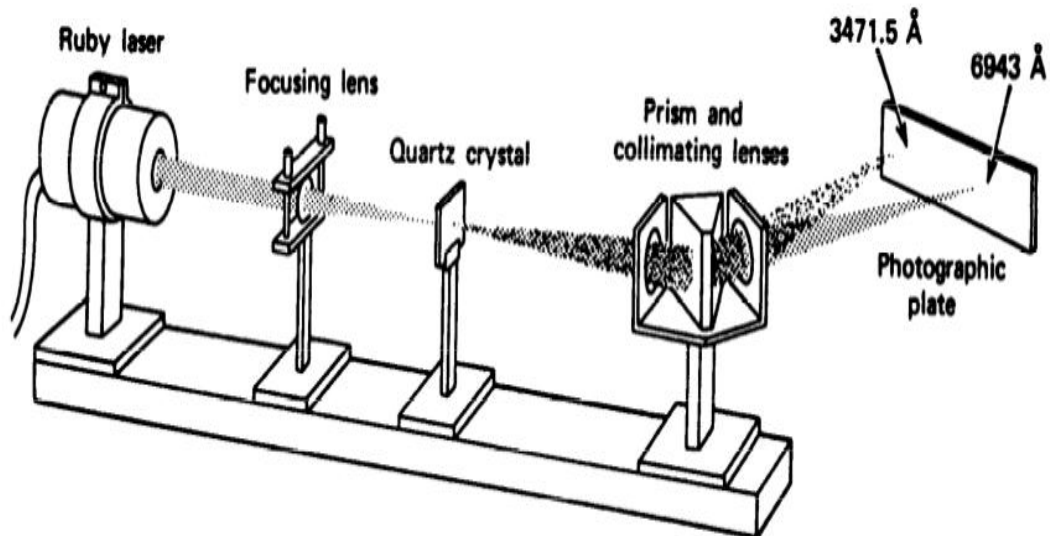


فصل اول

مروری بر نوسانگر پارامتری نوری
و کاربردهای آن

۱-۱ تاریخچه نوسانگر پارامتری نوری (OPO)^۱

تئوری تبدیل امواج به امواجی با طول موج‌های جدید از سال‌ها قبل از پیدایش لیزرها مطرح بود، تا اینکه در سال ۱۹۶۱ اولین پدیده تولید هارمونیک دوم توسط فرانکن^۲ و همکارانش گزارش شد [۱]. آنها لیزر قرمز رنگ یاقوت را از یک بلور کوارتز عبور داده و توانستند نور بنفش رنگی را با فرکانس دو برابر موج فرودی مشاهده کنند (شکل ۱-۱). به علت دور بودن از شرایط جورشدهگی فاز بازده لیزر آنها یک بر بیلیون بود. به هر حال کشف آنها شروع راهی بود برای تولید امواج همدوس در نواحی بینایی غیرقابل دسترس توسط لیزرهای معمولی.



شکل ۱-۱: چیدمان اولین نمایش تجربی تولید هارمونیک دوم.

1 Optical Parametric Oscillator
2 Franken

ایده ساخت نوسانگر پارامتری نوری به عنوان چشمه کوک‌پذیر موج همدوس ابتدا توسط آرمسترانگ^۱، کینگستون^۲ و آخمانوف^۳ مطرح شد [۲ و ۳]. وانگ^۴ و همکارانش برای اولین بار ترکیب سه موج در یک بلور غیرخطی را در آزمایشگاه مشاهده کردند و توانستند اولین چیدمان OPO به صورت پالسی و پهنای نانو ثانیه را با بلور LiNbO_3 تولید کنند. در سال ۱۹۸۶، اسمیت^۵ و همکارانش اولین OPO پیوسته را با بلور $\text{Ba}_2\text{NaNb}_5\text{O}_{15}$ در ناحیه فرسرخ نزدیک تولید کردند [۴]. بعد از آن تلاش برای پیدا کردن بلورهایی با خاصیت غیرخطی بالا شروع شد، اما فقدان لیزرهایی با شکل پرتوی مناسب و همدوسی فضایی بالا و همچنین نبودن روشی خاص برای تولید بلورهای جدید، اپتیک غیرخطی را تا سال ۱۹۸۰ با یک رکود نسبی مواجه کرد، اما در اوایل دهه نود با کشف بلورهای KTiOAsO_4 (KTA)، KTiOPO_4 (KTP) و KNbO_3 (KNB) که دارای آستانه تخریب و ضریب موثر غیرخطی بالایی هستند، لیزرهای غیرخطی وارد مرحله جدیدی شدند، به طوری که نوسانگرهای پارامتری که تا آن روز به نواحی بینایی خاصی محدود بودند، توانایی تولید امواج در ناحیه بینایی ۳ تا ۵ میکرومتر را پیدا کردند [۵ و ۶].

بلور KTA به علت جذب کم در ناحیه بینایی فرسرخ میانی در سال‌های اخیر برای تولید OPO بسیار مورد توجه بوده است. نخستین OPO با بلور KTA در ناحیه بینایی ۱.۵ تا ۵ میکرومتر توسط بوزنبرگ^۶ و همکارانش گزارش شد [۷]. بلورهای RbTiOAsO_4 (RTA) و CsTiOAsO_4 (CTA) ترکیبات دیگر آرسنیت (Arsenate) هستند که برای تولید OPO در نواحی ۳-۵ میکرومتر به کار می‌روند. نوسانگرهای پارامتری نوری پالسی، سریع‌تر از OPOهای پیوسته توسعه یافتند و به وسیله بلورهای LiNbO_3 [۸]، LiIO_3 [۹]، CdSe [۹]، Ag_3AsS_3 [۱۰] و AgGaS_2 [۱۱]، محدوده وسیعی از بیناب الکترومغناطیس را تولید شد. اغلب لیزرهایی که برای

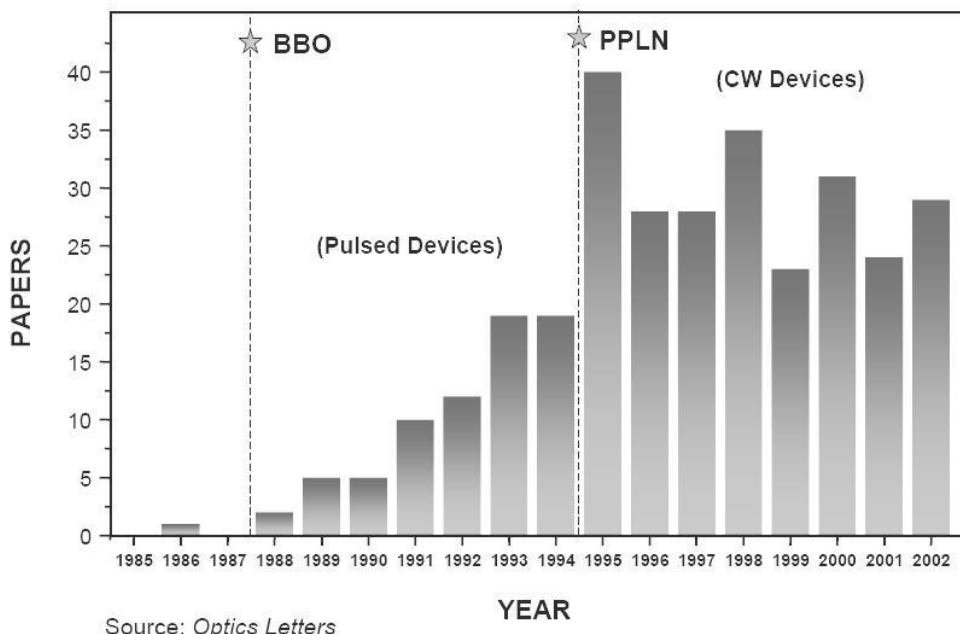
1 Armstrong
 2 Kroll Kingston
 3 Akhmanov
 4 Wang
 5 Smith
 6 Bosenberg

پمپ کردن OPO های پالسی به کار می‌روند، لیزرهایی با ماده فعال نیودیمیم Nd و هارمونیک‌های آنان می‌باشند. در سال‌های ۱۹۸۰ تا ۱۹۹۰ چندین OPO بر اساس بلور BBO دمیده شده توسط هارمونیک سوم Nd:YAG ($\lambda = 355\text{nm}$) یا به وسیله لیزر اگزایمر XeCl ($\lambda = 308\text{nm}$) گزارش شد که ناحیه بینایی از ۴۰۰ nm تا ۲۵۰۰ nm را تولید می‌کردند. بعد از آن چند OPO نیز به وسیله بلور LBO گزارش شد [۱۲ و ۱۳]. این بلور دارای ضریب مؤثر غیرخطی پایینی نسبت به بلورهای کشف شده تا آن موقع بود، اما به خاطر اثر Walk-off کم، پژوهش‌گران می‌توانستند از بلورهای طویل LBO استفاده کنند که این به افزایش بازده و بهبود کیفیت پرتو کمک می‌کرد [۱۴].

ایده‌ای که توسط آرمسترانگ و همکارانش در سال ۱۹۶۲ ارائه گشت، باعث ایجاد تحول بزرگی در این پدیده غیر خطی شد [۱]. او پیشنهاد کرد که با تغییر متناوب علامت ضریب مؤثر غیرخطی برخی بلورها می‌توان شرط جورشدگی فاز را برای انجام بهینه برهم‌کنش غیرخطی برقرار کرد (Quasi-Phase Matching)، تا اینکه سه دهه بعد با رفع مشکلات پیش روی تولید این نوع بلورها و رشد بلورهایی نظیر Periodically poled LiNbO₃ یا PPLN با خاصیت غیرخطی چند برابر بلورهای معمول، نوسانگرهای پارامتری با بازده بالا ساخته شدند [۱۵]. آستانه تخریب پایین، همچنین ضخامت کوچک آن‌ها از ۰/۵ تا ۱ میلی‌متر برای PPLN یا ۱ تا ۲ میلی‌متر برای PPKTP یا PPKTA کار کردن با این بلورها را قدری مشکل می‌کند، اما ضریب مؤثر غیرخطی بالای این بلورها سبب شده تا با دمش لیزرهای پیوسته یا لیزرهای کلیدزنی شده که به وسیله لیزر دیودهای پیوسته پمپ می‌شوند، OPO های با نرخ تکرار بیشتر از 1KHz با توان متوسط بالا (بزرگتر از یک وات) تولید شوند. با این روش توان هر پالس را کاهش می‌دهند تا بلور صدمه نبیند. در سال‌های اخیر برای تولید OPO های پالسی از بلورهایی نظیر MgO:LiNbO₃ [۱۶] و PPRTA [۱۷] با ضخامت ۳ میلی‌متر سود جسته‌اند و این ضخامت نسبتاً زیاد کار با آن‌ها را راحت‌تر کرده است.

شکل (۱-۲) تحول و پیشرفت در ساخت OPO و تعداد مقالات منتشر شده در این زمینه را

در طول سال‌های اخیر، با توجه به پیدایش بلورهای غیرخطی نشان می‌دهد.



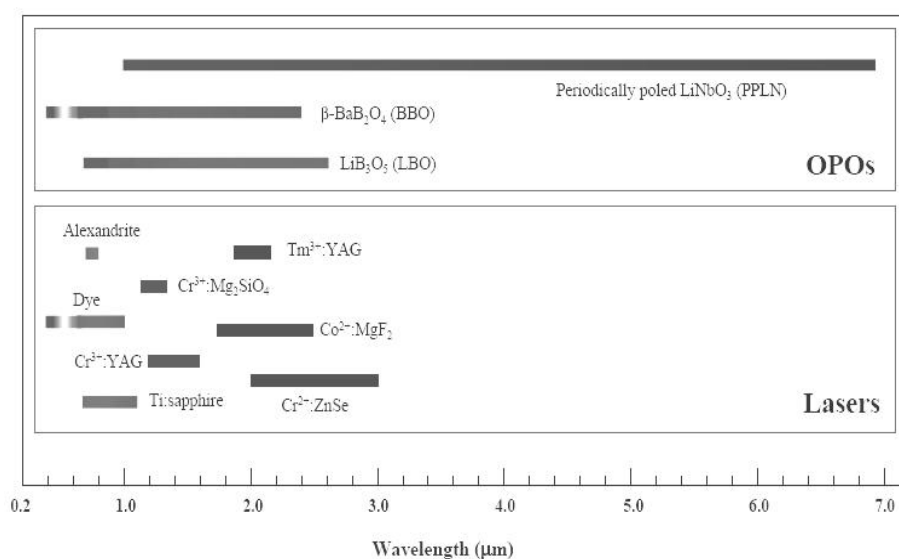
شکل ۱-۲: نحوه پیشرفت OPO در سالهای ۱۹۸۵ تا ۲۰۰۲.

همانطور که از نمودار سیر تحول رشد علم در زمینه OPO پیداست، با پیدایش بلورهای تناوبی مانند PPLN تحول شگرفی در تولید علم در این زمینه اتفاق افتاده است. لیزرهایی که در ناحیه قرمز طیف بینایی تابش می‌کنند دارای کاربردهای فراوانی در پزشکی، ماشین کاری فلزات، هولوگرافی و غیره می‌باشند. لیزرهای دیود InGaAlP به صورت چندتایی جهت تولید لیزر قرمز استفاده می‌شوند، همچنین لیزر یون کریپتون نیز به این منظور استفاده می‌شد که به خاطر بازده کم از رده خارج شده است. اگر چه لیزرهای دیودی قادر به تولید لیزر تا چندین کیلووات می‌باشند و با استفاده از تکنیک‌های شکل‌دهی پرتو (Beam shaping) به توان‌های بالاتری دست پیدا کرده‌اند، با این وجود هنوز کیفیت پرتو لیزرهای دیود بسیار کمتر از لیزرهای حالت جامد است، از طرفی عمر کارکرد لیزرهای دیود قرمز از لیزرهای دیود با طول موج ۸۰۸ nm که برای پمپ‌کردن لیزرهای حالت جامد به کار می‌رود بسیار کمتر است، بنابراین استفاده از لیزرهای حالت جامد که در نزدیکی بیناب قرمز تابش می‌کنند، برای تولید نور قرمز بسیار مورد توجه است.

محدوده بینایی قرمز را می‌توان به کمک OPO دمش شده توسط هارمونیک‌های لیزر Nd:YAG تولید کرد. تولید OPOهای نانوئانی‌ای در محدوده بینایی قرمز به وسیله هارمونیک‌های Nd:YAG در مراجع زیادی گزارش شده است ولی بازه تولید OPO در نواحی بینایی مرئی کمتر از ۱ در صد است [۱۲].

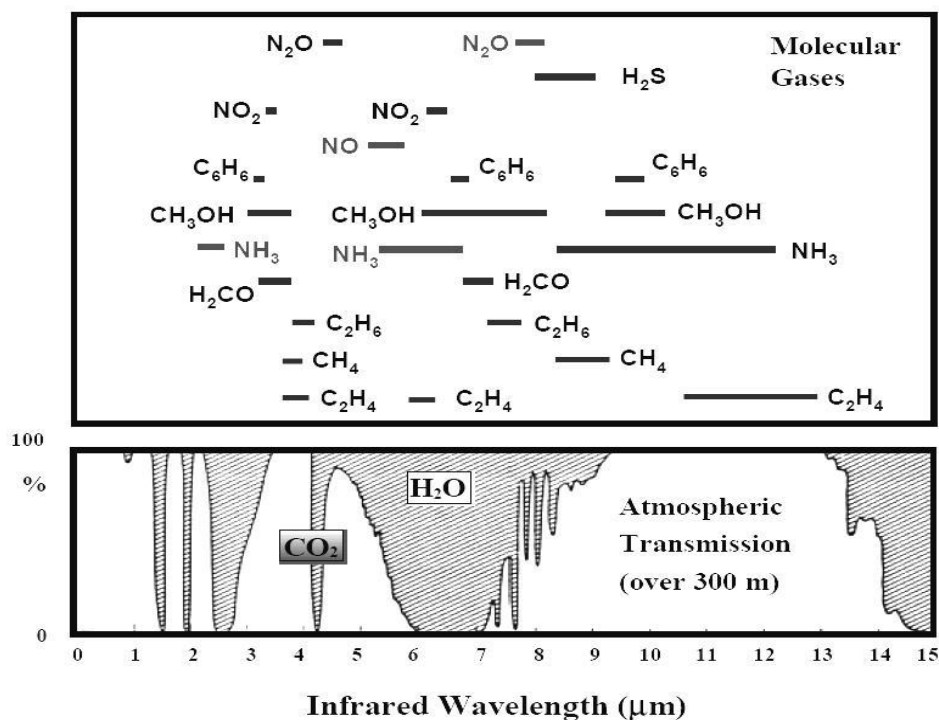
۲-۱ کاربردهای نوسانگر پارامتری نوری

لیزرهای معمولی در ناحیه محدودی از بیناب الکترومغناطیسی نور لیزر تولید می‌کنند و تعداد کمی از آنها دارای خاصیت کوک‌پذیری هستند. در کاربردهای عملی، نیاز به استفاده از لیزرها در نواحی مختلف بیناب الکترومغناطیسی می‌باشد که به وسیله لیزرهای معمولی دستیابی به آنها امکان پذیر نیست. وسایل غیرخطی OPO تمام محدوده بینایی لیزرهای معمولی و همچنین محدوده‌هایی که به وسیله لیزرهای معمولی قابل تولید نیستند را پوشش می‌دهند و همچنین دارای محدوده کوک‌پذیری بسیار بالاتری نسبت به لیزرهای معمولی هستند. در شکل (۳-۱) نواحی بینایی که لیزرهای معمولی و OPO تولید می‌کنند را می‌توان دید.



شکل ۳-۱: محدوده بینایی که لیزرهای معمولی و OPO تولید می‌کنند [۱۸].

همانطور که در شکل (۳-۱) نشان داده شده است با سه بلور غیرخطی می‌توان تمام محدوده بینایی مرئی تا فرورسرخ میانی را تولید کرد. از طرفی لیزرهای معمولی کوک‌پذیر به سختی قابل تولیدند و به جز لیزر Ti:Sapphire از سایر آنها به ندرت استفاده می‌شود. امروزه OPOها قادر به تولید امواج همدوس از ناحیه بینایی فرابنفش تا فرورسرخ دور هستند و از طرفی خاصیت کوک‌پذیری بالایی دارند. گازهای مهمی چون CO_2 , SO_2 , CH_4 , CO , N_2O , H_2CO دارای خطوط جذبی قوی در نواحی بینایی فرورسرخ نزدیک و میانی هستند، بنابراین از OPO در بیناب‌نمایی لیزری استفاده می‌شود [۱۹]. تعدادی از گازهای مهم و محدوده بینایی جذب آنها در شکل (۴-۱) نشان داده شده است.



شکل ۴-۱: گازهای مهمی که دارای خطوط جذبی در ناحیه فرورسرخ نزدیک و میانی هستند.

نکته دیگری که با توجه به شکل (۴-۱) می‌توان دریافت وجود دو ناحیه ۳ تا ۵ میکرومتر و ۸ تا ۱۲ میکرومتر است که در آنها جو برای لیزری با طول موج‌های یاد شده جذبی از خود نشان

نمی‌دهد و در اصطلاح پنجره جو نامیده می‌شود. لیدارها و فاصله‌یاب‌هایی که برای مسافت‌های زیاد استفاده می‌شوند را به وسیله OPOهایی که در این ناحیه ساخته می‌شوند، تولید می‌کنند.

در کشورهای مسطح و مرطوب مثل هلند تعیین زمان برداشت محصولات کشاورزی بسیار مهم است، زیرا زمان رسیدن میوه و خراب شدن آن بسیار کوتاه است. میوه‌ها و گل‌ها در موقع رسیدن، گاز متان از خود ساطع می‌کنند و از روی اسپکتروسکوپی گاز متان می‌توان زمان دقیق برداشت محصولات را مشخص کرد. گاز متان تاثیر زیادی در آلاینده‌گی جو دارد و به همین دلیل برای به‌دست‌آوردن غلظت آن در جو از بیناب‌نمایی لیزری استفاده می‌کنند. گاز متان به خاطر ساختار مولکولی پایداری که دارد تنها با ترازهای ارتعاشی با لیزر برهم‌کنش می‌کند و محدوده جذب این ترازها ۳-۵ میکرومتر است.

آشکارسازی این گاز در پزشکی کاربرد فراوان دارد مثلاً در فرایند تشکیل زخم معده و غده سرطانی در دستگاه گوارش گاز متان تولید می‌شود که با آشکارسازی این گاز در تنفس می‌توان سریعاً از وقوع بیماری مطلع شد. امروزه به وسیله بیناب‌نمایی تنفس انسان و آشکارسازی مولکول‌های مختلفی که در تنفس وجود دارد، می‌توانند انواع زیادی از بیماری‌ها را تشخیص دهند و یا در اتاق عمل به وسیله اسپکتروسکوپی تنفس بیمار از وضعیت بیهوشی و زمان به هوش آمدن بیمار مطلع شوند [۲۰]. نوسانگرهای پارامتری نوری در ورزش نیز کاربرد دارند، به وسیله این وسیله سامانه‌هایی طراحی شده که امکان تشخیص دوپینگ ورزشکاران را فراهم می‌آورد. پلیس به وسیله سامانه‌های طراحی شده بر اساس OPO با بررسی تنفس رانندگان از وضعیت مستی یا هوشیاری آنها مطلع می‌گردد. از لیزرهای OPO برای چشم‌ایمن کردن لیزرهای رایج مثل Nd:YAG نیز استفاده می‌شود. در این فرایند لیزر با طول موج ۱۰۶۴ nm که به شبکه چشم آسیب می‌رساند، به لیزری در ناحیه بینایی ۱۶۰۰-۱۵۰۰ نانومتر تبدیل می‌شود که کمترین جذب را شبکه برای این طول‌موج دارد. از OPO در لیدارها و مسافت‌سنج‌ها نیز استفاده می‌شود. در سامانه‌های تصویربرداری از زیر آب با توجه به اینکه آب دارای جذب کم در طول موج‌های لیزر سبز و بنفش است از OPO به عنوان چشمه لیزری استفاده می‌شود. چون بهترین طول‌موج برای

عبور از آب با توجه به املاح موجود در آن تعیین می‌گردد، برای پیدا کردن این طول‌موج از OPO های کوک‌پذیر استفاده می‌شود. امروزه OPO هایی با انرژی‌های خروجی مختلف و پهنای پالس نانو ثانیه تا فمتو ثانیه ساخته می‌شوند. در صنایع نفت و گاز که نشت لوله‌ها باعث خسارت‌های زیادی می‌شود و در صنایع شیمیایی که نشت گازهای سمی بسیار خطرناک است، از OPO برای شناسایی این گازها استفاده می‌شود. به این صورت که خط لوله را به وسیله سامانه‌ای که بر روی هواپیما نصب شده می‌توان کنترل کرد و در صورت نشت، محل دقیق آن را مشخص نمود. همچنین به وسیله سامانه‌ای قابل حمل توسط شخص می‌توان از وجود مواد سمی در هوا و یا نشت از لوله‌های کارخانجات صنعتی اطمینان حاصل کرد

در سازه‌های شهری نیز از OPO استفاده می‌شود، در شهرهایی که در آنها تونل‌های زیادی وجود دارد مشکل آلودگی حاصل از اتومبیل‌ها درون تونل‌ها بسیار مهم است. تهویه هوای داخل تونل با توجه به میزان گازهای تولید شده در آن و حجم ترافیک داخل آن انجام می‌شود. به این ترتیب که به وسیله یک سامانه که بر اساس OPO کار می‌کند، میزان گازهای آلاینده داخل تونل سنجیده می‌شود و براساس میزان گاز، سامانه تهویه تونل، سرعت تهویه را تنظیم می‌کند، به نحوی که در ساعات کم‌تردد نیازی به کار مداوم سامانه تهویه نیست و در ساعات پر رفت و آمد سیستم تهویه با سرعت بیشتری کار می‌کند و در صورتی که میزان گازهای آلاینده از حد مجاز بیشتر شود از تردد اتومبیل‌ها جلوگیری می‌شود.

۳-۱ نتیجه گیری

با توجه به کاربردهای گسترده OPO در بیناب‌نمایی لیزری و آشکارسازی گازهای مهم و همچنین استفاده از آن به عنوان مولد لیزر در نواحی بینابی پنجره جو و همچنین چشم‌ایمن می‌توان به اهمیت این وسیله پی برد. برای انجام بیناب‌نمایی لیزری و یا هر کدام از کاربردهای یاد

شده ابتدا باید منبع مناسب OPO را تولید کرد. این منبع باید دارای طول موج، کوک‌پذیری مناسب و همچنین شدت مورد نیاز باشد.

فصل دوم

نوسانگر پارامتری نوری

مفاهیم و روش‌ها

۱-۲ تئوری ترکیب سه موج

معادله موج هلمهولتز در محیط بدون چشمه بار و جریان به صورت زیر است:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (1-2)$$

در این معادله \vec{E} میدان الکتریکی اعمال شده به ماده و \vec{P} قطبش القا شده در ماده در اثر میدان می‌باشد. در واقع جمله سمت راست عبارت بالا را می‌توان به عنوان چشمه تابش توسط ماده در نظر گرفت.

در صورتی که میدان الکتریکی خیلی قوی نباشد پاسخ ماده به آن خطی است. این بدان معنی است که دو قطبی‌های الکتریکی القا شده توسط میدان در ماده با فرکانس میدان الکتریکی شروع به نوسان و در نتیجه با همان فرکانس تابش می‌کنند. در این صورت می‌توان قطبش را به شکل زیر در نظر گرفت:

$$\vec{P}(t) = \vec{P}^{(1)}(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(t) \quad (2-2)$$

اما اگر میدان به اندازه کافی قوی باشد دیگر پاسخ ماده خطی نیست و علاوه بر جمله خطی باید جملات غیرخطی نیز در قطبش لحاظ شوند. بنابراین با فرض پاسخ آنی ماده به میدان (شامل پاسخ خطی و پاسخ غیرخطی)، قطبش می‌تواند به شکل تعمیم رابطه (۲-۲) به صورت سری توانی از قدرت میدان اعمال شده بیان شود:

$$\vec{P}(t) = \vec{P}^{(1)}(t) + \vec{P}_{NL}(t) = \epsilon_0 (\chi^{(1)} \vec{E}(t) + \chi^{(2)} \vec{E}(t) \vec{E}(t) + \chi^{(3)} \vec{E}(t) \vec{E}(t) \vec{E}(t) + \dots) \quad (3-2)$$

در این رابطه $\chi^{(1)}$ به پذیرفتاری خطی مشهور است و کمیت‌های $\chi^{(2)}$ و $\chi^{(3)}$ به ترتیب به عنوان پذیرفتاری نوری غیرخطی مرتبه دوم و سوم شناخته می‌شوند. طبیعت برداری میدان‌ها،

باعث می‌شود که در حالت عمومی کمیت‌های $\chi^{(1)}$ ، $\chi^{(2)}$ و $\chi^{(3)}$ به ترتیب تانسورهای مرتبه دو (با ۹ عضو)، مرتبه سه (با ۲۷ عضو) و مرتبه چهار (با ۸۱ عضو) باشند [۲۱].

در اینجا تنها جمله غیرخطی مرتبه دوم را در نظر می‌گیریم. واکنش‌های غیرخطی مرتبه دوم در بلورهای بدون تقارن مرکزی اتفاق می‌افتند. در مواد با تقارن مرکزی مانند مایعات، گازها و جامدات آمورف (مانند شیشه) و بلورهایی که تقارن وارونی دارند، پذیرفتاری مرتبه دوم $\chi^{(2)}$ صفر می‌شود. واکنش‌های نوری غیرخطی مرتبه دوم در مواد همسانگرد (قطعاً تقارن مرکزی دارند)، مانند فیبرهای سیلیکا نیز اتفاق نمی‌افتد. در این مواد این فرایندها به دلیل چهارقطبی الکتریکی و دوقطبی مغناطیسی، اما با بازده تبدیل پائین رخ می‌دهد. تحت شرایط خاص مانند ایجاد ناخالصی، بازده تولید هارمونیک دوم بالا (حدود ۱٪) بر خلاف انتظار در فیبرها مشاهده شده است [۲۳].

بدون در نظر گرفتن ناهمسانگردی و پاشندگی، اگر میدان الکتریکی را کمیتی اسکالر فرض کنیم و با تعریف $d = \epsilon_0 \chi^{(2)} / 2$ ، می‌توان قطبش غیرخطی مرتبه دوم را چنین نوشت:

$$P_{NL}(t) = 2dE^2(t) \quad (۴-۲)$$

با توجه به روابط (۱-۲) تا (۴-۲) معادله موج هلمهولتز را به صورت زیر باز نویسی می‌کنیم:

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (۵-۲)$$

این رابطه، معادله‌ای اساسی در اپتیک غیرخطی است که باید به حل آن پردازیم.

در ترکیب سه موج می‌توان میدان الکتریکی هر موج با فرکانس فضای آزاد ω و قسمت فضائی $E(\omega_q) = E_q = A_q e^{-ik_q \cdot r}$ را چنین نوشت:

$$E_q(t) = \text{Re}[E_q e^{i\omega_q t}] \quad (۶-۲)$$

که در آن دامنه مختلط هر میدان و \vec{k}_q بردار موج متناظر با آن است. میدان الکتریکی کل را به صورت مجموع سه میدان می‌نویسیم:

$$E(t) = \sum_{q=1,2,3} \text{Re}[E_q e^{i\omega_q t}] = \frac{1}{2} \sum_{q=1,2,3} [E_q(\omega_q) e^{i\omega_q t} + E_q^*(\omega_q) e^{-i\omega_q t}] \quad (7-2)$$

با تعاریف $E_{-q} = E_q^*$ و $\omega_{-q} = -\omega_q$ می‌توان نوشت:

$$E(t) = \sum_{q=\pm 1, \pm 2, \pm 3} \frac{1}{2} E_q e^{i\omega_q t} \quad (8-2)$$

$$P_{NL}(t) = \frac{1}{2} d \sum_{q=\pm 1, \pm 2, \pm 3} \sum_{r=\pm 1, \pm 2, \pm 3} E_q E_r e^{i(\omega_q + \omega_r)t} \quad (9-2)$$

با داشتن $P_{NL}(t)$ می‌توانیم عبارت سمت راست رابطه (2-5)، که متناظر با چشمه تابش غیرخطی است را محاسبه کنیم.

حالا باید سمت چپ معادله هلمهولتز را نیز محاسبه کنیم و ضرائب جملات با فرکانس برابر در دوطرف معادله هلمهولتز را مساوی قرار دهیم. اگر ω_3 را بر حسب ω_1 و ω_2 بنویسیم، آنگاه خواهیم دید که تنها در پنج حالت است که می‌توان در دو طرف معادله هلمهولتز جملاتی با فرکانس برابر یافت. در صورت انجام این کار برای هر کدام از این پنج حالت به سه معادله جفت‌شده می‌رسیم که باید نسبت به حل آن‌ها اقدام نمائیم. این پنج حالت عبارت‌اند از یک‌سوسازی نوری¹ ($\omega_3 = 0$)، تولید هماهنگ دوم² ($\omega_3 = 2\omega_1$ یا $\omega_3 = 2\omega_2$)، تولید مجموع بسامد³ ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$) و تولید تفاضل بسامد⁴ ($\omega_3 = \omega_1 - \omega_2$). البته باید توجه داشت که تمامی این حالت‌ها به طور همزمان اتفاق نمی‌افتد و برقراری هر کدام از آن‌ها مستلزم تضمین قوانین بقای انرژی و تکانه برای آن حالت است که منجر به عدم ارضای این قوانین برای حالت‌های دیگر و در نتیجه عدم تولید آن‌ها می‌شود. به علاوه برای هر حالتی غیر از این پنج حالت نمی‌توان در سمت راست معادله هلمهولتز مؤلفه فرکانسی متناظر با جملات سمت چپ معادله یافت. در واقع

1 Optical Rectification(OR)

2 Second-Harmonic Generation(SHG)

3 Sum-Frequency Generation(SFG)

4 Diffrence-Frequency Generation(DFG)

سمت راست رابطه (۲-۵) و متناظر با آن چشمه غیرخطی تابش دوقطبی برای آن حالت صفر می‌گردد. در نتیجه هر کدام از امواج در معادله هلمهولتز مستقلی صدق می‌کنند و سه موج فرود آمده بر ماده غیرخطی بدون هیچ برهم‌کنشی از آن خارج می‌شوند. باید خاطرنشان کرد که لزومی ندارد هر سه موج از ابتدا در برهم‌کنش حضور داشته باشند، زیرا می‌دانیم که یکی از امواج در نتیجه تابش غیرخطی دو قطبی در ماده تولید می‌گردد و این موضوع اساس تولید فرکانس‌های جدید به روش غیرخطی است. حتی بر هم‌کنش غیرخطی ترکیب سه موج می‌تواند تنها با تاباندن یکی از امواج بر ماده غیرخطی آغاز شود. در این مورد موج الکترومغناطیسی دوم اصطلاحاً از نوفه کوانتومی خلأ تولید و در نتیجه برهم‌کنش غیرخطی تقویت می‌گردد. تنها کافی است شرایط جورشدهگی فرکانس و جورشدهگی فاز (که به ترتیب متناظر با ارضای قوانین بقای انرژی و تکانه هستند) را برای برهم‌کنش فراهم کرد. در موردی که $d = 0$ باشد نیز مسئله تبدیل به برهم‌کنش در محیط خطی می‌شود و هر سه موج در معادلات هلمهولتز مستقلی صدق می‌کنند و سه موج برهم‌کنش نمی‌کنند.

در ادامه حالتی را در نظر می‌گیریم که $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ باشد و سپس ضرائب مؤلفه‌های فرکانسی یکسان در دو طرف معادله موج هلمهولتز، را مساوی قرار می‌دهیم. با مساوی قراردادن ضرائب $e^{i\omega_1 t}$ ، $e^{i\omega_2 t}$ و $e^{i\omega_3 t}$ به ترتیب به دست می‌آوریم:

$$(\nabla^2 + k_1^2)\vec{E}_1 = -2\mu_0\omega_1^2 d\vec{E}_3\vec{E}_2^* \quad (۲-۱۰)$$

$$(\nabla^2 + k_2^2)\vec{E}_1 = -2\mu_0\omega_2^2 d\vec{E}_3\vec{E}_1^* \quad (۲-۱۱)$$

$$(\nabla^2 + k_3^2)\vec{E}_3 = -2\mu_0\omega_3^2 d\vec{E}_1\vec{E}_2 \quad (۲-۱۲)$$

معادلات (۲-۱۰) تا (۲-۱۲) سه معادله جفت شده هستند که به منظور توصیف رفتار میدان سه موج برهم کنش کننده در ماده غیرخطی باید به حل آنها اقدام نمود. بدین منظور امواج را تخت و همخط^۱، فرض می کنیم.

۱-۱-۲ ترکیب سه موج همخط تخت در محیط همسانگرد

برای حل معادلات جفت شده با استفاده از تعاریف زیر، ابتدا آن‌ها را بهنجار می کنیم. همچنین فرض می کنیم راستای انتشار امواج در جهت محور z باشد:

$$A_q = \sqrt{2\eta_q \hbar \omega_q} a_q \quad (۲-۱۳)$$

$$\eta_q = \frac{\sqrt{\mu_0 / \epsilon_0}}{n_q} \quad (۲-۱۴)$$

$$I_q = \frac{1}{2} n_q c \epsilon_0 |E_q|^2 \quad (۲-۱۵)$$

در روابط بالا a_q و I_q به ترتیب دامنه بهنجار شده و شدت میدان و پارامترهای n_q و η_q به ترتیب ضریب شکست و امپدانس محیط مربوط به موج با فرکانس ω_q می باشند. این بهنجارش به دلیل بقای شار فوتونی ϕ_q (تعداد فوتون در واحد زمان در واحد سطح) مناسب است:

$$\phi_q = \frac{I_q}{\hbar \omega_q} = |a_q|^2 \quad (۲-۱۶)$$

به دلیل برهم کنش سه موج، پوش مختلط a_q با انتشار در راستای (z) تغییر می کند، اما اگر برهم کنش ضعیف باشد، این تغییرات به کندی صورت می پذیرد، به طوری که در فاصله یک

1 Collinear Plane Waves

طول موج تقریباً می‌توان a_q را ثابت در نظر گرفت. بنابراین در تقریب پوش کندتغییر می‌توان از نسبت $\frac{d^2 a_q}{dz^2}$ به $k_q \frac{da_q}{dz}$ صرف‌نظر کرد. بنابراین:

$$(\nabla^2 + k_1^2) \sqrt{2\eta_1 \hbar \omega_1} a_1 e^{-ik_1 z} = -2ik_1 \sqrt{2\eta_1 \hbar \omega_1} e^{-ik_1 z} \frac{da_1}{dz} \quad (17-2)$$

با توجه به روابط (۱۰-۲)، (۱۱-۲)، (۱۲-۲) و (۱۷-۲) می‌توان معادلات جفت‌شده برای

دامنهٔ بهنجار شدهٔ سه موج را که در شرط $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ صدق می‌کنند به صورت زیر نوشت:

$$\frac{da_1}{dz} = -i\varepsilon_0 d_{eff} a_3 a_2^* g e^{-i(\Delta k)z} \quad (18-2)$$

$$\frac{da_2}{dz} = -i\varepsilon_0 d_{eff} a_3 a_1^* g e^{-i(\Delta k)z} \quad (19-2)$$

$$\frac{da_3}{dz} = -i\varepsilon_0 d_{eff} a_1 a_2 g e^{i(\Delta k)z} \quad (20-2)$$

که در اینجا $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1$ پارامتر جورناشدهگی فاز و $g = \sqrt{2\hbar\eta_1\eta_2\eta_3\omega_1\omega_2\omega_3}$ می‌باشد. ضمناً نباید فراموش کرد که در محیط‌های ناهمسانگرد باید اثرات ناهمسانگردی نیز در $d_{eff} = d/\varepsilon_0$ لحاظ گردد.

اگر طبق نمادگذاری مرسوم در مورد نوسانگر پارامتری نوری موج با فرکانس بالاتر، فرکانس میانی و فرکانس پایین‌تر را به ترتیب امواج پمپ^۱ (دمش)، سیگنال^۲ (علامت) و ایدلر^۳ (هرزرو) بنامیم، با توجه به تعریف (۱۳-۲) برای دامنهٔ بهنجار شده، می‌توان معادلات جفت‌شده برای دامنهٔ بهنجار نشدهٔ امواج را به صورت زیر نوشت:

1 Pump
2 Signal
3 Idler

$$\frac{dA_s(x, y, z)}{dz} = -i \frac{\omega_s}{cn_s} d_{eff} A_p(x, y, z) A_i^*(x, y, z) e^{-i(\Delta k)z} \quad (21-2)$$

$$\frac{dA_i(x, y, z)}{dz} = -i \frac{\omega_i}{cn_i} d_{eff} A_p(x, y, z) A_s^*(x, y, z) e^{-i(\Delta k)z} \quad (22-2)$$

$$\frac{dA_p(x, y, z)}{dz} = -i \frac{\omega_p}{cn_p} d_{eff} A_s(x, y, z) A_i(x, y, z) e^{i(\Delta k)z} \quad (23-2)$$

تفسیر این معادلات از دیدگاه فوتونی به این صورت است که در این برهم‌کنش هر فوتون پمپ در محیط غیرخطی به دو فوتون سیگنال و ایدلر تقسیم می‌گردد. این دستگاه معادلات حل تحلیلی ندارد، ولی با بکارگیری روش‌های عددی برای حل دستگاه، می‌توان رفتار دامنه میدان‌های جفت‌شده را در محیط غیرخطی توصیف نمود. حل این معادلات در فصل سوم انجام شده است. مفید است که ناوردهایی را در فرایند ترکیب سه موج پیدا کنیم. این ناوردها به دلیل کاهش تعداد متغیرهای مستقل مفید می‌باشند. بر طبق بقای فوتون و انرژی عبارتهای زیر به صورت ناوردا درمی‌آیند:

$$\frac{d}{dz} (I_p + I_s + I_i) = 0 \quad (24-2)$$

$$\frac{1}{\omega_s} \frac{dI_s}{dz} = \frac{1}{\omega_i} \frac{dI_i}{dz} = -\frac{1}{\omega_p} \frac{dI_p}{dz} \quad (25-2)$$

رابطه (24-2) نشان‌دهنده ناوردا بودن مجموع شدت‌ها است که نتیجه‌ای است از بقای انرژی و رابطه (25-2) که به رابطه Manley-Rowe معروف است، نتیجه‌ای است از بقای شار فوتونی ϕ_q . البته این ناوردها در صورت نبودن جذب به طور دقیق معتبر هستند.

۲-۱-۲ تقویت کننده پارامتری نوری

در تقویت کننده پارامتری نوری پرتو دمش با شدت مناسب و پرتو سیگنال با شدت کم وارد بلور غیرخطی می‌شوند و در نتیجه برهم‌کنش غیرخطی پرتو ایدلر تولید می‌گردد و نهایتاً برهم‌کنش این سه موج باعث تقویت پرتو سیگنال می‌گردد.

با فرض جوړشدگی کامل فاز و ثابت ماندن شدت دمش ($a_p(z) = a_p(0)$) در طول برهم‌کنش که به تقریب پمپ تخلیه نشونده^۱ معروف است و همچنین فرض صفر بودن شدت پرتو ایدلر در مرز ورودی بلور می‌توان معادلات جفت‌شده را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\frac{da_s}{dz} = -i\varepsilon_0 d_{eff} a_p a_i^* g e^{-i(\Delta k)z} \quad (26-2)$$

$$\frac{da_i}{dz} = -i\varepsilon_0 d_{eff} a_p a_s^* g e^{-i(\Delta k)z} \quad (27-2)$$

از حل این معادلات جواب‌های زیر برای شدت میدان‌ها حاصل می‌گردند:

$$I_s(l) = I_s(0) \cosh^2(kl) \quad (28-2)$$

$$I_i(l) = \frac{\lambda_s}{\lambda_i} I_s(0) \sinh^2(kl) \quad (29-2)$$

که طبق تعریف عبارت ضریب بهره یا ثابت جفت‌شدگی به شکل زیر است:

$$k = \sqrt{\frac{8\pi d_{eff}^2 P_p}{\varepsilon_0 c \lambda_s \lambda_i n_s n_i n_p A_p}} \quad (30-2)$$

بهره کل تک‌عبور در تقویت‌کننده‌ای به طول l به صورت رابطه (۳۱-۲) تعریف می‌گردد:

$$G = \frac{I_s(l)}{I_s(0)} = \cosh^2(kl) \quad (31-2)$$

با فرض اینکه $kl \gg 1$ می توان نوشت:

$$G \approx \frac{e^{2kl}}{4} \quad (32-2)$$

بنابراین دیده می شود که در این حالت تنها عامل محدود کننده بهره، طول بلور است و این موضوع نتیجه به کارگیری تقریب دمش تخلیه نشونده در حل معادلات جفت شده است [۲۱].

رابطه (۳۰-۲) نشان می دهد که ضریب بهره با ضریب مؤثر غیرخطی و توان پرتو دمش رابطه مستقیم و با سطح مقطع پرتو رابطه عکس دارد. تنها عامل محدود کننده توان دمش، آستانه آسیب المان های نوری است، اما در مورد کاهش سطح مقطع پرتو دمش علاوه بر توجه به آستانه آسیب المان ها باید به واگرایی ناشی از تمرکز پرتو در بلور نیز توجه نمود، زیرا واگرایی باعث انحراف از زاویه جورشدهگی کامل فار می گردد و در نتیجه بهره کاهش می یابد. به علاوه باید به هم پوشانی کامل سطح مقطع سه موج به منظور برهم کنش بهینه نیز توجه نمود.

روابط (۲۶-۲) و (۲۷-۲) با فرض جورشدهگی کامل فاز به دست آمده اند، اما با در نظر گرفتن وضعیت ایدآل تر جورناشدهگی کامل فاز ($\Delta k \neq 0$) و همچنان با فرض ثابت ماندن شدت پرتو دمش در طول برهم کنش و شرط مرزی $E_s = E_s(0)$ و $E_i = E_i(0)$ در $z=0$ می توان جواب های تحلیلی زیر را برای معادلات جفت شده به دست آورد:

$$E_s(l) = E_s(0)e^{\frac{-i\Delta kl}{2}} [\cosh(sl) + i \frac{\Delta k}{2s} \sinh(sl)] - i \frac{k_s}{s} E_i^*(0)e^{\frac{-i\Delta kl}{2}} \sinh(sl) \quad (33-2)$$

$$E_i(l) = E_i(0)e^{\frac{-i\Delta kl}{2}} [\cosh(sl) + i \frac{\Delta k}{2s} \sinh(sl)] - i \frac{k_i}{s} E_s^*(0)e^{\frac{-i\Delta kl}{2}} \sinh(sl) \quad (34-2)$$

$$k_{s,i} = \frac{\omega_{s,i}}{cn_{s,i}} d_{eff} E_p \quad (35-2)$$

با تعریف Γ به صورت زیر و با استفاده از رابطه (۱۵-۲) می توان برای شدت پرتو سیگنال نوشت: