.

فصل سوم: مطالب مورد نظر در این فصل بررسی جامعی بر تمامی مقالات موجود در بهینه‌سازی داراییهای مالی برمبنای تئوری مجموعه‌های فازی و تحت معیارکردبیلیتی[2] است. علاوه براین برای تمام مدلها مثالهای عددی ارائه شده است.

فصل چهارم: در این فصل سه مدل جدید برمبنای تئوری فازی و تحت معیار کردبیلیتی توسعه داده شده است. برای هر مدل تعدادی مثال عددی ارائه شده است. نتایج مدلهای جدید با مدلهای قبلی نیز در این فصل مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌است.

فصل پنجم: در این فصل نتیجه‌گیری از بحث و تحقیقات آینده ترسیم شده است.

---

[1] Financial Assets
[2] Credibility Measure

فصل اول

مفاهیم اولیه

1-1- پس‌انداز[۳] و سرمایه‌گذاری

بدون شک رشد و توسعه اقتصادی هر کشور مرهون استفاده بهینه از منابع و عوامل تولید (نیروی انسانی، زمین، سرمایه[۴] و...) است. در این میان سرمایه به عنوان یکی از مهمترین عوامل تولید نقش کلیدی و اساسی را در این راستا بازی می‌کند. منابع تامین سرمایه می‌تواند شامل استفاده از پس‌انداز افراد یک جامعه، فروش منابع طبیعی کشور و یا استقراض از دیگر کشورها باشد. واحدهای مولد در یک جامعه، اعم از تولیدی و یا خدماتی با سرمایه‌گذاری در طرحهای مولد، سطح درآمد خود را افزایش داده، به تبع آن درآمد سرانه افراد افزایش میابد. افزایش درآمد سرانه نیز به نوبه خود، موجب افزایش پس‌انداز شده، امکان سرمایه‌گذاری بیشتر را فراهم می‌آورد [77].

هدایت و کنترل مطلوب فرایند فوق، مستلزم استقرار یک نظام مالی کارآمد در سطح کشور است. بانکها، موسسات مالی، شرکتهای بیمه، قوانین تجاری، مقررات مالیاتی و امثال آن بخشی از این نظام مالی بشمار می‌آیند. جمع‌آوری سرمایه‌های اندک و در اختیار قراردادن آنها در قالب تسهیلات مالی جهت ایجاد و یا گسترش طرحهای مولد یکی از مهمترین اهداف این نظام میباشد که با ایجاد و بهره‌گیری مناسب از داراییهای مالی میسر خواهد بود [77].

1-2- داراییهای مالی[۵]

به منظور درک بهتر از داراییهای مالی، یک شرکت تولیدی را در نظر بگیرید که جهت تامین بخشی از سرمایه مورد نیاز برای گسترش خط تولید[۶] خود، گزینه‌های زیر را پیش روی دارد:

- دریافت وام از یک بانک داخلی
- انتشار اوراق قرضه دولتی[۷]
- انتشار سهام[۸] جدید

در مورد گزینه دریافت وام، شرکت تولیدی یک سند بدهی را صادر می‌نماید که طی آن متعهد میشود تا اصل و بهره وام مذکور را در مقاطع زمانی مشخص در آینده بازپرداخت نماید. از نظر بانک، این سند تعهد، یک دارایی است. به عبارت دیگر بانک با خرید این سند، به مبلغی معادل وام اعطایی، انتظار دریافت عوایدی در آینده را دارد. در مورد انتشار اوراق قرضه، شرکت تولیدی نوع دیگری از اسناد بدهی را منتشر می‌سازد. بطور مشابه، اوراق قرضه منتشره برای خریداران اوراق، یک دارایی محسوب میشود که جریان نقدی[۹] تعهد شده‌ای را در آینده درپی خواهد داشت. در صورت انتشار سهام، شرکت تولیدی متعهد میشود تا پس از پرداخت دیون خویش از محل عایدات حاصله، عایدات مازاد را به دارندگان سهام بپردازد. در اینجا نیز، ناشر دارایی، شرکت تولیدی است و خریدار سهام مذکور با پرداخت مبلغی، نوعی از دارایی را خریداری نموده است که جریان نقدی آتی آن با قطعیت

---

[3] Saving
[4] Capital
[5] Securities
[6] Production Line
[7] Government Bonds
[8] Stocks
[9] Cash Flow

مشخص نیست. در همه موارد فوق، اوراق بهادار(تعهد) صادرشده توسط شرکت تولیدی، نوعی بدهی مالی[۱۰] برای شرکت و برای خریدار آن (بانک و یا خریداران اوراق و یا سهام شرکت) نوعی دارایی مالی تعلق میگردد [77].

برمبنای مطالب ذکر شده در بالا سرمایه‌گذاری عبارتست از خرید یک دارایی به منظور کسب منفعت آتی. با توجه به این تعریف مشخص است که سرمایه‌گذاران انتظار دستیابی به یک بازده[۱۱] مشخص پس از سرمایه‌گذاری و یا خرید یک دارایی را دارند. البته باید توجه داشت که به دلیل عدم امکان پیش‌بینی و تخمین دقیق مقدار این بازده، همواره عدم قطعیتی در محاسبه این بازده وجود خواهد داشت. بطور کلی، عدم قطعیت در بازده یک دارایی مالی را ریسک می‌نامند [77].

1-2-1- نرخ بازده داراییها

نرخ بازده دارایی‌ها اطلاعات اساسی در مورد سرمایه‌گذاری هستند و هر تصمیمی با استفاده از این اطلاعات گرفته می‌شود. نرخ بازده دارایی‌ها معمولا با استفاده از رابطه زیر بدست میآید، جاییکه $p_i^{'}$ قیمت دارایی در سال آینده و p_i قیمت دارایی در حال حاضر و d_i سود[۱۲] تخصیص یافته در طول سال است.

$$\text{نرخ بازده} = \frac{P_i^{'} - P_i + d_i}{P_i} \qquad (1-1)$$

همان طوری که از این رابطه مشخص است قیمت دارایی در سال آینده و میزان سود تخصیص یافته در طول سال مشخص نیست، بنابراین برجسته‌ترین ویژگی نرخ بازده دارایی‌ها عدم قطعیت آنها است. بطوری که بعضی اوقات آن بالا و گاهی پایین و در مواردی مثبت و یا منفی است. بنابراین ما از اعداد قطعی برای توصیف آنها نمی‌توانیم استفاده کنیم و حالت منطقی آنست که از متغیر برای توصیف آنها استفاده شود. باید توجه داشت که در محاسبه نرخ بازده سرمایه‌گذاری ارزش زمانی سود سهم دریافت شده و هزینه معاملات[۱۳] درنظر گرفته نشده است.

مثال 1-1: فرض کنید یک سرمایه‌گذار، سهم شرکتی را به قیمت 1000 خریداری می‌کند و پس از یکسال سهم مذکور را به قیمت 1100 میفروشد. درصورتیکه روی سهم مذکور در طی یک سال 50 واحد پولی سود سهام دریافت نموده باشد، منفعت حاصل 150 خواهد بود که شامل 100 واحد مابه‌التفاوت قیمت خرید و فروش بعلاوه 50 واحد سود سهام دریافتی است. نرخ بازده در این سرمایه‌گذاری یکساله برابر است با:

$$\text{نرخ بازده سرمایه‌گذاری} = \frac{1100-1000+50}{1000} = 15\%$$

همانطوریکه در تعریف نرخ بازده داراییها مطرح شد، به دلیل عدم قطعیت نرخ بازده داراییها استفاده از اعداد قطعی درمورد آنها مناسب نیست و بهتر آنست که از متغیر برای آن استفاده شود. متغیرهای تصادفی[۱۴] جز اولین متغیرها برای توصیف نرخ بازده دارایی‌ها هستند و امروزه هم به طور وسیعی از آنها استفاده میشود. وقتی سرمایه‌گذاران میگویند که نرخ بازده دارایی با احتمال 25% برابر0.08 و با احتمال 50% برابر 0.1 و با احتمال 25% برابر 0.12 خواهد شد آنها در واقع از متغیرهای تصادفی برای توصیف نرخ بازده دارایی‌ها استفاده می‌کنند. برای فهم بیشتر پرتاب یک تاس را در نظر بگیرید. سرمایه‌گذاران معتقدند که سه نتیجه روی خواهد داد، نرخ بازده 0.08، 0.1 و 0.12 که به صورت تصادفی روی داده‌اند و شانس روی‌دادن آنها

[10] Financial Liability
[11] Rate Of Return
[12] Dividend
[13] Transaction Cost
[14] Random Variables

به ترتیب 25%، 50% و 25% خواهد بود. در واقع هنگامی که از متغیرهای تصادفی استفاده می‌کنیم باید در نظر داشته باشیم که یک فرض باید برقرار شود و آن اینست که آیا داده‌های تاریخی نرخ بازده دارایی‌ها می‌توانند به درستی آینده نرخ بازده داراییها را منعکس کنند؟ اما می‌دانیم که این فرض همیشه نمی‌تواند برآورده شود. در حالت کلی وقتی سرمایه‌گذاران در مورد نرخ بازده دارایی‌ها صحبت می‌کنند باید انواع مختلفی از فاکتورها را در نظر بگیرند، به عنوان مثال تورم، وقایع سیاسی، صادرات و واردات، مالیات، عملکرد گذشته شرکت و پیش‌بینی آینده آن و غیره. البته باید مد نظر داشت که سهام بهترین شرکتها لزوما تضمین کننده بالاترین میزان نرخ بازده برای سرمایه‌گذاران نخواهد بود، زیرا ممکن است برروی این سهام قیمت بیش از حد[۱۵] گذاشته شده باشند. هیچ یک از این عوامل مستقیما بر نرخ بازده دارایی‌ها تاثیر نخواهند گذاشت و تصمیم‌گیری در مورد نرخ بازده دارایی‌ها همواره با ذهنیت زیادی همراه است [59-56]. بنابراین تصمیم‌گیری در مورد انتخاب پورتفولیو در محیطهای واقعی در حالت عدم قطعیت است. از طرفی تصمیم‌گیری در مورد اینکه کدام دارایی باید انتخاب شود به دلیل وجود عدم قطعیت نرخ بازده دارایی‌ها مشکل است [59, 60].

عدم قطعیت نرخ بازده دارایی‌ها حتی اگر تمام فاکتورها شناخته شوند باقی خواهد ماند. از طرفی بازارهای مالی بسیار حساس هستند، حتی بسیاری از فاکتورهای غیراقتصادی مانند موفقیت یک اختراع ممکن است بر این بازارها تاثیرگذار باشد. در واقع باید اذعان کرد که فاکتورهای انسانی منجر به عدم قطعیت نرخ بازده دارایی‌ها خواهند شد و بنابراین در بعضی موقعیتها سرمایه‌گذاران به این نتیجه خواهند رسید که داده‌های گذشته[۱۶] نمی توانند بیانگر آینده بازارهای مالی باشند و آنها ممکن است از دانش متخصصان و تجربیات آنها برای ارزیابی نرخ بازده آینده دارایی‌ها استفاده کنند. در واقع پیش‌بینی و ارزیابی نرخ بازده داراییها معمولا بصورت فازی بیان می‌شود. به عنوان مثال نرخ بازده دارایی A در حدود 0.2 است. این عبارت در واقع یک عبارت زبانی است و بر مبنای تئوری فازی بهتر قابل درک میباشد. بنابراین در این قبیل موقعیتها استفاده از متغیرهای فازی[۱۷] به جای تصادفی مناسبتر است [56].

1-3- بهینه‌سازی سبد دارایی‌های مالی (انتخاب پورتفولیو[۱۸])

بهینه‌سازی سبد دارایی‌های مالی یا بهینه‌سازی پورتفولیو در رابطه با انتخاب یک ترکیب از دارایی‌ها در بین تعداد زیادی از دارایی‌ها به منظور دستیابی به اهداف و رضایت سرمایه‌گذاران است. علیرغم انتقادهای زیاد در مورد استفاده از متغیرهای تصادفی در محاسبه نرخ بازده داراییها، اولین مدل بر این مبنا در سال 1952 توسط پروفسور مارکوویتز تحت عنوان مدل میانگین–واریانس[۱۹] معرفی شد. او از میانگین نرخ بازده داراییها به جای نرخ بازده سبد و از واریانس نرخ بازده داراییها به جای ریسک سبد استفاده‌کرده است. مارکوویتز مدل مشهور خود را به دو صورت معرفی نموده است:

- ماکسیمم‌کردن نرخ بازده سبد (میانگین) به ازای یک سطح داده شده از ریسک (واریانس)
- مینیمم‌کردن ریسک سبد (واریانس) به ازای یک سطح داده شده از نرخ بازده (میانگین)

مثال 2-1: فرض کنید که نرخ بازده دارایی‌ها برای یک پورتفولیوی موجود بصورت جدول 1-1 باشد. حال مقدار نرخ بازده و ریسک این پورتفولیو را بدست آورید.

---

[15] Over Price
[16] Historical Data
[17] Fuzzy Variables
[18] Portfolio Selection
[19] Mean-Variance Model

جدول1-1: نرخ بازده ماهیانه داراییها

ماه	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	میانگین
نرخ بازده	1	3	-1	-1	-3	4	3	2	5	1	6	4	2

نرخ بازده پورتفولیو بصورت زیر بدست آمده است.

$$\frac{1+3-1-1+....+6+4}{12}=2$$

علاوه براین بر طبق فرمول مربوط به واریانس مقدار ریسک سبد بصورت زیر محاسبه میگردد.

$$\frac{(1-2)^2+(3-2)^2+(-1-2)^2+...+(6-2)^2+(4-2)^2}{12}=\frac{80}{12}=6.66$$

براساس مطالب مطرح شده در قسمتهای قبل مدل ریاضی میانگین- واریانس توسط مارکوویتز به صورت زیر ارائه شد.

$$\begin{cases}\max \quad E[\xi_1x_1+\xi_2x_2+....+\xi_nx_n] \\ subject\ to: \\ V[\xi_1x_1+\xi_2x_2+....+\xi_nx_n]\le\beta \\ x_1+x_2+x_3+...+x_n=1 \\ x_i\ge 0;\quad i=1,2,...,n\end{cases} \qquad (1-2)$$

در این مدل ξ_iها نرخ بازده داراییها، x_iها نسبتهای سرمایه‌گذاری در داراییها، E و V به ترتیب عملگرهای میانگین و واریانس می‌باشند. علاوه براین β سطحی از ریسک است که یک سرمایه‌گذار میتواند تحمل کند. بنابراین هدف این مدل ماکسیمم‌کردن نرخ بازده پورتفولیو به ازای یک سطح داده شده از واریانس (ریسک) می‌باشد. در این مدل فرض براین است که تمام سرمایه‌ای که سرمایه‌گذار در اختیار دارد باید سرمایه‌گذاری شود، بنابراین مجموع نسبت سرمایه‌گذاری شده در داراییها برابر 1 قرارداده شده است. علاوه براین نسبتهای سرمایه‌گذاری بزرگتر مساوی صفر درنظر گرفته‌شده‌اند و این به معنی آنست که فروش کوتاه مدت[۲۰] در این مدل اجازه داده نشده است.

مدل دوم میتواند بصورت زیر باشد.

$$\begin{cases}\min \quad V[\xi_1x_1+\xi_2x_2+....+\xi_nx_n] \\ subject\ to: \\ E[\xi_1x_1+\xi_2x_2+....+\xi_nx_n]\ge\alpha \\ x_1+x_2+x_3+...+x_n=1 \\ x_i\ge 0;\quad i=1,2,...,n\end{cases} \qquad (1-3)$$

[20] Short Selling

هدف این مدل نیز مینیمم‌کردن ریسک پورتفولیو به ازای یک سطح داده شده از میانگین (نرخ بازده) پورتفولیو می‌باشد. دراین مدل نیز α حداقل میزانی از نرخ بازده است که برای یک سرمایه‌گذار قابل پذیرش است.

1-5- معایب[۲۱] مدل مارکوویتز

بعد از معرفی مدل میانگین- واریانس توسط پروفسور مارکوویتز، تلاشهای زیادی به منظور استفاده از این مدل در کاربردهای عملی انتخاب سبد داراییهای مالی صورت گرفته است، با این وجود بیشتر این مطالعات از همان مدل اصلی مارکوویتز استفاده کرده‌اند. علیرغم محبوبیت زیاد مدل میانگین- واریانس، این رویکرد بوسیله تعداد زیادی از محققین مورد انتقاد قرار گرفته است. با بررسی مطالعات در این زمینه سه چالش و انتقاد اساسی برای مدل مارکوویتز مطرح شده است.

- استفاده از واریانس به عنوان معیاری از ریسک
- استفاده از تئوری احتمالات به عنوان مبنایی برای بهینه‌سازی سبد داراییهای مالی (پورتفولیو)
- درنظر نگرفتن ممانهای بالاتر از قبیل چولگی و کشیدگی و همچنین محدودیتهای واقعی بازار از قبیل هزینه معاملات، محدودیتهای کاردینالیتی[۲۲] و غیره

1-5-1- راهکارهایی برای برطرف نمودن معایب مدل مارکوویتز

در مورد اول یعنی استفاده از واریانس به عنوان معیاری از ریسک پورتفولیو دو انتقاد عمده وجود دارد:

- در حضور واریانس مسئله انتخاب پورتفولیو یک مسئله از درجه‌دوم[۲۳] می‌باشد و برای مسائل با مقیاس بزرگ نیاز به زمان زیادی به منظور حل مدل می‌باشد. علاوه براین محاسبه ماتریس کوواریانس از داده‌های گذشته در این نوع از مسائل مشکل است. به منظور غلبه بر این مشکلات تعدادی از محققین از معیارهای دیگری به عنوان ریسک پورتفولیو استفاده کرده‌اند. استفاده از انحراف معیار به عنوان یک معیار از ریسک اولین تلاشها به منظور حل این مشکل و تبدیل مسئله انتخاب پورتفولیو به یک مسئله خطی[۲۴] است [1-9]. معیارهای دیگری از جمله value-at-risk conditional value-at-risk و coefficient β همچنین بوسیله تعدادی از محققین پیشنهاد شده است [10-12].
- انتقاد دوم اینست که آنالیز برمبنای واریانس نقاط بالا و پایین میانگین را به یک اندازه تحت تاثیر قرار می‌دهد. یعنی برطبق تعریف واریانس، نقاط بالای میانگین که در اصل برای سرمایه‌گذاران مطلوب هستند به عنوان ریسک در نظر گرفته می‌شود که این غیر منطقی است. برای غلبه براین مشکل معیار نیم واریانس[۲۵] معرفی شد، معیاری که فقط نقاط پایین میانگین را به عنوان ریسک برای پورتفولیو در نظر می‌گیرد [13, 14].

در مورد دوم یعنی استفاده از تئوری احتمالات به عنوان مبنایی برای انتخاب سبد داراییهای مالی نیز تعدادی انتقادات به صورت زیر مطرح شده است.

- سرمایه‌گذاران برای تصمیم‌گیری صحیح در انتخاب پورتفولیو نیازمند اطلاعات دقیق و کاملی از وضعیت موجود در بازار هستند. از طرفی در محیطهای واقعی، اطلاعات بازارهای مالی ناکافی و بنابراین تصمیم‌گیری در حالت عدم قطعیت

[21] Defects
[22] Cardinality Constraints
[23] Quadratic
[24] Linear
[25] Semi-Variance

است. با وجود اینکه تئوری احتمالات یکی از ابزارهای اساسی به منظور اندازه‌گیری عدم قطعیت در بازارهای مالی است، تعدادی از انواع عدم قطعیت در بازارهای مالی وجود دارند که نمیتوان با تئوری احتمالات آنها را تحلیل کرد. علاوه بر این بازارهای مالی در بیشتر موارد بوسیله عبارات زبانی از قبیل ریسک بالا، سود پایین و غیره بیان می‌شوند که نمی‌توان برمبنای تئوری احتمالات آنها را توصیف کرد [18-15].

- بازارهای مالی محیطهای بسیار پیچیده و حساسی هستند و تصمیم‌گیری برمبنای داده‌های گذشته که نمی‌توانند وضعیت آینده بازار را بدرستی پیش‌بینی کنند غیرمنطقی بنظر می‌رسد. از طرفی دستیابی به تابع توزیع نرخ بازده دارایی‌ها برمبنای تئوری احتمالات نیازمند تخمین پارامترهای زیادی ازجمله میانگین، انحراف‌معیار و غیره میباشد، که این خود بر پیچیدگی مسئله اضافه میکند. علاوه براین همواره باید ورود داراییهای جدید به بازارهای مالی را مدنظر قرار داد که هیچ اطلاعاتی از گذشته درمورد آنها وجود ندارد و باید برمبنای نظرات کارشناسان درمورد آنها تصمیم‌گیری شود [26-19].

از زمان معرفی تئوری مجموعه‌های فازی به منظور نمایش ابهام و عدم قطعیت در مسائل بهینه‌سازی توسط پرفسور لطفی‌زاده [27]، محققان شروع به استفاده از این تئوری در مسئله انتخاب پورتفولیو نمودند. این موضوع در فصل دوم بیشتر توضیح داده‌خواهد شد.

در مورد انتقاد سوم به مدل میانگین- واریانس یعنی درنظرنگرفتن ممانهای بالاتر[۲۶] و محدودیتهای واقعی بازار موارد زیر مطرح شده است.

- تعدادی از محققان بیان‌کرده‌اند که ممانهای بالاتر از قبیل چولگی و کشیدگی تنها درصورتی میتوانند نادیده‌گرفته شوند که نرخ بازده داراییها بصورت متقارن[۲۷] توزیع شده باشند (یعنی نرمال باشند) ویا اینکه ممانهای بالاتر بی‌ارتباط با ترجیحات سرمایه‌گذاران باشند. با این وجود نتایج تحقیقات زیادی نشان‌داده است که نرخ بازده دارایی‌ها عموما نامتقارن است و همچنین این ممانها ارتباط مستقیمی با ترجیحات سرمایه‌گذاران دارند. بنابراین درنظر گرفتن ممانهای بالاتر یک ضرورت برای انتخاب پورتفولیو بشمار می‌رود [45-28].
- علاوه برموارد ذکرشده در بند 1 مطالعات زیادی نشان‌داده‌اند که انتخاب پورتفولیو برمبنای فقط دو معیار میانگین و واریانس اطلاعات درستی را بدست نمی‌دهد و تصمیم‌گیرندگان نیازمند هستند تا براساس شرایط واقعی که در بازار حکمفرماست تصمیم‌گیری نمایند. دراین مورد لازم است تا محدودیتهای واقعی بازار که تعدادی از آنها در زیر لیست شده است به مدل اصلی اضافه شود تا سرمایه‌گذاران و تصمیم‌گیرندگان با انعطاف‌پذیری بیشتری اقدام به انتخاب پورتفولیو نمایند [55-46 ,41 ,15].

- هزینه معاملات
- مینیمم مقدار معاملات[۲۸]
- محدودیتهای کاردینالیتی
- محدودیتهای نسبت سرمایه‌گذاری در داراییها[۲۹]
- محدودیت بخش سرمایه‌گذاری[۳۰]

[26] Higher Moments
[27] Symmetric
[28] Transaction Lots
[29] Bounds On Holdings
[30] Sector Capitalization

- امکان فروش کوتاه‌مدت دارایی‌ها

6-1- جمع بندی و ساختار تحقیق

برطبق مطالب گفته‌شده تاکنون میتوان نتایج زیر را استنباط نمود:

- بکاربردن معیار واریانس به عنوان ریسک پورتفولیو اصولا غیرمنطقی و ناکارآمد است. بنابراین از معیارهای دیگر ازجمله نیم واریانس که میتواند عملکرد پورتفولیو را بهبود بخشد، می‌توان استفاده کرد.
- تئوری احتمالات نمیتواند همه انواع عدم قطعیت موجود در بازارهای مالی را توصیف نماید، در این مورد استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی به عنوان یک ابزار جایگزین می‌تواند موثر واقع شود. درواقع نظرات سرمایه‌گذاران و تصمیم‌گیرندگان با استفاده از تئوری مجموعه‌های فازی بهتر می‌تواند در مسئله انتخاب پورتفولیو لحاظ شود.
- استفاده تنها از میانگین و واریانس در انتخاب پورتفولیو، همه اطلاعات لازم را برای تصمیم‌گیری در اختیار سرمایه‌گذاران قرار نمی‌دهد. بنابراین لازم است تا ممانهای بالاتر از قبیل چولگی و کشیدگی و همچنین محدودیتهای واقعی بازار همچون هزینه معاملات و کاردینالیتی و... به مدل اضافه شوند تا تصمیم‌گیری با انعطاف بیشتری صورت گیرد.

بنابراین هدف اصلی این پایان‌نامه ارائه مدلی جامعتر نسبت به مدل میانگین- واریانس با اضافه‌نمودن ممانهای بالاتر و محدودیتهای واقعی بازار است. علاوه براین، بخاطر اینکه عدم قطعیت موجود در بازارهای مالی از نوع تصادفی نمی‌باشد و نمی‌تواند برمبنای تئوری احتمالات توصیف شود، در این پایان‌نامه از تئوری مجموعه‌های فازی استفاده شده است. برای این منظور در فصل دوم ضمن توضیح مختصری از تئوری احتمالات، مفاهیم تئوری مجموعه‌های فازی مورد بحث قرار گرفته است. در فصل سوم نیز انواع مدلهایی که تاکنون مورد بررسی و تحلیل قرارگرفته‌اند بیان شده است. مدلهای توسعه‌داده‌شده در این پایان نامه در فصل چهارم مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر این نتایج و تحقیقات آینده در فصل پنجم ارائه خواهد شد.

فصل دوم

مفاهیم مورد نیاز برای بهینه‌سازی سبد داراییهای مالی با استفاده از تئوری فازی

2-1- مقدمه:

تصادفی و فازی دو جنبه اصلی از عدم قطعیت در بازارهای مالی هستند. همچنان‌که در فصل اول بیان شد مارکوویتز از تئوری احتمالات به عنوان مبنایی برای بهینه‌سازی دارایی‌های مالی استفاده کرده‌است. او نرخ بازده دارایی‌ها را به عنوان متغیرهای تصادفی در نظر گرفته است و امید ریاضی و واریانس نرخ بازده دارایی‌ها به عنوان نرخ بازده و ریسک سرمایه‌گذاری لحاظ شده است. با این حال بیان کردیم که استفاده از تئوری احتمالات به عنوان مبنایی برای انتخاب بهینه سبد دارایی‌های مالی منطقی بنظر نمی‌رسد. بنابراین در این پایان‌نامه از تئوری مجموعه های فازی بدین منظور استفاده شده است. برای دستیابی به این هدف در ابتدا توضیح مختصری از تئوری احتمالات بیان شده است. در گام بعدی خصوصیات و مفاهیم ریاضی تئوری مجموعه‌های فازی و انواع معیارهای آن توصیف خواهد شد. درهر مرحله اگر لازم باشد تعدای مثال عددی ارائه خواهد شد.

2-2- خصوصیات متغیرهای احتمالی و فازی

2-2-1- متغیرهای احتمالی

تئوری احتمالات در ارتباط با این مطلب است که یک عنصر در مجموعه جهانی با چه احتمالی روی می‌دهد. این عنصر در اصطلاح یک واقعه[۳۱] نامیده می‌شود و مجموعه تمام وقایع، فضای نمونه را تشکیل می‌دهند. در فضای نمونه عناصر دو به دو ناسازگار هستند.

مثال 2-1: وقتی یک تاس سالم را پرتاب می‌کنیم فضای نمونه شامل شش عنصر $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ است. در بین این شش واقعه فقط یک واقعه میتواند روی دهد. احتمال هر یک از این شش واقعه برابر $\frac{1}{6}$ است. یک واقعه ممکن است شامل چندین عنصر باشد. برای نمونه واقعه $A=\{1,3,5\}$. احتمال روی دادن واقعه A برابر $\frac{1}{2}$است.

2-2-2- تابع توزیع احتمال[۳۲]:

برای بیان احتمال روی دادن یک واقعه در فضای نمونه تابع توزیع احتمال به صورت زیر تعریف میشود.

تابع توزیع احتمال تابعی است که به هر عضو از فضای نمونه عددی را نسبت می‌دهد، بطوری که اصول زیر برای هر واقعه A برآورده شود.

A. $0\le P(A)\le 1$

B. $P(S)=1$

C. برای وقایع دو به دو ناسازگار $A_i\cap A_j=\phi \quad i\neq j \quad for \quad any \quad that \quad is \quad A_1,A_2,....$

$$p\left(\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}p(A_i)$$

در تعریف بالا $P(A)$احتمال واقعه A و S فضای نمونه است.

[31] Event
[32] Probability Distribution Function

2-2-3- متغیرهای فازی

همانند تئوری احتمالات، تئوری مجموعه‌های فازی امکان روی‌دادن یک واقعه را اندازه‌گیری می‌کند. در تئوری فازی امکان روی‌دادن یک واقعه با استفاده از تابع عضویت تعیین می‌شود.

2-2-4- تابع عضویت[۳۳]:

مجموعه فازی A در مجموعه جهانی X تعریف شده‌است و هر عنصر در مجموعه جهانی درجه عضویتش در بازه $[0,1]$ قرارمی‌گیرد.

$$\mu_A(x)=\begin{cases}\mu(x)>0 & x\in A\\ \mu(x)=0 & x\notin A\end{cases} \qquad (2-1)$$

تابع عضویت $\mu_A(X)$ میتواند به عنوان تابع توزیع امکان برای مجموعه A برروی مجموعه جهانی X تعریف شود. امکان واقعه X بصورت $\mu_A(X)$ و این امکان، مجموعه فازی A را مشخص می‌کند.

مثال2-2: عبارت زیر را در نظر بگیرید :

"علی x برادر دارد" $x\in N=\{1,2,3,....,10\}$ هر دو توزیع امکان و احتمال می‌توانند برای تعریف متغیر x در N استفاده شوند (جدول 1-2). اگر ما از توزیع احتمالات استفاده کنیم، احتمال داشتن x برادر برابر $P(x)$ خواهد بود. بوسیله توزیع امکان μ ، ما امکان داشتن x برادر را با $\mu_A(X)$ تعریف می‌کنیم. مجموعه N به عنوان فضای نمونه در توزیع احتمال و به عنوان مجموعه جهانی در توزیع امکان در نظر گرفته شده است.

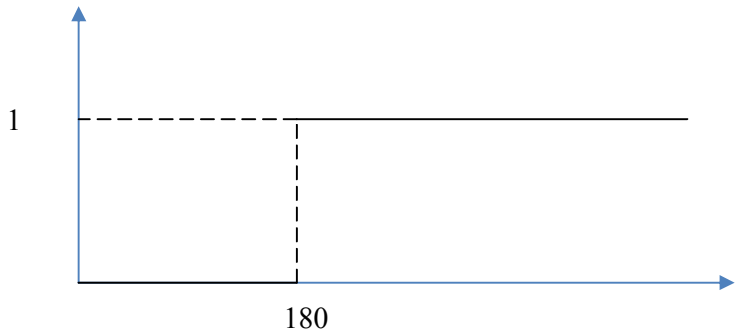
جدول 1-2: محاسبه مقادیر احتمال و امکان برای مقادیر متفاوتی از x

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P(x)	0.4	0.3	0.2	0.1	0	0	0	0	0	0
μ(x)	0.9	1	1	0.7	0.5	0.1	0.2	0	0	0

همانطور که مشاهده می‌کنید مجموع احتمالات برابر یک است، اما مجموع امکانها بزرگتر از یک است. همچنین می‌بینیم که امکانهای بزرگتر همیشه نشان‌دهنده احتمالات بزرگتر نیستند، اما امکانهای پایین‌تر منجر به احتمالات پایین‌تر میشوند، بنابراین ما می‌گوییم که امکان کران بالای احتمال است.

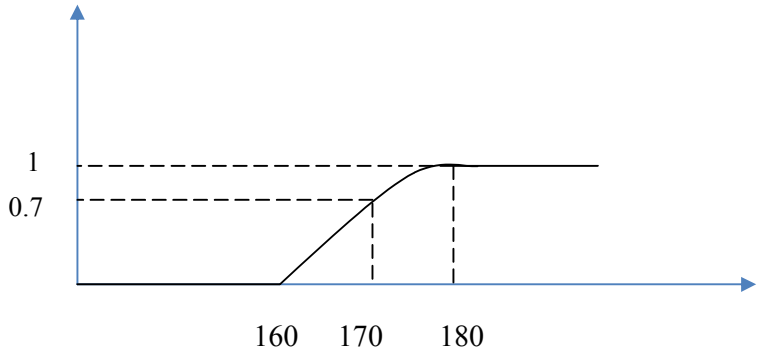
مثال 2-3: فرض کنید مجموعه افراد قد بلند A مجموعه افرادی باشند که قد آنها از 180 سانتی‌متر بالاتر است، آنگاه افرادی که قد آنها دقیقا بزرگتر یا مساوی 180 باشد با درجه مشخصه 1 وارد مجموعه میشوند و افرادی با قد کوچکتر از 180 عضو مجموعه نبوده و دارای درجه مشخصه صفر میباشند که در زیر تابع مشخصه آن را می بینید.

[33] Membership Function



شکل2-1: تابع مشخصه افراد قد بلند

اما در واقعیت می‌بینیم که تفاوت قابل ملاحظه‌ای بین شخصی که 180 سانتی‌متر قد دارد با شخصی که 179.5 سانتی‌متر قد دارد، وجود ندارد و هر دو از نظر مردم بلند قد هستند، اما وقتی از مجموعه‌های کلاسیک برای نمایش آنها استفاده می‌کنیم ناچاریم یک حد برای قد افراد قائل شویم. برای رفع این نقیصه از تئوری مجموعه‌های فازی استفاده می‌شود. به عنوان نمونه تابع مشخصه که در مجموعه‌های فازی به تابع عضویت معروف است در مورد افراد بلند قد میتواند به صورت شکل زیر باشد.



شکل2-2: تابع عضویت افراد قد بلند

نمایش ریاضی این تابع عضویت بصورت زیر است:

$$\mu_A(h)=\begin{Bmatrix} 1 & h\geq 180 \\ (0,1) & 160\prec h\prec 180 \\ 0 & h\leq 160 \end{Bmatrix}$$

به عنوان یک مثال میتوان دید که $\mu(185)=1$ و $\mu(170)=0.8$ یعنی هرکدام از افراد با درجه عضویت مشخصی متعلق به مجموعه افراد قد بلند هستند.

2-3- معیارهای تحت بررسی در تئوری فازی: