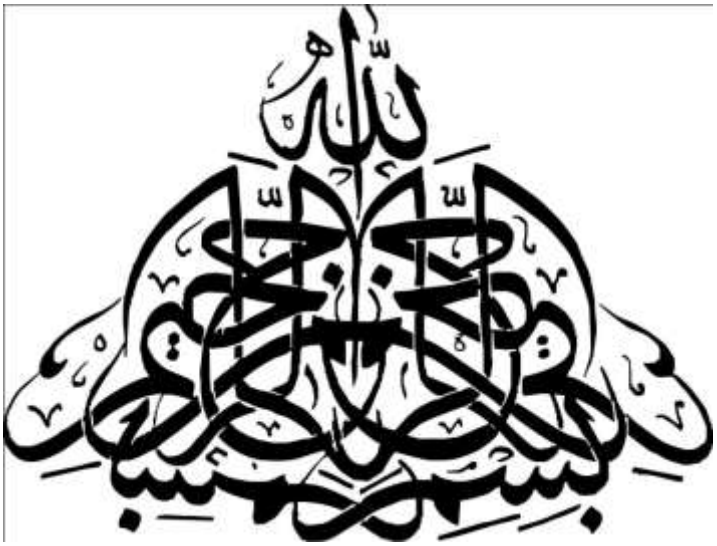
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه یزد

دانشکده فیزیک

گروه ذرات بنیادی

رساله

برای دریافت درجه دکتری فیزیک گرایش ذرات بنیادی

عنوان

محاسبه توابع توزیع پارتونی نوکلئون‌ها بر مبنای رهیافت آماری و دیدگاه‌های کوانتمی

استاد راهنما

دکتر ابوالفضل میرجلیلی

استاد مشاور

دکترمحمد مهدی یزدان پناه

پژوهش و نگارش

مجید دهقانی

خرداد ماه ۱۳۹۲

چکیده

به علت اینکه پارتونها در حجم محدود نوکلئون حبس هستند، اثرهای آماری می‌تواند نقش مهمی در توابع ساختار آنها داشته باشند. در اینجا به معرفی روشهای آماری برای تعیین توابع پارتونی درون پروتون می‌پردازیم. ابتدا فقط از نظر کیفی مدل را مورد بررسی قرار می‌دهیم تا مشخص شود که این اثرها تا چه حد تاثیر گذار هستند. چون نتایج نظری مدل آماری با داده‌های تجربی تطابق خوبی ندارد، به دو روش مدل را تصحیح می‌کنیم. در روش اول به جای کوارکهای آزاد، کوارکهای حبس شده در پتانسیل مرکزی را در نظر می‌گیریم. در این روش با در نظر گرفتن پارامتری مناسب، این پارامترها طوری تعیین می‌شوند که توابع ساختار با داده‌های تجربی تطابق داشته باشند. چون روش آماری صرفا جهت در نظر گرفتن اثرهای مختلف در توابع ساختار است و سازوکاری برای وجود آنها ارائه نمی‌کند در قسمت بعد (فصل۳) به معرفی سازوکاری برای در نظر گرفتن آثار غیر اختلالی می‌پردازیم.

در روش دوم، تصحیحات غیر اختلالی، یعنی اثرات مربوط به سالیتونها را بر روی توابع توزیع را بررسی می‌کنیم. سالیتونها در دینامیک کوانتمی رنگ، مرتبط به اثرات غیر اختلالی هستند که تعیین کننده بسیاری از خواص نوکلئون بوده و در قالب رهیافت اختلالی قابل توجیه نیست. سطح مقطع پراکندگی ناشی از سالیتونها، موضوعی است که به آن زیاد پرداخته شده است و این سهم‌ها در توابع ساختار نوکلئون خوش تعریف هستند. در اینجا آثار غیر اختلالی در تعیین توزیع کوارکها، برای تابع ساختار، $F_2^{ep}(x)$ ، در قالب مدل سالیتونی خلا QCD، در نظر گرفته می‌شود. خواهیم دید که سهم آثار غیر اختلالی در توابع ساختار می‌تواند بزرگ باشد که از جمله این آثار نقض دستگونگی و تصحیح توزیع پارتون‌ها در تقریب مربوطه می‌باشد. نشان داده می‌شود که سالیتون‌ها سهم منفی در تابع ساختار در مرتبه دوم تقریب (NLO) دارد. مقایسه آنها بین توابع ساختار پروتونی برای حالتهایی شامل آثار سالیتونی و بدون آن، انجام می‌گیرد. در نظر گرفتن اندازه سالیتون، ρ ، به واسطه ثابت جفت‌شدگی موثر تغییر یافته، تطابق خوبی بین محاسبات مرتبه NLO و $NNLO$ با داده‌های تجربی، به ویژه در مقادیر پایین متغیر بیورکن یعنی $x \langle 0.1$، بدست می‌دهد.

فهرست مطالب

مقدمه: ..... ج

فصل اول ۱

مختصات مخروط نوری و انتگرال تابعی ۱

مقدمه ۲

۱-۱ مختصات مخروط نوری ۳

۱-۲ مدل کوارک سازنده ۵

۱-۳ دستگاه مختصات اندازه حرکت بینهایت (IMF) ۶

۱-۵ فرمول بندی مخروط نوری ۹

۱-۶ مدل شوینگر ۱۰

۱-۷ انتگرال مسیر فاینمن ۱۹

۱-۷-۱ انتگرال مسیر در مکانیک کوانتمی ۱۹

۱-۷-۲ فرمیونها و انتگرال تابعی ۲۵

فصل دوم ۳۲

مدل آماری ۳۲

مقدمه ۳۳

۲-۱ رهیافت آماری ۳۴

۲-۲ وابستگی پارامترها به انرژی ۳۶

۲-۳ توابع توزیع کوارکهای دریا در مدل آماری ۳۹

۲-۴ مدل آماری با پتانسیل محدود کننده ۴۰

۲-۵ در نظر گرفتن پتانسیل خطی در یک رهیافت موثر ۴۵

فصل سوم ۴۹

سالیتونها در دینامیک کوانتمی رنگها ۴۹

مقدمه ۵۰

۳-۱ تونل زنی در دینامیک کوانتمی رنگها ۵۱

۳-۲ فرمولبندی اقلیدسی دینامیک کوانتمی رنگها ۵۹

۳-۳ ویژگیهای سالیتونهای BPST ۶۳

۳-۳-۱ بار توپولوژیک و انتگرال کنش متناهی ۶۳

۳-۳-۲ گروه $SU(2)$ ۶۶

۳-۳-۳ مقدار انتگرال کنش برای جوابهای سالیتونی ۶۹

۳-۴ شکل صریح سالیتونهای $BPST$ ۶۹

۳-۴-۱ جوابهای با $Q=1$ ۶۹

۳-۴-۲ پیمانه تکین ۷۱

۳-۴ محاسبه ضریب عامل نمایی برای سالیتونهای $BPST$ ۷۳

۳-۶ مختصات جمعی و مدهای صفر ۷۵

۳-۶-۱ مختصه جمعی ۷۶

۳-۶-۲ مدهای صفر ۷۸

۳-۶-۳ مدهای غیر صفر ۷۹

۳-۷ فرمیونها در میدان سالیتونی ۸۰

۳-۸ اثر سالیتونها برتوابع توزیع نوکلئون ۸۳

۳-۸-۱ قیدهای پارتونی ۸۶

۳-۹ توابع توزیع پروتون در مرتبههای NLO و $NNLO$: ۸۸

نتیجه گیری ۹۴

دستاوردها ۹۵

مراجع ۹۷

چکیده به زبان انگلیسی ۱۰۲

فهرست شکل‌ها

شکل (۲-۱): دما و حجم بر حسب انرژی..... ۳۷

شکل (۲-۲): پتانسیل‌های شیمیایی برای کوارکهای بالا و پایین بر حسب انرژی..... ۳۷

شکل (۲-۳): نسبت $\bar{d}/\bar{u}$ بر حسب متغیر بیورکن x ۳۸

شکل (۲-۴): نسبت $\bar{d}/\bar{u}$ بر حسب متغیر بیورکن x ۴۷

شکل (۲-۵): تفاضل $\bar{d}-\bar{u}$ بر حسب متغیر بیورکن x..... ۴۷

شکل (۳-۱): تونل زنی از سد پتانسیل..... ۵۶

شکل (۳-۲): پتانسیل متناوب..... ۵۸

شکل(۳-۳): تابع ساختار پروتون، $F_2^{eP}(x)$ ، در تقریب مرتبه LO ۸۸

شکل(۳-۴): تابع ساختار پروتون، $F_2^{eP}(x)$ ، در تقریب مرتبه NLO..... ۸۹

شکل(۳-۵): تابع ساختار پروتون، $F_2^{eP}(x)$ ، در تقریب مرتبه NLO با تابع کمکی..... ۹۱

شکل(۳-۶): تابع ساختار پروتون، $F_2^{eP}(x)$ ، در تقریب مرتبه $NNLO$ ۹۳

مقدمه

یکی از هدفهای مهم فیزیک نظری توصیف نوکلئونها (پروتون و نوترون) بر حسب اصول اولیه فیزیک یا به عبارت دیگر تعیین ساختار نوکلئونها بر حسب درجات آزادی پایه یعنی کوارک و گلوئون می‌باشد. تاکنون چنین توصیفی به طور دقیق میسر نشده و برای فهم دلیل عدم موفقیت، ابتدا روشهای توصیف نوکلئونها را شرح می دهیم و سپس اینکه مشکل فوق الذکر در کجا قرار دارد، مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

در بررسی ساختار نوکلئونها دو روش کاملاً متفاوت وجود دارد که عبارتند از :

مدل پارتونی: این روش ابتدا توسط فاینمن [۱] ابداع شد. در این روش نوکلئون از ذراتی به نام پارتون تشکیل شده است. در بررسی پارتون‌ها نیاز به مدل‌های پدیده شناختی[۱] می‌باشد.

دینامیک کوانتمی رنگ (کرومودینامیک کوانتمی[۲] QCD) : که یک نظریه میدان کوانتمی بر مبنای گروه غیر آبلی $SU(3)$ می‌باشد. بعد از پیدا شدن آزادی مجانبی[۳] این نظریه به یک نظریه میدانی مورد قبول برای نیروهای قوی هسته‌ای تبدیل شد.

ترکیب دقیق مدل پارتونی و نظریه دینامیک کوانتمی رنگ‌ها تاکنون خیلی موفقیت آمیز نبوده است. دلیل این موضوع آن است که بخش اختلالی نظریه دینامیک کوانتمی رنگ‌ها با دقت مورد توجه قرار گرفته است در حالیکه دارای اثرات غیر اختلالی در فیزیک هادرونی هستیم. از اینرو ضروری است که روشهای مناسب محاسبات غیر اختلالی مورد توجه قرار گیرد. به نظر می رسد که بهترین راه حل

---

[۱] Phenomenology
[۲] Quantum Chromodynamic
[۳] Asymptotic freedom

برای در نظر گرفتن ویژگیهای غیر اختلالی، استفاده از روش مخروط نوری[1] در دینامیک کوانتمی رنگ‌ها است. همچنین روش مخروط نوری یکی از ابزارهای مورد نیاز در مدل آماری پارتونی برای توصیف نوکلئونها می باشد. بنابراین روش مخروط نوری یکی دیگر از مباحث اصلی مورد بررسی در مدل آماری پارتونی می باشد. در این مدل، نوکلئون به عنوان مجموعه‌ای آماری از پارتونها در نظر گرفته می شود که در حال تعادل حرارتی می‌باشند. به منظور دنبال نمودن دقیق‌تر اثرات غیر اختلالی در فیزیک هادرون‌ها، اثرات سالیتونی ناشی از افت و خیزهای خلاء نیز مورد توجه قرار می‌گیرد. این اثر باعث نقض دستگونگی در پارتون‌ها و تصحیح توزیع پارتون‌ها و در نهایت تصحیح توابع ساختار نوکلئونی خواهد شد.

در این رساله ابتدا به معرفی ابزارهای ریاضی لازم برای بررسی مدل آماری پارتونی می‌پردازیم. در ادامه، این مدل را جهت استخراج توابع توزیع پارتونی مورد استفاده قرار می‌دهیم. در بررسی اولیه این مدل، پارتون‌ها بصورت آزاد در نظر گرفته می‌شوند. در مرحله بعدی با در نظر گرفتن یک پتانسیل خطی که مرتبط با اندر کنش بین کوارکی می‌باشد به تصحیح این مدل در یک رهیافت موثر می-پردازیم. در این رهیافت به نتایج قابل قبولی برای توزیع پارتون‌ها دست خواهیم یافت بدون آنکه نیاز به اعمال تصحیحات اضافه دیگر نظیر اثرات جرم پارتونی یا اثرات ناشی از شکافتگی گلئونی داشته باشیم، چنانچه در بعضی در بعضی از کارهای دیگران[۲] از این اثرات اضافی برای رسیدن به نتایج مطلوب استفاده شده است.

در ادامه به منظور اینکه اثرات غیر اختلالی به طور دقیق‌تر مورد توجه قرار گیرد به نقش سالیتون‌ها در بهبود نتایج حاصل برای توابع ساختار نوکلئونی در مرتبه دوم (NLO) و سوم $(NNLO)$ اختلالی می‌پردازیم. اثر سالیتون در بهبود نتایج در مرتبه NLO نسبت به مرتبه $NNLO$ بیشتر خواهد بود.

---

[1] Light–cone

فصل اول

مختصات مخروط نوری و انتگرال تابعی

مقدمه

بسیاری از اطلاعات در مورد ساختار نوکلئونها (پروتون و نوترون) و همچنین تحقیق اینکه نیروهای قوی هسته‌ای می‌تواند توسط نظریه میدان کوانتمی کوارکها و گلوئون توصیف شود، از طریق آزمایش برخورد کشسان و غیر کشسان یک ذره مانند الکترون با نوکلئونها بدست می‌آید. این برخوردها می‌توانند غیر نسبیتی و یا نسبیتی باشند که در بررسی مکانیک کوانتمی آنها نمی-توان به سادگی از حالت غیر نسبیتی به حالت نسبیتی رفت. دلیل این امر آن است که در حالت غیر نسبیتی تابع موج تحت تبدیلات گالیله‌ای[۱] ناوردا می‌باشد ولی در حالت نسبیتی تابع موج وابسته به دستگاه مرجع است. در حالت غیرنسبیتی، عامل‌های شکل[۲]، تبدیل فوریه توزیع‌های فضایی بار و مغناطش می‌باشند. در حالت نسبیتی این تعبیر درست نیست، زیرا توابع موج اولیه و نهایی اندازه حرکتهای متفاوتی دارند و در نتیجه تابع موج یکسانی ندارند. بنابراین تعبیر احتمال یا چگالی از آنها نمی‌توان داشت. راه حل این مشکل استفاده از دستگاه مرجع بریت[۳] می‌باشد. دستگاه مرجع بریت دستگاهی است که در آن اندازه حرکت اولیه و نهایی نوکلئون با هم برابر باشند.

مباحث ارائه شده در این فصل به این صورت است که ابتدا تاریخچه مختصری از مختصات مخروط نوری در بخش (۱-۱) را مرور کرده و سپس در بخش (۱-۲) بر مبنای مفاهیم فیزیکی توضیح داده می‌شود که چرا به دستگاه مختصات مخروط نوری نیاز داریم. هدف از انتخاب مباحث فصل اول توضیح مبانی و ابزارهای مورد نیاز در فصلهای بعد می‌باشد. یکی از ابزارهای اصلی در ساختار هادرونها دستگاه مختصات اندازه حرکت بینهایت است که در بخش (۱-۴) به آن می-پردازیم، که توضیح داده می‌شود چگونه اندازه حرکت دستگاه مختصات به سمت بینهایت میل داده شود و در حالیکه می‌توان کمیتهای فیزیکی را به صورت متناهی بدست آورد. فرمول بندی ریاضی مختصات مخروط نوری، یعنی تغییر متغیرهای مربوط و معرفی متریک، در بخش (۱-۴)

---

[۱] Galilean transformation
[۲] Form factor
[۳] Brait frame

انجام می‌شود. به عنوان مثالی که نشان دهنده مفید بودن مختصات مخروط نوری در بررسی مسائل با حالتهای مقید می‌باشد، به بررسی مدل شوینگر در بخش (۱-۵) می‌پردازیم. از دیگر ابزارهایی که در فصلهای بعد در رابطه با محاسبات سالیتونی از آن استفاده خواهد شد، انتگرال مسیر فاینمن است که در بخش (۱-۶) معرفی می‌شود. در این خصوص ابتدا برای درک بهتر، به بررسی انتگرال مسیر در مکانیک کوانتمی در بخش (۱-۵-۱) می‌پردازیم. سپس تعمیم آن به میدانهای کوانتمی را در بخش (۱-۵-۲) مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۱-۱ مختصات مخروط نوری

در اینجا ابتدا تاریخچه مختصری از کاربرد مختصات مخروط نوری در ذرات بنیادی را شرح می‌دهیم. برای اولین بار در سال (۱۹۴۹) دیراک[۳] مختصات مخروط نوری را به عنوان یکی از سه شکل دینامیک هامیلتونی پیشنهاد کرد. با توجه به اینکه هامیلتونی یا لاگرانژی سیستم باید تحت تبدیل دستگاه مختصات ناوردا باشد، به نظر می‌رسد که انواع زیادی از تبدیل های پارامتری برای دستگاه مختصات امکان پذیر است. ولی اگر تبدیلاتی که به واسطه تبدیلهای لورنتس به یکدیگر ربط دارند را کنار بگذاریم فقط سه نوع تبدیل پارامتری متفاوت برای دستگاه‌های مختصات باقی می‌ماند که یکی از آنها مختصات مخروط نوری می‌باشد. در فیزیک ذرات بنیادی مختصات مخروط نوری در نظریه میدانهای کوانتمی، هنگام توصیف مختصات در چارچوب اندازه حرکت بینهایت مجددا پدیدار گشتند. برای اولین بار مختصات اندازه حرکت بینهایت در مقاله فولران و فوبینی[۴] در ارتباط با جبر جریانها بصورت حد سیستم دستگاه مختصاتی که با سرعت نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کرد، ظاهر شد. واینبرگ [۵] با در نظر گرفتن حد اندازه حرکت بینهایت در نظریه اختلالی قدیم برای مزونهای اسکالر، نشان داد که ساختار خلا برای آنها ساده‌تر می‌شود. بعد از آن ساسکیند [۶, ۷] نشان داد بینهایت‌های مولدهای گروه پوانکاره، هنگام انتقال به دستگاه مرجع سریع را می‌توان به صورت خودسازگاری حذف کرد که نتیجه نهایی آن به صورت تغییر متغیر ظاهر می‌شود. او به زیر گروه گالیله‌ای تبدیلات پوانکاره توجه کرد و خاطر نشان ساخت که اندازه حرکت بینهایت دارای پتانسیل بالقوه در فهم مکانیک کوانتمی نسبیتی دارد. در

مرجع [۸] ساختار نظریه در مختصات اندازه حرکت بینهایت بیشتر بررسی شده است و حد اندازه حرکت بینهایت به عنوان تغییر متغیر از زمان t و مکان z دستگاه مختصات آزمایشگاهی به مختصه‌های زمان جدید $\tau=(t+z)/\sqrt{2}$ و مکان جدید $\zeta=(t-z)/\sqrt{2}$ تعبیر شد. چانگ و ما[۸] نمودارهای فاینمن را در نظریه‌ی اسکالر ϕ^3 و الکترودینامیک کوانتمی، با استفاده از این رویکرد بررسی کردند و با استفاده از مثالها و محاسبات صریح، برتری این روش را اثبات کردند. کوگات و سوپر[۹] با بررسی مبانی الکترودینامیک کوانتمی در مختصات اندازه حرکت بینهایت، این حد را به عنوان تغییر متغیر و نه به عنوان یک فرایند حد گیری، تعبیر کردند. درل و دیگران [۱۰-۱۳] از این روش به عنوان ابزاری برای فرمول‌بندی مدل کوارک-پارتون استفاده کردند.

در سال (۱۹۶۹) بیورکن با ترکیب حد انرژی بالا $(Q\to\infty)$ و اندازه حرکت بینهایت $(P\to\infty)$، ناوردایی مقیاس[۱] در توابع ساختار هادرونها در انرژیهای بالا را پیش‌بینی کرد. به فاصله کمی بعد از کشف تجربی ناوردایی مقیاس، مدل پارتونی ارائه شد، که در آن هادرون بر حسب کوارکهای سازنده توصیف می شود(یعنی اجزاء ذره‌ای). در نتیجه آن درل و یان (۱۹۷۰) ناوردایی مقیاس را در فرمول‌بندی میدانهای کوانتمی با استفاده از ویژگیهای خاص مختصات اندازه حرکت بینهایت بدست آوردند. در این بین، ارتباط بین مختصات اندازه حرکت بینهایت و مختصات مخروط نوری روشن شد.

به طور مستقل و همزمان کوانتیزه کردن به روش مخروط نوری بررسی شد[۱۴] و سودمندی آن در تعریف تابع موج کوارک و ارائه تعریفی غیر مبهم از مدل کوارک-پارتون به اثبات رسید. پیشرفتهای بعدی با استفاده از مختصات اندازه حرکت بینهایت نشان داد که این نام مناسب نیست زیرا اندازه حرکت کل متناهی می‌باشد و مخروط نوری وابسته به دستگاه مرجع خاصی نیست، به عبارتی مستقل از دستگاه مرجع و هموردا می‌باشد. کوانتیزه کردن به روش مخروط نوری مناسبت‌تر به نظر می‌رسید. کَشر[۱۵] اولین هامیلتونی مخروط نوری را در نظریه پیمانه‌ای غیر آبلی ساخت و نکات مهمی را در رابطه با کوانتیزه کردن در مخروط نوری خاطر نشان کرد. چانگ و دیگران [۱۶, ۱۷] معادل بودن کوانتیزه کردن در مخروط نوری و روش استاندارد همووردای فاینمن

[۱] Scale invariance

را ثابت کردند. برودسکی و دیگران[۱۸] تصحیحات تابشی یک حلقه‌ای را محاسبه کرده و نشان دادند که بهنجارپذیر می‌باشد. در همه کارهای انجام شده به مقاله دیراک ارجاع داده نشد. پیدایش مجدد روش هامیلتونی دیراک در کار پائولی و برودسکی [۱۹, ۲۰] انجام گردید بطوریکه ماتریس عملگر هامیلتونی در مختصات مخروط نوری، به روش کوانتیزه کردن منقطع مخروط نوری[۱]، قطری خواهد بود.

قبل از اینکه به بحث راجع به سایر دستگاه مختصات وارد شویم، اجازه دهید مروری بر مدل کوارک سازنده داشته باشیم. بررسی این مدل ضرورت استفاده از چارچوب اندازه حرکت بینهایت را مشخص خواهد نمود.

۱-۲ مدل کوارک سازنده

همان گونه که قبلا اشاره شد نظریه دینامیک کوانتمی رنگ بر مبنای محاسبات اختلالی می‌باشد و در آن کوارکها بدون جرم (یا تقریبا بدون جرم) در نظر گرفته می‌شوند. این نظریه اختلالی در انرژیهای کم (یا فاصله زیاد در حد شعاع نوکلئون) کارایی ندارد. مدل کوارک سازنده مدل ساده‌ای است که برای توصیف نوکلئون در انرژیهای پایین به کار می‌رود. کوارک سازنده به معنی کوارک جرم‌دار می‌باشد، بر خلاف کوارکهای d,u و s در لاگرانژی دینامیک کوانتمی رنگ-ها که بدون جرم هستند. مدل کوارک سازنده قبل از نظریه کوانتمی رنگ ارائه شد و مطابق این مدل هادرونها حالتهای مقید چند کوارک (تعداد کم) می‌باشند. در این مدل مثلا جرم کوارکهای بالا و پایین به سادگی برابر میانگین نصف جرم مزونهای غیر شگفت[۲] و در حدود $300MeV$، در نظر گرفته می‌شود. در این مدل خلا بدیهی فرض شده و حبس شدگی به وسیله یک پتانسیل (به طور دستی) در مسئله وارد می‌شود. مشکل مدل کوارکهای سازنده این است که هیچ توضیحی در مورد شکست تقارن دستگونگی ندارد. در مدل کوارکهای سازنده مزونها از دو کوارک و باریونها از سه کوارک سازنده تشکیل شده‌اند. تطابق خوبی بین مدل کوارکهای سازنده و داده‌های

[۱] Discretized light-con quantization
[۲] Non strange

آزمایشگاهی وجود دارد ولی توضیح مدل کوارک سازنده بر حسب نظریه میدان کوانتمی رنگ تاکنون کاملا موفق نبوده است. در بخشهای بعد به معرفی ابزار لازم در رسیدن جهت توصیف مدل کوارک سازنده بر حسب نظریه میدان کوانتمی رنگ، می‌پردازیم.

۱-۳ دستگاه مختصات اندازه حرکت بینهایت (IMF)

در بررسی توابع توزیع مربوط به هادرونها نیاز داریم به اینکه در یک لحظه از زمان توزیع پارتونها درون نوکلئون را مشخص کنیم. انجام این کار در صورتی امکان پذیر است که زمان لازم برای برهمکنش با پارتونها در مقایسه با حرکت آنها در نوکلئون کوتاه باشد.

در شاخه های دیگر فیزیک وقتی که مثلا نیاز به تعیین ساختار شبکه کریستال یا یک مولکول توسط پراش اشعه X می شود، چون زمان گذار نور از سیستم در مقایسه با مقیاس زمانی حرکت داخلی سیستم، خیلی کوچکتر است_تعیین ساختار با این روش امکان پذیر می‌باشد.

ولی در فیزیک هادرونی زمان گذار نور از سیستم قابل مقایسه با زمان حرکت داخلی پارتونهای درون نوکلئون است و بنابراین تصویر لحظه ای سیستم واضح نیست. راه حل این مشکل این است که هادرون در دستگاه مختصاتی بررسی شود که با سرعتی نزدیک به سرعت نور حرکت کند، زیرا در چنین دستگاهی در نظر گرفتن اتساع زمانی ناشی از نظریه نسبیت خاص انیشتین، حرکت داخلی پارتونها را به دلخواه کند می‌کند.

در اینجا دو دستگاه مختصات در نظر می‌گیریم که یکی دستگاه مختصات معمولی و دیگری دستگاه مختصاتی که با سرعت نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کند. با بررسی تبدیلات لورنتس بین این دو دستگاه مختصات، ارتباط بین چار بردار فضا زمان و چار بردار اندازه حرکت را پیدا می‌کنیم. چاربردار فضا-زمان در دستگاه مختصات معمولی را با (x',y',z',t')و چاربردار اندازه حرکت را با (k'_x,k'_y,k'_z,k'_t) نشان می‌دهیم. برای دستگاه مختصات دوم با سرعت نزدیک به سرعت نور چاربردار فضا-زمان را با (x,y,z,t) و چاربردار اندازه حرکت آن با (k_x,k_y,k_z,k_t)نمایش داده می‌شود. چنانچه جهت حرکت دستگاه دوم نسبت به دستگاه اول در جهت منفی z باشد، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} x &= x' \quad , \quad y = y' \\ z &= z'\cosh\omega + t'\sinh\omega \\ t &= t'\cosh\omega + z'\sinh\omega \end{aligned} \qquad (۱-۱)$$

و به همین صورت برای مؤلفه‌های چاربردار اندازه حرکت، داریم :

$$\begin{aligned} k_x &= k'_x \quad , \quad k_y = k'_y \\ k_z &= k'_z\cosh\omega + k'_t\sinh\omega \\ k_t &= k'_t\cosh\omega + k'_z\sinh\omega \end{aligned} \qquad (۲-۱)$$

که ω زاویه بین محور زمان دستگاه مختصات معمولی و دستگاه مختصات با اندازه حرکت بینهایت است. اگر سرعت نسبی را تقریبا بسیار نزدیک به سرعت نور در نظر بگیریم و $\omega \to \infty$، در نتیجه می‌توان از تقریب: $\cosh\omega \cong \sinh\omega \cong 1/2\, e^{\omega}$، استفاده کرد. در این صورت روابط (۱-۱) و (۱-۲) به صورت زیر در می‌آیند :

$$\begin{aligned} x &= x' \quad , \quad y = y' \\ z &= \frac{1}{2}\left(z' + t'\right)e^{\omega} \\ t &= \frac{1}{2}\left(z' + t'\right)e^{\omega} \end{aligned} \qquad (۳-۱)$$

$$\begin{aligned} k_x &= k'_x \quad , \quad k_y = k'_y \\ k_z &= \frac{1}{2}\left(k'_z + k'_t\right)e^{\omega} \\ k_t &= \frac{1}{2}\left(k'_z + k'_t\right)e^{\omega} \end{aligned} \qquad (۴-۱)$$

توجه داشته باشید که صفحه $t = 0$، در چارچوب (IMF) در دستگاه مختصات معمولی به صورت $z' + t' = 0$ است، که صفحه مماس بر مخروط نوری می‌شود.

وقتی که حد $\omega \to \infty$ را اعمال کنیم متغیرهای سینماتیکی بینهایت می‌شوند. برای اجتناب از این بینهایت، با تغییر مقیاس کمیتها، مثلا به جای k_z کمیت "کسر طولی اندازه حرکت" به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\eta = \sqrt{2}k_z e^{-\omega} = \frac{1}{2}\left(k'_z + k'_t\right)\sqrt{2} \qquad (۵-۱)$$

حرکت در جهت عرضی همچنان با k_x و k_y توصیف می‌شود که با حرف بزرگ $\vec{K}$ نشان داده خواهند شد. بنابراین حالت حرکتی ذره به وسیله عدد η و دومولفه برداری عرضی $\vec{K}$ نشان داده خواهد شد.

کت حالت برای تعداد زیادی از ذرات آزاد به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$\left|\eta_1 K_1, \eta_2 K_2, ..., \eta_n K_n\right\rangle \qquad (۶-۱)$$

اکنون هامیلتونی را برای چارچوب (IMF) بدست می‌آوریم. تحول زمانی سیستم به وسیله انرژی کل ذرات صورت می‌گیرد که برای سیستم ذرات آزاد به صورت:

$$\begin{aligned} E &= \sum_{i=1}^{n}\sqrt{\left(k_i\right)^2 + m_i^2} = \sum_i \sqrt{\frac{1}{2}\eta_i^2 e^{2\omega} + K_i^2 + m_i^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}e^{\omega}\sum_i \eta_i + e^{\omega}\sum_i \frac{K_i^2 + m_i^2}{\sqrt{2}\eta_i} \end{aligned} \qquad (۷-۱)$$

که در عبارت بالا جمله $(1/2)\sqrt{2}e^{\omega}\sum\eta_i$ مؤلفه z کل اندازه‌حرکت سیستم ذرات می‌باشد، و وقتی که حرکت درونی ذرات سیستم مد نظر باشد، این جمله حذف می‌شود. از این رو معادله شرودینگر به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$i\left(\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\right)\left|\psi\right\rangle = \left(E - P_z\right)\left|\psi\right\rangle \qquad (۸-۱)$$

که این معادله مربوط به انتشار بردار حالت درجهت شبه نوری[1] می‌باشد. هامیلتونی مؤثر که مربوط به حرکت عرضی و نسبی می باشد عبارت است از:

$$(E-p_z)=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i^2+m_i^2}{\sqrt{2}\eta_i}e^{-\omega} \qquad (۹-۱)$$

وجود ضریب e^{ω} در عبارت مربوط به $(E-p_z)$ ، ناشی از تاخیر زمانی نسبیتی است. با میل دادن $\omega\to\infty$، حرکت ذرات کند می‌شود، و برای بررسی تحول سیستم دینامیکی باید واحد زمان را به واحد زمان تآخیری τ، به شکل زیر تغییر دهیم:

$$\tau=\sqrt{2}e^{-\omega}t=\frac{1}{2}(t'+z')\sqrt{2} \qquad (۱۰-۱)$$

تغییری به همین صورت در انرژی، به هامیلتونی مؤثر زیر منجر می‌شود:

$$H=\sum_{i=1}^{n}\frac{k_i^2+m_i^2}{2\eta_i}=i\frac{\partial}{\partial\tau} \qquad (۱۱-۱)$$

که عامل حرکت نسبی و عرضی سیستم ذرات می‌باشد.

۱-۵ فرمول بندی مخروط نوری

ارتباط بین مختصات مخروط نوری و مختصات فضا-زمان معمولی به صورت زیر است:

$$\begin{pmatrix}x^+\\x^-\end{pmatrix}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1&-1\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x^0\\x^3\end{pmatrix} \qquad (۱۲-۱)$$

که این تعریف متریک را به صورت زیر تغییر می دهد:

$$g_{\alpha\beta}=\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix} \qquad (۱۳-۱)$$

[1] Light-like

در این متریک α و β نشان دهنده $(-,+)$ ، و مختصات عرضی با نماد i و j ،نشان داده می‌شود به طوری که مقادیر عددی ۱و۲ را بخود می‌گیرد:

$$\vec{x}_{\perp} = \left(x^1, x^2\right) \qquad (۱۴-۱)$$

با این قرارداد انتگرال حجم به صورت زیر نمایش داده خواهد شد:

$$\int d\omega = \int dx^- \; dx_{\perp}^2 = \int dx_+ \; dx_{\perp}^2$$

در این صورت مشتق زمان-گونه برابر: $\partial_+ = \partial^-$، $\left(\partial/\partial x^+ = \partial/\partial x^-\right)$، و مشتق فضا-گونه برابر: $\partial_- = \partial^+$خواهد شد، در نتیجه برای هامیلتونی داریم: $P_+ = P^-$ که انتشار آن در جهت زمان مخروط-نوری، x^+ می‌باشد. به همین صورت داریم: $P_- = P^+$ که معرف اندازه حرکت طولی فضا-گونه می‌باشد.

اکنون به عنوان مثالی که سودمندی فرمول بندی مخروط نوری در بررسی مسائل دارای حالت مقید را نشان می‌دهد، معادله شوینگر در دو بعد توضیح داده می‌شود. این مدل بصورت کامل و تحلیلی حل شده است، ولی در اینجا بدون نیاز به حل کامل آن، تابع موج حالت مقید در مختصات مخروط نوری مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۱-۶ مدل شوینگر

مدل اولیه شوینگر در الکترودینامیک کوانتمی[۱]، در ۱+۱ بعد با فرمیونهای بدون جرم است. ذرات باردار به خاطر برهمکنش خطی کولمبی، حبس هستند و تنها ذرات فیزیکی این مدل ذرات اسکالر جرم‌دار بدون خودبرهمکنشی می‌باشند.

فضای فیزیکی حالتها کاملاً به دستگاه مختصات و پیمانه بستگی دارد و فقط در مختصات مخروط نوری، تصویری ذره‌ای و ساده بدست می‌آید [۲۱] . نتایج مشابهی در دینامیک کوانتمی

[۱] QED

رنگ‌ها[1] در ۱+۱ بعد به دست می‌آید[۲۲, ۲۳]. مدل جرم‌دار شوینگر، تعمیم یافته مدل بدون جرم است که در آن به فرمیون جرم خالصی[2] [۲۴] نسبت داده می شود . مدل جرم‌دار به صورت تحلیلی قابل حل نیست، ولی از نظر پدیده شناختی ساختار غنی‌تری نسبت به مدل بدون جرم دارد.

مدل شوینگر در دستگاه مختصات مخروط نوری برای اولین بار توسط برکنوف [۲۱] مورد مطالعه قرار گرفت. برای بررسی مسئله در اینجا از خلا (حالت پایه) صرف نظر می شود و فرض این است که همه حالتهای برانگیخته می توانند بدون در نظر گرفتن خلا بررسی شوند. کسانی هستند که موافق این روش نیستند، ولی تاکنون نشان داده نشده است که خلا بر حالتهای دارای اندازه حرکت تاثیر مستقیم دارد. باید توجه داشت که این مدل ۱+۱ بعدی، ویژگیهای خاصی دارد که نمی‌توان آنها را برای دینامیک کوانتمی رنگ‌ها در ۳+۱ بعد به کار برد. دلیل مطرح کردن مدل جرم‌دار شوینگر در اینجا توضیح مبانی میدان کوانتمی در مختصات مخروط نوری است. برکنوف نشان داد که بوزونهای فیزیکی در مدل شوینگر بدون جرم در مختصات مخروط نوری و در پیمانه مخروط نوری، حالتهای خالص الکترون - پوزیترون هستند. این نتیجه در سیستمی با بستگی قوی و با ذرات بدون جرم خالص، قابل توجه است و می تواند نشان دهد که به چه صورت در QCD تصویر کوارکهای سازنده[3] بدست می‌آید. جفت الکترون – پوزیترون به وسیله پتانسیل خطی کولمبی حبس می‌شوند. در حالت حدی بدون جرم، انرژی جنبشی صفر می شود و انرژی پتانسیل به وسیله تابع موجی که در فضای اندازه حرکت تخت است، کمینه می‌شود. همان طور که انتظار می‌رود حالت به وجود آمده در یک پتانسیل خطی تا آنجا که ممکن است در فضای مکان جایگزیده است. در این مدل لاگرانژی به صورت :

$$L = \bar{\psi}\left(i\partial\!\!\!/ - m\right)\psi - e\bar{\psi}\gamma_\mu\psi A^\mu - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \qquad (۱۵-۱)$$

[1] QCD
[2] Bare
[3] Constituent