**دانشگاه شهید چمران اهواز**

دانشکدهٔ علوم

شماره پایان نامه :

پایان نامهٔ دکتری فیزیک

گرایش بنیادی

**عنوان :**

# فشردگی و درهم‌تنیدگی اسپینی و ارتباط آن‌ها

**استاد راهنما:**

**دکتر مجتبی جعفرپور**

**نگارنده :**

**آزیتا ناجی**

آبان‌ماه سال ۱۳۹۲

**باسمه تعالی**

**دانشگاه شهید چمران اهواز**

دانشکدهٔ علوم

**(نتیجه ارزشیابی پایان نامهٔ دکتری)**

**پایان نامهٔ خانم** آزیتا ناجی **دانشجوی رشته: فیزیک گرایش: بنیادی**

**دانشکدهٔ** علوم **به شماره دانشجویی ۸۶۲۵۵۰۱**

## با عنوان :

# فشردگی و درهم‌تنیدگی اسپینی و ارتباط آن‌ها

**جهت اخذ مدرک :** دکتری **در تاریخ :** ۹۲/۸/۱۸ **توسط هیأت داوران مورد ارزشیابی قرار گرفت و با درجهٔ عالی تصویب گردید.**

| | **رتبه علمی** | **امضاء** |
|---|---|---|
| ۱. **اعضا ی هیأت داوران :** | | |
| **استاد راهنما:** دکتر مجتبی جعفرپور | استاد | ........... |
| **استاد داور :** دکتر محمد مهدی گلشن | دانشیار | ........... |
| **استاد داور :** دکتر سیامک خادمی | استادیار | ............ |
| **استاد داور :** دکتر حمدالله صالحی | دانشیار | ............ |
| **استاد داور :** دکتر داوود افشار | استادیار | ............ |
| **نماینده تحصیلات تکمیلی :** دکتر مرتضی زرگر شوشتری | استاد | ............ |
| ۲. **مدیرگروه :** دکتر منصور فربد | دانشیار | ............ |
| ۳. **معاون پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده :** دکتر ناهید پوررضا | استاد | ............ |
| ۴. **مدیر تحصیلات تکمیلی دانشگاه :** دکتر مسعود قربانپور | استاد | ............ |

## چکیده

| | | |
|---|---|---|
| نام خانوادگی : ناجی | نام: آزیتا | شماره دانشجویی : ۸۶۲۵۵۰۱ |
| عنوان پایان نامه : **فشردگی و درهم‌تنیدگی اسپینی و ارتباط آن‌ها** | | |
| استاد راهنما: دکتر مجتبی جعفرپور | | |
| درجه تحصیلی: دکتری | رشته: فیزیک | گرایش: بنیادی |
| دانشگاه : شهید چمران اهواز | دانشکده: علوم | گروه : فیزیک |
| تاریخ فارغ التحصیلی : ۱۳۹۲ | | تعداد صفحه: ۱۷٤ |
| کلید واژه ها : فشردگی اسپینی، درهم‌تنیدگی، سیستم‌های اسپینی | | |


### چکیده

در این پایان نامه ابتدا مفاهیم اساسی فشردگی اسپینی و درهم‌تنیدگی، برخی پارامترهای فشردگی اسپینی و معیارهای درهم‌تنیدگی معرفی شده و سپس نحوهٔ تولید فشردگی و درهم‌تنیدگی و ارتباط آن‌ها در سیستم‌های مختلف، شامل زنجیره‌های اسپینی، سیستم‌های چند کیوتریتی و حالت‌های همدوس اسپینی غیرخطی بررسی شده است. خلاصه‌ای از پژوهش‌های انجام شده به شرح زیر است:

۱- فشردگی اسپینی گرمایی و درهم‌تنیدگی گرمایی عام در زنجیرهٔ اسپینی هایزنبرگ ناهمسان‌گرد، در حضور میدان مغناطیسی و برهم‌کنش دژیالوشینسکی–موریا، مطالعه و یک رابطهٔ نامساوی بین پارامتر فشردگی و کانکرنس عام برقرار شده است، که در موارد خاص به یک تساوی تبدیل می‌شود.

۲- تولید فشردگی و درهم‌تنیدگی اسپینی، تحت تأثیر هامیلتونی پیچش دو محوری، در حضور و غیاب میدان مغناطیسی در سیستم‌های چند کیوتریتی با استفاده از پارامترهای فشردگی کیتاگاوا و واینلند مطالعه شده است. مشاهده می‌شود، که یک سیستم چند کیوتریتی که ابتدا در حالت همدوس اسپینی قرار دارد و بنابراین نه فشرده و نه درهم‌تنیده است، تحت تأثیر هامیلتونی یاد شده، فشرده و درهم‌تنیده می‌شود و هر دو پدیده، تابع نوسانی از زمان هستند. هم‌چنین دیده می‌شود که میدان مغناطیسی فشردگی و درهم‌تنیدگی اسپینی را تضعیف می‌کند.

۳- فشردگی و درهم‌تنیدگی اسپینی در برهم‌نهی حالت‌های همدوس اسپینی غیرخطی، بررسی شده و تأثیر پارامتر همدوسی، ضریب برهم‌نهش و تعداد کیوبیت‌ها بر فشردگی و درهم‌تنیدگی، به شیوهٔ تحلیلی و عددی مطالعه شده است. مشاهده می‌شود که حالت‌های برهم‌نهی شدهٔ همدوس اسپینی غیرخطی زوج، فشردگی اسپینی و درهم‌تنیدگی بیشینه دارند، درحالی‌که حالت‌های برهم‌نهی شدهٔ همدوس اسپینی غیرخطی فرد، اصلاً فشرده نبوده، اما درهم‌تنیده‌اند.

# فهرست مطالب

## فهرست شکل‌ها

# پیشگفتار

## پیشگفتار

فشردگی اسپینی برای اولین بار در سال ۱۹۸۵/۱۳٦٤ توسط ودوکیویچ[1] در تشابه با حالت‌های بوزونی مطرح گردید [۱-٤]؛ او پارامتر فشردگی اولیه‌ای را بر اساس اصل عدم یقین هایزنبرگ تعریف کرد، که به‌دلیل کاستی‌های موجود در آن، بعداً کنار گذاشته شد. پس از آن در سال ۱۹۹۳/۱۳۷۲ مفهوم حالت‌های فشردهٔ اسپینی و اصول تولید آن‌ها به طور دقیق‌تر توسط کیتاگاوا[2] و یودا[3] مورد بحث قرار گرفت [۵]. آن‌ها پارامتری را براساس تعریف فشردگی اسپینی و همبستگی بین اسپین‌های اولیه معرفی کردند. سپس در سال‌های ۱۹۹٤/۱۳۷۳ تا ۱۹۹٦/۱۳۷٤ حالت‌های فشردهٔ اسپینی توسط واینلند[4] و همکاران برای بهبود اندازه‌گیری نوفه در طیف‌سنجی‌های دقیق مورد مطالعه قرار گرفتند [٦-۷]. آن‌ها پارامتر فشردگی دیگری، معروف به پارامتر فشردگی واینلند را برای تعیین حساسیت چرخش یک حالت تکانهٔ زاویه‌ای در آزمایش‌های تداخل سنجی و طیف سنجی معرفی کردند. کاربرد حالت‌های فشردهٔ اسپینی در اندازه‌گیری‌های دقیق، تداخل سنجی و ساعت‌های اتمی، موجب افزایش اهمیت مطالعهٔ چگونگی تولید و تعریف پارامترهای متنوعی برای ارزیابی فشردگی اسپینی گردید [۷-۳٤].

ارتباط فشردگی اسپینی و درهم‌تنیدگی توسط سورنسون[5] و همکاران در سال ۱۹۹۹/۱۳۷۷ مطرح شد [۲۷]. استفاده از فشردگی اسپینی برای تعیین شدت درهم‌تنیدگی در سیستم‌های بس‌ذره‌ای، که در سال ۲۰۰۱/۱۳۷۹ انجام شد، توجه زیادی را به خود جلب کرد [۸]. هم‌چنین پارامترهای فشردگی دیگری از جمله پارامتر فشردگی سورنسون برای تعیین درهم‌تنیدگی معرفی

[1] K. Wodkiewicz
[2] M. Kitagawa
[3] M. Ueda
[4] D. J. Wineland
[5] A. Sorenson

گردیدند [۸-۱۲]. از سوئی نشان داده شد که فشردگی اسپینی بر درهم‌تنیدگی دوجزئی در برخی سیستم‌ها، از جمله سیستم‌های متقارن چند کیوبیتی، دلالت دارد [۱۲]. مشاهدهٔ رابطهٔ نزدیک بین درهم‌تنیدگی و فشردگی اسپینی، باعث افزایش اهمیت مطالعهٔ بیشتر فشردگی اسپینی گردید.

در این پایان‌نامه نحوهٔ ارتباط فشردگی اسپینی با درهم‌تنیدگی، شامل درهم‌تنیدگی عام در زنجیره‌های اسپینی، نحوهٔ تولید فشردگی اسپینی و درهم‌تنیدگی در سیستم‌های چند کیوتریتی و هم‌چنین برهم‌نهی حالت‌های همدوس اسپینی غیرخطی، مطالعه شده است.

در فصل اول حالت‌های اسپینی از جمله کیوبیت‌ها، حالت‌های همدوس اسپینی و برخی ویژگی‌های آن‌ها را توضیح داده‌ایم. ادامهٔ فصل به تعریف فشردگی اسپینی و معرفی برخی از پارامترهای آن اختصاص یافته است.

در فصل دوم پس ازبحثی ریاضی، مفهوم درهم‌تنیدگی تشریح و پس از آن به معرفی برخی معیارهای درهم‌تنیدگی از جمله کانکرنس و منفیت پرداخته‌ایم. در پایان این فصل، نحوهٔ ارتباط فشردگی با درهم‌تنیدگی چند جزئی و درهم‌تنیدگی دو جزئی، در دو بخش مجزا بررسی شده است.

در فصل سوم روش‌های تولید حالت‌های فشردهٔ اسپینی شامل استفاده از هامیلتونی‌های پیچش تک محوری و دو محوری، مدل آیزینگ[1] و برهم‌نهی حالت‌های همدوس اسپینی مطالعه و در هر مورد پارامتر فشردگی اسپینی محاسبه گردیده است.

در فصل چهارم پس از معرفی درهم‌تنیدگی گرمایی، به محاسبهٔ فشردگی اسپینی گرمایی برای هامیلتونی هایزنبرگ در حضور میدان مغناطیسی و برهم‌کنش دژیالوشینسکی-موریا پرداخته شده

---

[1] Ising model

است. در این فصل با محاسبهٔ ماتریس چگالی کاهش یافته، کانکرنس را محاسبه کرده، سپس یک رابطهٔ نامساوی بین درهم‌تنیدگی عام و فشردگی اسپینی به‌دست آمده است. در پایان نتایج به‌دست آمده برای مدل آیزینگ و سیستم دو کیوبیتی به طور تحلیلی و برای سیستم‌های سه و چهار کیوبیتی، به طور عددی مطالعه گردیده است.

در فصل پنجم تولید فشردگی و درهم‌تنیدگی با کاربرد هامیلتونی پیچش دو محوری و در حضور میدان مغناطیسی در یک سیستم چند کیوتریتی بررسی شده است. در بخش فشردگی، ویژگی‌های پارامترهای فشردگی کیتاگاوا و یودا و پارامتر فشردگی واینلند مقایسه شده و خواص فشردگی از طریق رسم نمودار مورد بحث قرار گرفته است. در بخش درهم‌تنیدگی با محاسبهٔ ماتریس چگالی کاهش یافته تابع تحلیلی منفیت را برای سیستم‌های دو کیوتریتی محاسبه کرده و برای سیستم‌های با ابعاد بیشتر به رسم نمودار بسنده شده است.

در فصل ششم برهم‌نهی حالت‌های همدوس اسپینی غیرخطی متشکل از $N$ کیوبیت مورد تحقیق قرار گرفته است. در این فصل با محاسبهٔ مقادیر چشم‌داشتی برای برهم‌نهی کلی حالت‌های همدوس اسپینی غیرخطی، به محاسبهٔ پارامتر فشردگی سورنسون و بررسی ویژگی‌های آن‌ها از طریق رسم نمودارهای دو و سه بعدی پرداخته شده است. در ادامه با محاسبهٔ مستقیم ماتریس چگالی کاهش یافته در سیستم سه کیوتریتی، خواص درهم‌تنیدگی سیستم در قالب رسم نمودار تشریح گردیده است. قابل ذکر است که بخش‌هایی از فصل ششم به طور مشترک با خانم فاطمه سماک، دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه شهید چمران اهواز، انجام شده است.

در پایان نتیجه‌گیری، مراجع و پیشنهاداتی جهت ادامهٔ کار آورده شده است.

# فصل اول

# معرفی حالت‌های اسپینی

# و فشردگی آن‌ها

## ١-١ مقدمه

تعاریف متنوعی از فشردگی اسپینی و پارامترهای مختلفی برای اندازه‌گیری آن در مقالات مطرح شده است [١-١٢]. در ابتدا در تشابه با حالت‌های بوزونی، فشردگی اسپینی برای حالت‌های اسپینی تعریف شد که براساس آن حالت‌های همدوس اسپینی برخلاف انتظار فشرده می‌شدند، بنابراین آن تعریف کنار گذاشته شد. پس از آن به‌دنبال تحقیقات کیتاگاوا و یودا[١] تعریف دیگری برای فشردگی حالت‌های اسپینی معرفی گردید [١-٥].

این روابط برای سیستم‌های شامل $N$ اسپین $\frac{1}{2}$ یا به عبارتی $N$ کیوبیت به‌دست آمده بودند؛ که برای برخی کاربردهای فشردگی اسپینی مانند طیف سنجی اتمی مفید نبودند. بنابراین پارامتر جدیدی براساس کارهای واینلند[٢] و دیگران برای بهبود حساسیت تداخل سنج ماخ-زندر[٣] معرفی گردید [٦-٧].

با روشن شدن اهمیت برخی همبستگی‌های کوآنتومی، یعنی درهم‌تنیدگی در نظریهٔ اطلاعات کوآنتومی، در سال‌های اخیر پارامتر دقیق‌تری برای فشردگی اسپینی در ارتباط با همبستگی‌های کوآنتومی، توسط سورنسون[٤] و دیگران ارائه شد که سبب اهمیت بیشتر فشردگی اسپینی گردید. از آن پس تحقیقات در جهت استفاده از پارامتر فشردگی اسپینی برای آشکارسازی درهم‌تنیدگی در سیستم‌های مختلف انجام شده است [٨-١٢].

---

[1] M. Kitagawa and M. Ueda
[2] D. J. Wineland
[3] Mach-Zehnder
[4] A. Sorenson

در این فصل ابتدا به تعریف کیوبیت و حالت‌های همدوس اسپینی پرداخته و در ادامه چند پارامتر فشردگی اسپینی را معرفی می‌کنیم.

### ۱-۲ کیوبیت

کیوبیت یک ویژگی خاص نظریهٔ اطلاعات کوآنتومی است که اطلاعات و محاسبات کوآنتومی بر اساس آن بنا می‌شود، همان گونه که بیت یک مفهوم اصلی از اطلاعات و محاسبات کلاسیکی است.

اختلاف بین بیت و کیوبیت در این است که یک بیت کلاسیکی فقط حالت $0$ یا $1$ دارد در صورتی که حالت یک کیوبیت که با نماد $|\ \rangle$ در نمایش دیراک نشان داده می‌شود، می‌تواند $|0\rangle$ یا $|1\rangle$ یا ترکیب خطی از این دو حالت باشد. این برهم‌نهی را به شکل زیر می‌توان نوشت [۱۳]:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \tag{۱-۱}$$

که در آن $\alpha$ و $\beta$ اعداد مختلط اند. در اطلاعات کلاسیک می‌توان با دقت تعیین کرد که یک بیت در حالت $0$ یا $1$ است. اما در اطلاعات کوآنتومی نمی‌توانیم حالت یک کیوبیت را با دقت تعیین کنیم، بلکه وقتی‌که یک کیوبیت را اندازه می‌گیریم با احتمال $|\alpha|^2$ در حالت $|0\rangle$ یا با احتمال $|\beta|^2$ در حالت $|1\rangle$ خواهد بود، به‌طوری‌که $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$ است. در نتیجه حالت یک کیوبیت یک بردار واحد در فضای مختلط برداری دوبعدی است. حالت‌های خاص $|0\rangle$ و $|1\rangle$ پایه‌های راست هنجار در این فضای برداری را تشکیل می‌دهند.

تعبیر هندسی نیز برای کیوبیت‌ها به شکل زیر وجود دارد. برای این منظور، ابتدا معادلهٔ (۱-۱) را به صورت زیر باز نویسی می‌کنیم.