بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده فنی و مهندسی
گروه مهندسی برق

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد مهندسی برق- مخابرات

معرفی دسته جدیدی از موجکها با دوره محدود

استاد راهنما :

دکتر سعید سریزدی

استاد مشاور :

دکتر حسین نظام آبادی پور

مولف :

بهنام جبلی

شهریور ۱۳۸۸

تقدیم به:

پدرم، مادرم

و

تمام کسانی که در زندگی خالصانه، عاشقانه و جاودانه دوستشان میدارم و دوستم میدارند .

تشکر و قدردانی:

سپاس پروردگار هستی را که توانایی تحصیل علم و دانش به من عطا فرمود و مرا در مسیر آموختن و فراگیری قرار داد.

بر خود لازم می دانم از استاد دکتر سعید سریزدی قدردانی نمایم که نظارت و راهنمایی این پایان نامه را بر عهده داشتند وهمچنین دکتر حسین نظامآبادی که در این پایان نامه از مشورتهای ایشان بهره بسیار بردم و راهنمایی های دلسوزانه و مدبرانه این دو بزرگوارضمن آموختن درس علم و عمل به اینجانب، در تمام مراحل راهگشا بود. سلامتی و تندرستی این دو بزرگوار را از خدواند منان خواستارم تا سایر دانشجویان و علاقه مندان تا سالها از دانش و تجربه آنها بهره مند شوند.

هم چنین از اساتید دکتر صید نژاد و دکتر افتخاری تشکر می کنم که به داوری این پایان نامه نشستند و از رهنمودهای ارزشمندشان بهره فراوان بردم.

چکیده:

هرچند که ـدیل فوریه ابزاری قوی جهـ تجزیه و تحلیل فرکانسی سیگنا هااسـ ، اما تنها نشان‌دهنده متوسـ مولـ ه‌های فرکانسی سیگنا اسـ و قادر به‌استخرا و تجزیه و تحلیل فرکانسی سیگنا در بازه‌های گوناگون نیسـ جهـ رفـ این عیبـ ـدیلات زمان فرکانـ ارا ه گردیده‌اند. عمده ایتی ـدیلات اتوابـ پنجرلستـ اده می‌کنند که حاصل‌ضر دقـ زمانی- فرکانسی پنجره‌ها توسـ حدهایزنـ ر محدود می‌گردد.نشان داده شده‌اسـ که مقدار بهینه این حاصل‌ضر به ازای گوسی حاصل می‌گردد.

علاوه بر خاصیـ بالاتابـ گوسی دارای ویژگی‌هایی اسـ که آن‌را در تجزیه و تحلیل سیگنا ها منحصربه‌فرد ساخته‌اسـ . اما بطحا دوره زمانی نامحدود و فاقد فرم کسری بودن در حوزه لاپلاس، این تابـ به عنوان یـ فیلتر عملاتوسـ کامپیوتدیجیتا قابل پیاده‌سازی نیسـ و بریدنتابـ گوسی در حوزه زمان نیز،منجر به از دسـ رفتن خوا مـ یـد آن می‌گردد.نشان داده شده فیلتر چندجمله‌ای با دوره محدود(PKCS) [1]گه‌توسـ یـ نگاشـ اتوابـ گوسی حاصل گردیده‌اسـ ، دارای خواصی نزدیـ به تابـ گوسی می‌باشد.

در این پایان‌نامه ضمن مروتر ـدیل‌های زمان و فرکانـ با تاکید تر ـدیل فوریه با پنجرله زان تو ـدیل موج اتوابـ PKCS به عنوانتابـ پنجره براتی ـدیل فوریه با پنجرله زالستـ اده نموده و کارآیی آن را با سایر پنجره‌های کارا ومطر موجودمقایسه میکنیم. سپـ تـ ـدیل موجکی با موج مادر با دوره محدوداوا ه و خوا آن را بررسی می‌کنیم. درنهایـ دهو الی کارایتی ـدیل موج پیشنهادی را بررسی می‌کنیم.

[1] . Polynomial Kernel with Compact Support

فهرست مطالب

فهرست جدول ها

فهرست نمودارها و شکل ها

فصل اول

مقدمه

۱-۱ مقدمه

موج ها ابزاری ریاضی هستند که لاعات را بهول ه‌های فرکانسی تجزیه می‌کند و هوول ه را با وضوحی که با مقیاستظ ی یافته، مورد بررسی قرار می‌دهد. آنها بر رو های سنتی فوریه در تحلیل حالات فیزیکی که شاملسیگنا های گسسته و اسپای[1]های تیزاس ، برتری دارند. موج ها در حوزه هایی قز یل ریاضیات، فیزی کوانتوم، مهندسیر وزمین شناسی زلزله کاربرد یافته‌اند ودر و ده اخیر در خیلی از کاربردهای جدید همانند فشرده سازی تصویر، مدلسازی سیستم بینایی[2]، رادار، پیشگویی زلزله،ح نویز از لاعات نویزی موراهت اده قرار گرفته اند[Dwi03] و[Gra95] .

اید اساسی موج ، تحلیل بو نای مقیاس‌اس و یکی از دیدگاه‌های جدید در پرداز ا لاعات اس . موج ها توابعی هستند که الزام‌های ریاضی مشخصی را ارضا می‌کنند ودر نمایش دادل لاعات یا دیگرتوابا است اده می‌شود.

ایده‌ی تقریبتوابا جدید نمی‌باشد، تقریب ابلت ادلزجمه آ اتوابا در اوایل ۱۸۰۰ترو شد، هنگامی که جوز فوریه[3]پی بردکه، بلجمه سینوس وکسینوس‌ها می‌توابقی توابا را نشان داد. اما در تحلیل موج ، مقیاس که برای بررسی داده‌ها موراهت اده قرار می‌گیرد، نقش ویژه‌ای را بازی می‌کند.

---

[1] spikes
[2] Human vision
[3] Joseph fourier

الگوریتم‌های موج ، داده را در مقیاس‌ها یاوضو هاتهٔ اوتی پرداز می‌کنند. اگر ما بهسیگنا با پنجره‌ای بزر نگاه کنیم، به خصیصه‌های درشـ وعمده پی می‌بریم وبه ور مشابه اگر بهسیگنا با پنجره‌ای کوچ نگاه کنیم، متوجه خصیصه‌های ریز خواهیم شد. این نتیجه در تحلیل موج باعـ دیده شدن هر دوی جنگل وبر درختان خواهد شد و این مورد، موج ها را جالبوم ید گردانیده اسـ . برای دهه‌های ولانی دانشمندانبه دنبا توابـ مناسب‌تری از سینوس وکسینوس بودند که شامل پایه‌هایی از تحلیل فوریه برای تقریبسیگنا های اندکیمتلا م[1] بوسیلـ توابـ یر محلی (که به‌سمـ بی‌نهایـ کشیده شوند) باشند. کارهای نه چندان موفقی در تقریب اسپایـ های تیز انجام شده‌اسـ [Gra95]. اما با تحلیل موج می توانیم ازتوابـ تقریـ ی که دوره‌های محدودی دارنلستـ اده کنیم که این منجر به ابزامناسـ ی برای تقریب داده با بی نظمی‌هایسریـ می‌گردد[Gra95].

تحلیل موج با یـ شکل اولیقابـ موج کقابـ تحلیل‌گر موج یا موج مادر نامیده می‌شود شرو گشته و نسخه فرکانـ بالاتوسـ انقـ ا و نسخه فرکانـ پایین‌توسانـ سا از موج اولیه بدسـ می‌آید، زیرا می‌توانسیگنا اصلی یقابـ را در جملاتی ازبسـ موج (ابلتـ اده از ضرایب در یـ ترکیب خطی ازتوابـ موج) نمایش داد.

عملیات بر روی داده تنها ابلتـ اده از ضرایب موج انجام می‌شود و اگر تعداد موج های بیشتری که سازگار با داده‌ها باشند راانتخا کنیم بلحـ ضرایب پایین‌تر از یـ حد آستانه ،داده‌ها به صورت فشرده نمایش داده می‌شوندو امکان فشرده‌سازی با ضریب بالاتوسـ موج ها فراهم می‌شود.

حوزه‌های دیگر کاربرد موج در اختر شناسی ،صوت شناسی، مهندسی هسته ای،کد کردن زیر باند[2]، پرداز سیگنا وتصویر، فیزلو ی اعصا ، موسیقی، عکـ بردارهی نا یسی، تشخیـ صوت، نورشناسی،کدگ اریفراکتا ، پیش گویی زلزله، رادار، بینایی انسان وکاربردهای ریاضی محـ همانند حل کردن معادلات اضلجز ی می‌باشد[Gra95].

---

[1] Choppy
[2] Sub-bund coding

۱-۲ چشم انداز تاریخی

درتاری ریاضیات برای تحلیل موج منش های گوناگونی کر شده‌اس . بسیاری از کارها دسا های ۱۹۳۰انجام شد هرچند که در آن زمان کوشش‌هایی جدی برای ایجاد وری منسجم اهر نشدجا به مرور کوتاهی از تاریخچه موج می‌پردازیم .

الف) قبل از ۱۹۳۰

ق ل از۱۹۳۰شاخه ای مهم از ریاضیات بر نای کارهای فوریه (۱۸۰۷)تو وری‌های او از تحلیل فرکان که لب ترکیب فوریه نامیده می‌شود، به‌سم موج ها راهنمایی گردیدند[Qia96].

فوریه نشان داد که هر تا $f(x)$متناو با دوره تناو 2πرا می توان به صورت مجموعی ازتواب فوریه نشان داد که ضرایب a_0و a_kو b_k را به صورت زیرحاس ه کردند:

$$f(x)=a_0+\sum_{k=1}^{\infty}(a_k\cos kx+b_k\sin kx) \tag{۱-۱}$$

$$a_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(x)dx \tag{۲-۱}$$

$$a_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(x)\cos(kx)dx \tag{۳-۱}$$

$$b_k=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(x)\sin(kx)dx \tag{۴-۱}$$

ادعای فوریه نقش ویژه ای را در تکامل ایده‌های ریاضی‌دربار تواب دربرداش وبا جدیدی را درباره‌ی گستر تواب باز نمود. بعد از ۱۸۰۷ ریاضیدان‌ها به‌تدری از تحلیل فرکان به تحلیل مقیاس میل پیدا کردند که در آن $f(x)$ با ایجاد ساختارهای ریاضی که مقیاس آنها یر کرده اس (ایجاد ساختاری پایه‌وانتقا دادن آن با برخی مقادیرو یر مقیاسش) تحلیل می‌گردید. این مسیر از تحلیل مقیاس که قه‌بندی را انجام می‌دهدحساسی کمتری به نویز دارد. زیرا معیاری برای میانگین نوسانات از سیگنا در مقیاس‌هایم اوت‌اس .

اولین بار نام موجک در ضمیمه رساله دکترای هار[1] ۱۹۰۹ ظاهر شد[Gra95]. یک خاصیت از مدل هار این می‌باشد که دوره محدود دارد و این بدین‌معناست که درخارج از یک بازه محدوده صفر می‌گردد. اما متاسفانه موجک هار، پیوسته‌مشتق پذیر نمی‌باشد که این‌باعث برخی‌محدودیت هاى کاربردی شده‌است.

ب) درسال‌های ۱۹۳۰ تا ۱۹۶۰

درسالهای ۱۹۳۰ تحقیقاتی به طور جداگانه برروی نمایشی ازتوابع بلطبع ادلرتوابع پایه مقیاس‌متغیر صورت گرفته است. پاول لوی[2]، فیزیکدان سالهای ۱۹۳۰، که در زمینه حرکت براونی[3](که یک نوع سیگنال تصادفی‌است) تحقیق می‌کرد ازتابع پایه‌ی مقیاس‌متغیر هاراستفاده کرد و به نظر اوتابع پایه هار برتر از مدل فوریه برای درک ساده از جزئیات پیچیده حرکت براونی بود.

تحقیق دیگری که در سالهای ۱۹۳۰توسط لیتل وود[4]، پالی[5] واستین[6] انجام شد محاسبه انرژی $f(x)$ بود:

$$E = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi}\left|f(x)\right|^{2}dx \qquad (۱-۵)$$

ومحاسبه انرژی بر روی بازه‌ای کوچک مشابه محاسبه روی یک بازه وسیع نتایج متفاوتی‌بدست می‌دهد و این مشکل باعث شد آنها به معرفی یک تابع که می‌تواند در مقیاس متغیر کنترل انرژی را نگه دارد بپردازند و دیوید مار[7] باستفاده از کار آنها، یک الگوریتم برای پردازش تصاویر رقمی به کمک موجک را ایجاد کرد.

ج) سال‌های ۱۹۶۰ تا ۱۹۸۰

مابین‌سالهای ۱۹۶۰ تا ۱۹۸۰ گیدو ویس[8] و رونالد آر.کافمن[1] بر روی ساده‌ترین عنصر ازفضایی تابعی که اتم نامیده می‌شودتحقیق کردند.هدف آنها یافتن اتم‌هایی مشترک برای‌ساخت یک تابع مشترک و

---

[1] Harr
[2] Paul Levy
[3] Brownian motion
[4] Little wood
[5] paley
[6] stein
[7] David Marr
[8] Guido Weiss

قوانین ساخ [2] که بازسازی تمام عناصرف ایتوابِ [3] را بلمتِ اده از اتم‌ها میسر سازد،بود. در ۱۹۸۰ گراسمن[4] ومارل [5]، یِ فیزیِ دان و یِ مهندس، کاربردهای گسترده ازموج ها را در زمینه فیزیِ کوانتوم ایجاد کردندو همچنین یِ روند برای موج ها بر پایه بینش فیزیکی تهیه کردند[Gra95].

د) پس از ۱۹۸۰

در ۱۹۸۵لمتِ ان مالات[6] موج هایی را بیان کرد که به کار او درپرداز سیگنا دیجیتا جانی دوباره بخشید[Gra95]. او به برخی ازروابِ بین فیلترهایِبِ آینه ای[7]، الگوریتم‌های هرمی[8] و پایه‌های موج متعامد پی برد.تح تا یر این لمتِ میر[9]، اولین دسته موج هایی را ایجاد کرد که برعکِ موج هار، موج میر پیوستهمشتِ پِ یر اس . اما به هرحا آن‌ها دامنه محدود نداشتند. دوسا بعد اینگرید دوبوشی[10] لمتِ اده از کار مالات، یِ مجموعه ازتوابِ پایه موج متعامد که ممکن اس بیشترین برازندگی[11] را داشته باشد ، را ایجاد کرد [Dau92] و امروزه این موج ها، یِ موج پرکاربرد گردیده‌اند.

۱-۳ چرا توابع پایه

اگر ما از حوزه آنالو توابِ) به حوزهدیجیتا (بردارها) حرک کنیم،توضیح تابِ پایه به سادگی امکانپِ یر اس . هر بردار دو بعدی (x, y) یِ ترکیب از بردار(۰و۱) و (۱و۰) اس . این بردارها، بردارهای پایه برای (x, y) هستند زیرا اگر x در (۰و۱)ضر شود، بردار(x,0) را نتیجه می دهد و اگر y

---

[1] Ronald R. Coifman
[2] Assembly roles
[3] Function space
[4] Grossman
[5] Morlet
[6] Stephane Mallat
[7] quadrature mirror filter
[8] pyramid algorithm
[9] Y. Meyer
[10] Ingrid Daubechies
[11] Elegant

در (۱و۰)ضر شود، بردار (0,y) را نتیجه می دهد وجمو آنها برابر (x,y)اس . بهترین بردارهای پایه که دارای مشخصات بسیار با ارزشی[1] هستند، بردارهای متعامد می‌باشند، که برای بردارهای (۰و۱) و(۱و۰) و(۱و۰) این ضابطه برقراراس جا به دنیای آنالو بر می گردیم و می‌بینیم که چگونه ایم اهیم به تواب پایه‌مربو می شود و بنابراین به جای بردار (x,y) متاب $f(x)$ را داریم.

فر کنید که $f(x)$ ی تن موسیقی‌اس کگ ته می شوند a در اکتاو مختصی‌اس . ما می‌توانیم a را به کم افزودن سینوس و کسینوس‌هایی با دامنه و فرکان هایمت اوت ایجاد کنیم. سینوس و کسینوس‌تواب پایه درطین ا هستندجز ی ازتواب پایه هستند. برای سینوس و کسینوس‌انتخا شده ما می توانیم عناصر اضافی مورد نیاز که بر هم متعامد هستند را قرار دهیم و بدین نحو می‌باشدکه، ترکیب مناسب از جملاتتواب سینوس و کسینوس که به وسیله‌ی عملگرضر داخلی آنها را توسعه یافته اند، انتخا کنیم‌تواب پایه متعامد در این مساله مجموعه مخصوصی هستند ازتواب که متعامد بوده و $f(x)$ را شکل می‌دهند.

۱-۳-۱ چرا توابع پایه مقیاس متغیر

ی تاب مقیاس پایه‌توس ی تاب مشابه یاف ای داده، بلت اده از اندازه‌های مقیاس‌مت اوت ایجاد می‌شود. برای ا تصور کنید ما سیگنالی را دبازه ص ر تا ی داریم، می‌توانیم این‌سیگنا را به کم دوتاب پله که دامنه آنها ر تا $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ تا ی اس به دو تکه تقسیم کنیم، پ از آن باز می-توانیم‌سیگنا اصلی را بلت اده از چهارتاب پله که دامنه آنها بین ر تا $\frac{1}{4}$و $\frac{1}{4}$ تا $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{2}$ تا $\frac{3}{4}$و $\frac{3}{4}$ تا ی اس آن را تقسیم کنیم و همین ور تا آخر. هر مجموعه از کدهای نمایش داده شده‌سیگنا اصلی با ی وضو یا مقیاس مخصو اس .

[1] valuable extra property

۱-۴ تحلیل فوریه

نمایش فوریه ارتوابر کهجم آ اری از سینوس و کسینوس‌اس ، در خیلی موارد مرسوم گشته‌اس . تحلیل فوریه و موج دارای کاربردی قوی در هر دوی راه‌حل‌های تحلیلی و عددی معادلات گوناگون وهمچنین برای تحلیل و عملیات بر روی‌سیگنا های مخابراتی هستند [Qia96].

۱-۴-۱ تبدیل‌های فوریه

ت لدیل فوریه در تحلیل حوزه زمان ی سیگنا برای دستیابی به هومش در حوزه فرکان بسیار تواناس [Bra65]. این لدیل به وسیله‌نگاش تابعی از حوزه زمان به تابعی در حوزه فرکان انجام می-شود و هوم فرکانسی‌سیگنا می‌تواند تحلیل شود زیرا ضرایب فوریه اتابر ت لدیل فوریه گرفته شده[1]، سهم هر کدام ارتوابر سینوس و کسینوس را در هر فرکانسی نشان می‌دهند و عک ت لدیل فوریه‌فق نگاش تابر از حوزه‌فرکان به حوزه زمان را انجام می‌دهد.

۱-۴-۲ تبدیل فوریه گسسته

ت لدیل فوریه گسسته (DFT) لدیل فوریه از ی تابر را، با ی تعداد محدود ازنقا نمونه برداری شده خود تقریب می‌زند[Bra65]. فر می‌شود که‌نقا نمونه برداری شده معمولا یه به‌سیگنا در زمانهای دیگراس .DFT خصوصیاتتقری ا مشابهی به لدیل فوریه پیوسته دارد.

۱-۴-۳تبدیل فوریه با پنجره لغزان[2]

اگر $f(t)$ ی سیگنا نلتناو باشد ودر نتیجه مجموعی ارتوابر متناو سینوس و کسینوس دقیقا سیگنا را نمایش نمی دهد. می‌توان به ور ساختگی برای ایجادتناو میگنا را توسعه داد اما آن نیازمند پیوستگی اضافی[3] درنقا پایانی خواهد بود. WFT می‌توانلا لاعات حوزه زمان و فرکان

---

[1] transformed
[2] Windowed Fourier transform
[3] additional continuity

سیگنا را با هم داشته باشد. با WFT سیگنا ورودی $f(t)$، به بخش‌هایی بریده می‌شود و هر بخش م اهیم فرکانسی به ور جداگانه تحلیل می‌شود. اگر سیگنا ت ییرات تیزی داشته باشد، ما داده ورودی را به نحوی پنجره می‌کنیم که درنقا پایانی بخش ها به ر همگرا شوند. این پنجره کردن به وسیله ی تابع وزنی پنجره که اهمیت کمتری به بازه های پایانی به‌وس می‌دهد، انجام خواهد پ یرف . کاربردی از دیل فوریه با پنجرله زان، محلی‌سازی سیگنا در زمان اس [Qia96].

۱-۴-۴ تبدیل فوریه سریع

برای تقریب ی تابع با نمونه برداری و تقریب انتگرال فوریه تا دیل فوریه گسسته، نیازمند است اده از ی ماتری که درجه آن برابر با تعداد n نقطه نمونه‌برداری شده باشد، هستیم. از آنجا که ضر ی ماتری $n \times n$ به وسیله ی بردار با هزینه عملیات ریاضی از درجه n^2 انجام می‌شود و این مشکل هنگامی که تعداد نقا نمونه افزایش یابد، به سرع رو به وخام خوهد اشد. اما به هرحا اگر نمونه‌ها به وری کنواخ پخش شده باشد، ماتری فوریه می‌تواند به صورت ی ضر از تعداد کمی ماتری جداگانه، تجزیه شود ونتای حاصل برای ی بردار درعملیات ریاضی کلی از درجه $n\log n$ اس ، می‌توان به‌کار برود. بنابراین این‌رو ت دیل فوریه سری یا FFT نامیده می‌شود[Bra65].

۱-۵ مقایسه تبدیل موجک با تبدیل فوریه

۱-۵-۱ شباهت های تبدیل های موجک و فوریه

ت دیل فوریه و ت دیل موج گسسته، هر دو عملگرهایی خطی هستند که ی ساختار داده ایجاد می‌کنند که شامل $\log_2 n$ قسم باو های گوناگون[1] اس [Gra95].

خصوصیات ریاضی ماتری های موردبح در ت دیل گرفتن به خوبی شبیه به هم هستند. ماتری ت دیل معکوس برای هر دو ت دیلات DWT و FFT از ماتری اصلی ت دیل[2] شده‌اس . این نتیجه، هر

[1] various lengths
[2] transpose

دوی ایق دیلات می توانند همانند ی نگاش ازف ایقاب بف ای دیگر دیده شوند. برای FFT این حوزه جدید شامل‌تواب پایه سینوس و کسینوس‌اس و براق دیل موج این حوزه جدید شامل‌تواب پایه پیچیده تری[1] که موج مادر یا موج تحلیل‌گر نامیده می‌شوداس ش. اه دیگری که هر دو ت دیلات دارند این‌اس که‌تواب پایه در فرکان محلی‌سازی شده‌اند ابزار ریاضیش یه به ی توان (که چگونگی‌توزی توان را در و بازه فرکانسی نشان می‌دهد) و اسکالوگرام ایجاد می‌کنند که درانتخا کردن فرکان هاموحاس توزی توان آنها ر هستند.

۱-۵-۲تفاوت‌های تبدیل‌های موجک و فوریه

ت اوت عمده بین این دو ت دیل در این‌اس که‌تواب موج توان محلی‌سازی درف ا را دارا هستند ولی‌تواب پایه سینوس و کسینوس دیل فوریه این چنین نیستند. این خصیصه محلی‌سازی موج ها در فرکان تواب و عملیات زیادی را در حوزه موج تولید می‌کند. این کاهش ابعاد لاعات، ی سری کاربردهای ید نظیر فشرده‌سازی داده، تشخی خصوصیات در تصاویر ح نویز از سری‌های زمانی را در بر دارد. ی راه برای دیدن‌وضو زمان- فرکانسی بین دیل فوریه‌تو دیل موج این‌اس که بتواب پایه کف حه زمان فرکان را پوشش می دهنددق گردد[Gra95]. شکل ۱-۱ت دیل فوریه با پنجرله زان را نشان می دهد که پنجره در این جا ی پال مربعی‌اس . پنجرمو مربعی‌تاب سینوس و کسینوس را با ی پنجره با و معین بر می‌دهد، زیرا تنها از ی پنجره برای تمام فرکان ها در WFTت اده می‌شود بنابراین‌وضو در تحلیل در تمام محلی‌سازی‌ها دو حه زمان — فرکان یکسان اس .

[1] more complicated