بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه ریاضی

پایان نامه ی کارشناسی ارشد رشته ی ریاضی کاربردی

گرایش تحقیق در عملیات

الگوریتم ترکیبي جستجوي همسایگي براي مسأله مسیریابي وسایل نقلیه با ظرفیت محدود در ابعاد بزرگ

استاد راهنما:

دکتر سعیده کتابی

استاد مشاور:

دکتر علی داوری

پژوهشگر:

اعظم شوروزی

اسفند ماه ۱۳۸۹

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری های ناشی از تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه اصفهان است.

بسمه تعالی

دانشگاه اصفهان
دانشکده علوم
گروه ریاضی

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته ریاضی کاربردی گرایش تحقیق در عملیات خانم اعظم شوروزی

تحت عنوان:

الگوریتم ترکیبی جستجوی همسایگی در ابعاد بزرگ برای مسئله مسیر یابی وسایل نقلیه

در تاریخ ۸۹/۱۲/۱۴ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه عالی به تصویب نهایی رسید.

۱- استاد راهنمای پایان نامه	دکتر سعیده کتابی	با مرتبه علمی استادیار	امضاء
۲- استاد مشاور پایان نامه	دکتر علی داوری	با مرتبه علمی استادیار	امضاء
۳- استاد داور داخل گروه	دکتر مهسا قندهاری	با مرتبه علمی استادیار	امضاء
۴- استاد داور خارج گروه	دکتر اکبر نیلی پور	با مرتبه علمی استادیار	امضاء

مهر و امضای مدیر گروه .....

تقدیر :

سپاس پروردگار بی همتا را که درسایه الطاف بی پایانش چون خورشید فروزان پرتو افشان راهم شد تا در عبور از جاده پر فراز و نشیب زندگی تن به جهل وظلمت نسپارم و درسایه علم و اندیشه تنفس کنم. مسرور وشادمانم از آن که به یاری پروردگار یک بار دیگر توانسته ام در فضایی مملو از صفا و صمیمیت حقایق را تجربه نموده و تلاش چندین ساله ام راسامان بخشم.اینک که دیگر بار هوای تازه از این کوی به مشامم می رسد به مصداق آیه ي "من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق" برخود لازم می دانم که مراتب تشکر وقدردانی خویش را از تمام معلمان دوران تحصیلم و همه ی اساتید دوره کارشناسی و کارشناسی ارشد که همواره مشوقم بودند، به عمل آورم.

بی تردید این مجموعه را مرهون تلاش و زحمات استاد راهنمای عزیزم، **خانم دکتر کتابی** مي دانم که فراتر از یک استاد راهنما، در نهایت صبر و شکیبایی، تشویق و راهنمایی نموده و در تمام مراحل مرا مورد لطف و محبت خویش قرار دادند. به همین لحاظ از ایشان و استاد مشاورم **جناب آقاي دکتر داوري** که در این مجموعه یارم نمودند، خالصانه و از صمیم قلب سپاسگزارم.

از تشریک مساعي **جناب آقاي دکتر نیلي پور** به عنوان استاد مدعو، داور خارج از دانشگاه و سرکار **خانم دکتر قندهاري** داور داخل دانشگاه که این پایان نامه را مورد مطالعه قرار داده و همچنین از **جناب آقاي دکتر احسان پور** نماینده ي تحصیلات تکمیلي دانشگاه که در جلسه دفاع شرکت نمودند، تشکر وقدرداني مي نمایم.

در پایان از زحمات بي دریغ و خالصانه **مادرم** و همچنین **خواهرم زهرا و برادرانم علي و محمد و همسرم** که همواره مشوق و پشتیبان من بوده اند، کمال سپاسگزاري را به جاي مي آورم.

از همه ي دوستان خوبم به خصوص **خانم ها افضلي پور وقصابي** مراتب تشکر وقدرداني را دارم و موفقیت همگان را از خداوند منان خواستارم.

الهي

چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشي و ما رستگار

تقدیم به آستان رأفت و معرفت زندگی ام :

مادر عزیزم

و

خواهر و برادران و همسر عزیزم

چکیده

مساله مسيريابي وسايل نقليه يکي از مباحثي است که در چند دهه ي اخير کاربرد بسيار بالايي داشته و براي افزايش کارايي و بهره وري سيستم حمل و نقل مورد توجه بوده است. اين مساله از دسته مسايل سخت است که حل آن از طريق برنامه ريزي اعداد صحيح و نرم افزارهاي موجود بسيار وقت گير است. لذا براي حل آن از روش هاي ابتکاري، فرا ابتکاري و فرا ابتکاري ترکيبي استفاده مي شود.

در اين پايان نامه مساله مسيريابي وسايل نقليه و انواع آن بيان شده است. سپس دو روش حل ساده سازي لاگرانژي و الگوريتم ترکيبي جستجوي همسايگي براي مساله مسيريابي وسايل نقليه باظرفيت محدود توسط زبان MATLAB کدگذاري شده و مثال هايي با آن ها حل شده است. از مقايسه ي اين دو روش نتيجه مي شود که الگوريتم ترکيبي جستجوي همسايگي جواب هاي بهتري در زمان مناسب تري نسبت به روش ساده سازي لاگرانژي ارائه مي کند.

کلیدواژه ها: مساله مسيريابي وسايل نقليه، الگوريتم دقيق، روش شاخه و کرانه، روش ابداعي، روش جستجو همسايگي متغير، روش ساده سازي لاگرانژي، مساله ها **در** ابعاد بزرگ.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول: تعاریف و مفاهیم مقدماتی ۱

۱—۱ تعاریف ۲

۱—۲ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه ۷

۱—۳ برخی توسعه‌های عملی مسأله مسیریابی وسایل نقلیه ۱۱

۱—۳—۱ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود ۱۱

۱—۳—۲ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با انبار چندگانه ۱۲

۱—۳—۳ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه دوره‌ای ۱۳

۱—۳—۴ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با تقسیم تحویل کالا ۱۴

۱—۳—۵ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه تصادفی ۱۴

۱—۳—۶ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با تحویل و جمع آوری کالا ۱۵

۱—۳—۷ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با پنجره‌های زمانی ۱۶

۱—۳—۸ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با حمل بار در بازگشت ۱۸

۱—۳—۹ مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با امکانات ماهواره‌ای ۱۸

۱—۴ معرفی مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود ۱۸

۱—۵ فرمول‌بندی مسأله مسیریابی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود ۲۱

۱—۵ تئوری پیچیدگی محاسباتی ۲۶

فصل دوم: روش‌های حل ۳۱

۲–۱ روش‌های دقیق ۳۲
۲–۱–۱ حل مسائل برنامه‌ریزی اعداد صحیح ۳۴
۲–۲ روش‌های ابتکاری کلاسیک ۳۵
۲–۲–۱ روش‌های ابتکاری سازنده ۳۶
۲–۲–۲ روش‌های دو مرحله‌ای ۳۶
۲–۲–۳ روش‌های ابتکاری بهبود ۳۷
۲–۳ الگوریتم‌های فراابتکاری ۳۹
۲–۴ الگوریتم‌های فراابتکاری ترکیبی ۴۰

فصل سوم: ساده‌سازی لاگرانژی ۴۳
۳–۱ معرفی ۴۴
۳–۲ ساده‌سازی لاگرانژی ۴۷
۳–۲–۱ انتخاب مجموعه محدودیت برای ساده‌سازی ۴۹
۳–۲–۲ تعیین مقدار برای ضرایب لاگرانژی به کمک بهینه‌سازی زیرگرادیان ۵۳
۳–۲–۳ معیار توقف ۵۵
۳–۳ مسأله پوشش مجموعه ۵۷
۳–۴ روش ابتکاری بر مبنای ساده‌سازی لاگرانژی برای $CVRP$ ۶۳
۳–۴–۱ روش جواب $CVRP$ بر مبنای پوشش مجموعه ۶۳
۳–۵ توسعه الگوریتم حل مسأله ۶۵
۳–۵–۱ تعیین جواب ساده‌سازی لاگرانژی ۶۶

۳–۵–۲ تولید جواب موجه ٦٧
۳–٦ بهنگام کردن ضرایب لاگرانژی ۷۰
۳–٦ مرتب کردن فضای جواب ۷۰
۳–۷–۱ حذف مسیرهای غیر مفید ۷۱
۳–۷–۲ تولید مسیرمفید–حذف مشتری موجود ۷۲
۳–۷–۳ تولید مسیرمفید–درج مشتری جدید ۷۳
۳–۸ معیار توقف ۷۳
۳–۹ مثال حل شده توسط روش فوق به‌صورت دستی ۷۴
۳–۱۰ نتایج محاسباتی ۷۵

فصل چهارم: الگوریتم ترکیبی جستجوی همسایگی برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه در ابعاد بزرگ ۷۸
۴–۱ معرفی ۷۹
۴–۲ جستجوی همسایگی متغیر کاهش تکراری ۸۲
۴–۳ روش حل ۸۳
۴–۴ تولید یک جواب ابتدایی ۸۴
۴–۵ کاهش همسایگی متغیر ۸۴
۴–٦ عملگرها ۸۵
۴–۷ نتایج محاسباتی ۹۱۱

فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۹۴

۵–۱ نتیجه‌گیری ۹۴

۵–۲ پیشنهادات ۹۸

فصل ششم: ضمیمه ۹۹

واژه نامه ۱۱۹

کتاب‌نامه ۱۳۰

پیشگفتار

بهینه‌سازی به مفهوم کلی آن ماکزیمم‌سازی (مینیمم سازی) یک یا چند تابع از متغیرها، با توجه به برقراری دسته‌ای از محدودیت‌ها می‌باشد. بهینه‌سازی بر حسب نوع محدودیت‌ها و توابع به انواع مختلفی تقسیم می‌شود؛ از قبیل: بهینه‌سازی خطی، غیرخطی، ترکیباتی، فازی و ... . وجه تمایز بین بهینه‌سازی ترکیباتی (گسسته و صحیح)، با سایر موارد در آن است که برخی از متغیر های این نوع مسائل را باید از میان مجموعه‌ای گسسته از متغیرها (معمولا زیر مجموعه‌ای از اعداد صحیح) برگزید مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی، کاربردهای عملی بسیاری دارند. یک جنبه مهم و کاربردی این‌گونه مسائل در ارتباط با استفاده بهینه از منابع محدود، در جهت افزایش بازده کار می‌باشد که در محیط‌هایی چون توزیع کالا، زمان بندی تولید، مکان یابی تسهیلاتی[1]، طراحی شبکه‌های حمل ونقل و ...نمود پیدا می‌کند.

از معمول‌ترین مسائل بهینه‌سازی ترکیباتی ، آن‌هایی هستند که مجموعه‌ای از مشتری‌ها، مکان‌ها، کارها، شهرها، نقاط نمونه‌های مشابه را در دنباله‌ها یا مسیرهایی قرار می‌دهند. با توجه به نیازها و کاربردهای عملی ، مسائل و مدل‌های مسیریابی مختلفی عرضه می‌شوند. بعضی از مواقع در این مدل‌های مسیریابی ، همه‌ی نقاط را در یک دنباله قرار می‌دهند (مسأله فروشنده دوره‌گرد [2]) و گاهی اوقات چندین دنباله ، در برگیرنده این نقاط هستند (مسأله مسیریابی وسایل نقلیه[3]).

---

[1] facility

[2] *Traveling Salesman Problem*

[3] *Vehicle Routing Problem*

مسأله فروشنده دوره‌گرد ، تعیین کوتاه‌ترین دور [۴] در بر گیرنده‌ی تمام گره‌های یک شبکه است. یک جنبه مهم این مسأله آن است که به عنوان ریشه یکی از مسائل مهم و کاربردی (مسأله مسیریابی وسایل نقلیه (VRP) محسوب می‌شود. مسأله مسیریابی وسایل نقلیه اولین بار در سال ۱۹۵۹ توسط دانتزیگ و رامسر[۵] مطرح شد و خیلی زود مورد توجه محققان علوم مختلف قرار گرفت. این مسأله همانند مسأله شناخته شده‌ی فروشنده دوره‌گرد ، به راحتی بیان و مطرح می‌شود اما به سختی حل می‌گردد. یک خاصیت جالب این مسأله آن است که می‌توان با در نظر گرفتن قیود و محدودیت‌هایی بر روی آن ، انواع مختلفی از مسائل دنیای واقعی را مدل‌بندی کرد. مسائل و مدل‌هایی که دیگر تنها یک مسأله محض ریاضی نیستند و گردش کار بسیاری از صنایع ، وابسته به حل آن‌هاست.

هدف از انجام این پایان نامه ، بررسی مسیریابی و توسعه آن و ارائه‌ی راه حل و الگوریتم نسبتاً کارا برای به دست آوردن جوابی نزدیک به جواب بهینه برای این مسأله می‌باشد. این تحقیق در پنج فصل تنظیم شده است. در فصل اول به تعاریف و مفاهیم پیش‌نیاز و تعریف و تشریح مسأله مسیریابی وسایل نقلیه و کاربردهای آن پرداخته و پیچیدگی محاسباتی حل مسائل مورد بحث قرار می‌گیرد. در فصل دوم روش‌های معرفی شده برای حل مسأله مسیریابی وسایل نقلیه دسته بندی شده است. در فصل سوم الگوریتم ساده‌سازی لاگرانژی برای مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود تشریح و نتایج خروجی برنامه‌ی آن که با نرم افزار $Matlab$ کد شده است، ارائه

---

[۴] $cycle$

[۵] $Dantzig, Ramser$

می‌شود. در فصل چهارم الگوریتم کاهش همسایگی برای مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود را تشریح و نتایج خروجی برنامه آن‌ها که توسط نرم افزار *Matlab* کد شده است، ارائه می‌شود. فصل پایانی شامل نتیجه گیری و پیشنهادات برای تحقیق‌های بعدی است.

فصل ۱

تعاریف و مفاهیم مقدماتی

مقدمه

یکی از مباحثی که در چند دهه‌ی اخیر کاربرد بسیار بالایی داشته و برای افزایش کارآیی و بهره‌وری سیستم‌های حمل و نقل مطرح شده، مسأله مسیریابی وسایل نقلیه[۱] (VRP) است.

در این مسائل، مسأله توزیعی در نظر گرفته می‌شود که در آن وسایل نقلیه واقع در یک سرویس مرکزی (انبار[۲]) باید به مشتریان[۳] (سرویس گیرندگان) پراکنده در یک

---

[۱] *Vehicle Routing Problem*

[۲] *Depat*

[۳] *Customer*

ناحیه‌ی جغرافیایی خدمات و سرویس خاصی ارائه دهند. این سرویس‌ها شامل، تحویل کالا به مشتریان، جمع آوری کالا از آن‌ها و سرویس‌های تعمیر و نگهداری کالا می‌باشد. در این فصل ابتدا به تعاریف مورد نیاز برای مسأله مسیریابی وسایل نقلیه پرداخته و سپس تعریفی از مسأله عمومی‌مسیریابی وسایل نقلیه ارائه می‌شود و در ادامه به کاربردها و توسعه‌های عملی این مسأله پرداخته می‌شود. در پایان نیز نظریه پیچیدگی محاسباتی مورد بحث قرار می‌گیرد.

۱—۱ تعاریف

تعریف ۱.۱ : فرض کنید $V = \{i \mid i = ۱, ۲, ..., m\}$ مجموعه متناهی دلخواه و S مجموعه همه‌ی زوج‌های (i,j) از عناصر V باشد یعنی: $S = \{(i,j) \mid i \in V, j \in V\}$ که در آن $(i,j) = (j,i)$، زوج $G = (V,E)$ که $E \subseteq S$ یک گراف (یک گراف غیرجهتدار[۴]) نامیده می‌شود؛ عناصر V رئوس گراف و عناصر E یال‌های گراف نامیده می‌شوند[۱۵].

تعریف ۲.۱ : فرض کنید Q مجموعه‌ی همه زوج‌های مرتب عناصر V باشد؛ یعنی، $Q = \{(i,j) \mid i \in V, j \in V\}$ که در آن زوج‌های مرتب (i,j) و (j,i) در صورتی‌که $i \neq j$ عناصر مشابهی را نشان نمی‌دهند، آن‌گاه زوج $\acute{G} = (V, \acute{E})$ که $\acute{E} \subseteq Q$ یک گراف

[۴] *Undirected Graph*

جهت دار[۵] نامیده می‌شود. عناصر $\acute{E}$ یال‌های جهت‌دار نامیده می‌شوند[۱۵].

تعریف ۳.۱ : در یک گراف بدون جهت، دو یال مجاور نامیده می‌شوند در صورتی که هر دو به یک رأس واقع شوند.(مثلا در یک گراف جهت‌دار، e_i و e_k مجاور[۶] می‌باشند در صورتی‌که $e_i = (h, j)$ و $e_k = (j, p)$ برای $h, j, p \in V$). یک دنباله از یال‌های مجاور یک مسیر[۷] نامیده می‌شوند [۱۵].

تعریف ۴.۱ : مسیری که رئوس شروع و پایانش یکسان باشد دور [۸] نامیده می‌شود، یعنی، مسیری مانند $\{(i_0, i_1), ..., (i_{p-1}, i_p)\}$ که در آن $i_0 = i_p$، یک دور است [۱۶].

تعریف ۵.۱ : دوری که شامل همه‌ی رئوس گراف باشد دور همیلتونی نامیده می‌شود و همچنین گرافی که دارای یک دور همیلتونی باشد، گراف همیلتونی نامیده می‌شود [۱۵].

تعریف ۶.۱ : p دور جدا از هم که همه‌ی رئوس گراف را می‌پوشانند را p زیر دور همیلتونی می‌نامند وبه هر یک از این دورها نیز یک دور همیلتونی می‌گویند [۱۵].

تعریف ۷.۱ : اگر در یک گراف غیر جهتدار برای هر i ، j متمایز در V حداقل یک مسیر وجود داشته باشد که رئوس i و j را به هم متصل کند، در این‌صورت گراف همبند[۹] نامیده می‌شود؛ به عبارت دیگر، گرافی که هر دو رأس آن توسط یک مسیر بهم متصل

---

[۵] *Directed Graph*

[۶] *Adjacent Edge*

[۷] *Path*

[۸] *Cycle*

[۹] *Connected Graph*

شوند، گراف همبند است [۱۵].

تعریف ۸.۱ : گرافی که بین هر دو رأس آن یال وجود داشته باشد گراف کامل[۱۰] نامیده می‌شود [۱۵].

تعریف ۹.۱ : برنامه‌ریزی خطی اعداد صحیح[۱۱] شاخه‌ای از برنامه‌ریزی ریاضی[۱۲] است. در حالت کلی یک مسأله برنامه‌ریزی ریاضی عمومی، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\max f(x) \qquad x \in S \subseteq R^n \qquad (۱)$$

که در آن R^n مجموعه‌ی همه‌ی بردارهای n بعدی[۱۳] از اعداد حقیقی و f تابع حقیقی تعریف شده روی مجموعه S است. مجموعه S مجموعه‌ی محدودیت‌ها، f تابع هدف و هر $x \in S$ یک جواب موجه‌مسأله (۱) نامیده می‌شود.

اگر یک $x^\circ \in S$ وجود داشته باشد به‌طوری‌که

$$\forall x \in S \qquad f(x) \leq f(x^\circ) < \infty$$

آنگاه x° یک جواب بهینه[۱۴] مسأله (۱) نامیده می‌شود. هدف مسأله برنامه‌ریزی ریاضی، بررسی جواب بهینه مسأله می‌باشد.

---

[۱۰] *Complete Graph*

[۱۱] *Integer Lincar Programming*

[۱۲] *Mathematical Programming*

[۱۳] *n – dimensional Vector*

[۱۴] *Optimal Solution*

مسأله برنامه‌ریزی صحیح یک مسأله برنامه‌ریزی ریاضی است به‌طوری‌که

$$S \subseteq Z^n \subseteq R^n$$

که‌در آن Z^n مجموعه‌ی همه‌ی بردارهای n—بعدی صحیح است. [۱۵].

مدل‌های خطی برنامه‌ریزی عدد صحیح به صورت زیر طبقه‌بندی می‌شوند :

•برنامه‌ریزی عدد صحیح محض

• برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط

• برنامه‌ریزی صفر و یک

مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح محض مدلی است که تمامی متغیرهای آن عدد صحیح باشند. این مدل صرف‌نظر از محدودیت‌های اضافی عدد صحیح بودن متغیرها، به یک مدل برنامه‌ریزی خطی تبدیل می‌گردد. مدلی که تنها تعدادی از متغیرهای آن عدد صحیح باشند مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط نامیده می‌شود. در مدل‌هایی که متغیرهای عدد صحیح محدود به انتخاب مقادیر صفر یا یک هستند مدل‌های صفر — یک نام دارند.

تعریف ۱.۱۰ : برنامه‌ریزی خطی صفر و یک، شاخه‌ای از برنامه‌ریزی خطی صحیح است به‌طوری‌که متغیر x می‌تواند مقادیر ۰ یا ۱ را اختیار کند؛ در واقع، x یک متغیر دوتایی است [۱۵].

برنامه‌ریزی خطی صفر و یک شاخه‌ای از برنامه‌ریزی خطی صحیح است به‌طوری‌که x می‌تواند تنها مقادیر صفر و یک را اختیار کند، به عبارتی x یک متغیر دوتایی است. الگوریتم شمارش ضمنی که در سال ۱۹۶۷ توسط بالاس معرفی شد راه

حلی برای کاهش جستجو در میان جواب‌های ممکن مسأله است که این الگوریتم را الگوریتم جمعی نیز می‌نامند. شیوه استفاده از این الگوریتم مانند روش انشعاب و تحدید است. این الگوریتم با صفر در نظر گرفتن مقدار متغیرهای تصمیم آغاز می‌شود و در مراحل حل به تدریج سعی می‌شود که جواب‌ها در محدودیت‌ها صدق کنند [۱۵].

تعریف ۱۱.۱ : مسأله فروشنده‌ی دوره‌گرد[۱۵]: در این مسأله، فروشنده‌ای در نظر گرفته می‌شود که سفرش را از شهر خود آغاز کرده و بعد از مسافرت به چند شهر مختلف به شهرش بازمی‌گردد. هدف این مساله، پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر ممکن این سفر می‌باشد. این مسأله پژوهش عملیاتی به «فروشنده دوره‌گرد» معروف است که به اختصار با TSP نشان داده می‌شود. تابع هدف و محدودیت‌های این مسأله به شرح زیر است:

تابع هدف:

$$\min z = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \quad i \neq j$$

محدودیت‌های ورود فروشنده:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

محدودیت‌های خروج فروشنده:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \qquad i = 1, 2, \ldots, n$$

.[۱۵]

[۱۵] *Traveling Salesman Problem*