



دانشگاه الزهرا (س)
دانشکده علوم اجتماعی و اقتصادی

پایان نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته علوم اقتصادی

عنوان:

محاسبه ارزش در معرض خطر به روش پارامتریک و ناپارامتریک برای یک بانک نمونه

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر حسین راغفر

استاد مشاور:

سرکار خانم لادن نونژاد

نام دانشجو:

راحله رحیمیان گل خدانی

شهریور ماه ۱۳۹۰

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تمامی دستاوردهای این تحقیق به دانشگاه الزهرا (س) تعلق دارد.

تقديم به:

.....

شکر و قدردانی

ابتدا از خداوند به خاطر تمام نعمت های بی کرانش سپاسگزارم. سپس از دکتر حسین راغفر برای تمام راهنمایی های ایشان جهت انجام این پایان نامه تشکر می کنم. ایشان علاوه بر زیبایی مباحث اقتصادی، زیبایی انسان بودن به معنای واقعی و زندگی بر پایه اخلاق را به من نشان دادند. از ایشان که در تمامی مشکلات درسی و زندگی حامی و پشتیبان من بودند قدردانی می کنم. از تمام اعضای خانواده ام به خصوص پدر و مادر عزیزم که عاشقانه و با صبر و حوصله من را در این راه همراهی کردند بی نهایت سپاسگزارم. از خانم کبری سنگری مهذب که از شروع پایان نامه توانستم از راهنمایی های ایشان استفاده کنم متشکرم.

از آقای زانیار احمدی که در هرچه بهتر شدن این پایان نامه به من کمک کردند قدردانی می کنم. در پایان از تمامی دوستانم که همیشه و در همه جا در کنارم بودند تشکر می کنم. به امید جبران زحمات تمام عزیزانم...

همیشه رفتن رسیدن نیست...

اما برای رسیدن باید رفت...

درین بست هم راه آسمان باز است...

پرواز را یاد آموز...

چکیده

ریسک یکی از پدیده های فراگیر حیات بشر و به ویژه بازار های سرمایه است که رفتار سرمایه-گذاران در این بازار ها را تحت تأثیر قرار می دهد. از این رو در بسیاری از تصمیم گیری های مالی شناخت ریسک های موجود و مدیریت آن، و بر این اساس محاسبه پاداش انتظاری در مقابل ریسک های تحمیل شده و استفاده بهینه از فرصت ها از اهمیت اساسی در تصمیم گیری ها برخوردار هستند. ریسکی که متوجه بازارها هستند، سطوح قیمت ها و نرخ های بازار مالی، ارزش اوراق بهادار یا سبد دارایی را متأثر می سازند.

یکی از روش های رایج برای اندازه گیری مخاطره بازار، رویکرد ارزش در معرض خطر است که در سال های اخیر مورد توجه و استفاده گسترده نهادهای مالی قرار گرفته است. این رویکرد تلاش می کند تا اجزاء چندگانه ریسک بازار را مورد بررسی قرار دهد و ارزشی را محاسبه می کند که در یک سبد دارایی در دوره زمانی مشخص و در سطح احتمال معین ممکن است از دست رفته باشد. در این پژوهش به منظور محاسبه و تحلیل ریسک سرمایه گذاری در بورس اوراق بهادار تهران، از رویکرد ارزش در معرض خطر با دو روش پارامتریک و ناپارامتریک استفاده و نتایج بدست آمده با استفاده از آزمون پس نگر ارزیابی می شود. در روش ناپارامتریک به دنبال راهکاری مناسب برای مدیریت ریسک از روش شبیه سازی مونت کارلو استفاده شده است. داده های مورد بررسی، با استفاده از سبد دارایی بانک نمونه در بازار سهام و بورس اوراق بهادار تهران شبیه سازی شده است. نتیجه حاصله تولید یک سبد دارایی شامل ۲۴ سهم است که به صورت داده های سری زمانی یک-ساله بورس اوراق بهادار تهران شکل گرفته است. کلیه محاسبات و شبیه سازی ها در نرم افزار MATLAB انجام شده است.

نتایج نشان می دهد ارزش در معرض خطر محاسبه شده به روش پارامتریک حدوداً ۱/۹ درصد، از ارزش سبد دارایی و مقدار محاسبه شده آن به روش مونت کارلو حدوداً ۲/۷ درصد از ارزش سبد دارایی است. در ادامه با توجه به مدل بهینه مارکوویتز سبد پیشنهادی ارائه شده است. یافته های

این مطالعه تنوع بخشی در سبد دارایی های بانک نمونه برای دستیابی به سبد دارایی بهینه و کاهش ارزش در معرض خطر را توصیه می کند.

واژه های کلیدی: ریسک، مدیریت ریسک، ارزش در معرض خطر، روش شبیه سازی مونت کارلو،

مدل بهینه سازی مارکویتز، آزمون پس نگر

فهرست مطالب

فصل ۱: کلیات تحقیق

۲	۱-۱- مقدمه
۲	۱-۲- بیان و اهمیت موضوع
۳	۱-۳- اهداف پژوهش و ضرورت آن
۳	۱-۴- پرسش های پژوهش
۴	۱-۵- فرضیه تحقیق
۴	۱-۶- نهاد یا مؤسساتی که می توانند از یافته های پژوهش استفاده کنند
۴	۱-۷- اطلاعات مربوط به روش شناسی پژوهش
۴	۱-۷-۱- معرفی داده ها
۴	۱-۷-۲- ابزار سنجش
۵	۱-۸- روش تجزیه و تحلیل داده ها
۵	۱-۹- مراحل انجام تحقیق

فصل ۲: ادبیات موضوع

۷	۲-۱- مقدمه
۷	۲-۲- ریسک
۹	۲-۳- مدیریت ریسک
۱۱	۲-۴- پیدایش بحث ریسک های بانکی و سرمایه گذاری و تاریخچه ریسک
۱۳	۲-۵- کمیته بال
۱۵	۲-۶- انواع ریسک ها
۱۵	۲-۷- تشریح انواع ریسک
۱۶	۲-۷-۱- ریسک اعتباری
۱۷	۲-۷-۲- ریسک عملیاتی
۱۷	۲-۷-۳- ریسک نقدینگی
۱۸	۲-۷-۴- ریسک بازار
۱۹	۲-۸- مروری بر روش های اندازه گیری ریسک
۲۱	۲-۹- مفهوم ارزش در معرض خطر
۲۱	۲-۹-۱- مزایای ارزش در معرض خطر
۲۲	۲-۹-۲- محدودیت ارزش در معرض خطر
۲۳	۲-۱۰- سرمایه و سرمایه گذاری
۲۴	۲-۱۱- تاریخچه ارزش در معرض خطر و پیمان بال
۲۵	۲-۱۲- مطالعات انجام شده در حوزه ارزش در معرض خطر
۲۶	۲-۱۳- مطالعات انجام شده در زمینه سبد سهام
۲۸	۲-۱۴- خلاصه فصل

فصل ۳: معرفی مدل

۳۱	۳-۱- مقدمه
۳۱	۳-۲- ارزش در معرض خطر
۳۵	۳-۳- ارزش در معرض خطر ناپارامتری

۳۵	۴-۳- ارزش در معرض خطر پارامتری
۳۶	۳-۴-۱- توزیع بازدهی نرمال
۳۸	۳-۴-۲- توزیع بازدهی آماره t
۴۰	۳-۵- محاسبه ارزش در معرض خطر
۴۱	۳-۶- تحلیل واریانس - کواریانس
۴۲	۳-۶-۱- سبد دارایی سهام
۴۲	۳-۶-۲- انتخاب عوامل مخاطره
۴۲	۳-۶-۳- توزیع عوامل مخاطره
		۳-۶-۴- محاسبه ارزش در معرض خطر یک روزه و ۱۰
۴۳	روزه برای هر سهم
		۳-۶-۵- محاسبه Var یک روزه و ۱۰ روزه برای سبد
۴۴	دارایی
۴۶	۳-۷- رویکرد شبیه سازی تاریخی
۴۷	۳-۷-۱- مزایای رویکرد شبیه سازی تاریخی
۴۷	۳-۷-۲- محدودیت های روش شبیه سازی تاریخی
۴۸	۳-۸- تاریخچه شبیه سازی مونت کارلو
۴۸	۳-۹- شبیه سازی مونت کارلو
۵۲	۳-۱۰- مدل مارکویتز
۵۴	۳-۱۱- آزمون پس نگر
۵۵	۳-۱۲- خلاصه فصل

فصل ۴: نتایج و تفسیر آنها

۵۷	۴-۱- معرفی داده ها
		۴-۲- محاسبه ارزش در معرض خطر بر اساس رویکرد
۵۸	پارامتریک
		۴-۳- محاسبه ارزش در معرض خطر به روش ناپارامتریک
۵۹	(شبیه سازی مونت کارلو)
		۴-۴- بهینه سازی سبد دارایی بر اساس روش مارکویتز
۶۱	
۶۳	۴-۵- آزمون پس نگر

فصل ۵: جمع بندی و پیشنهادها

۶۵	۵-۱- مقدمه
۶۶	۵-۲- محتوا
۶۶	۵-۲-۱- جمع بندی
۶۷	۵-۲-۲- پیشنهاد

فهرست شکل ها

- شکل (۱-۲) . انواع ریسک بانک. ۱۵
- شکل (۲-۲) . ریسک بازار. ۱۹
- شکل (۱-۳) ارزش در معرض مخاطره. ۳۳
- شکل (۲-۳) مقایسه توزیع نرمال و توزیع t ۳۹
- شکل (۱-۴) ارزش هر سهم در سبد دارایی سهام. ۵۷
- شکل (۲-۴) ارزش در معرض خطر به تفکیک هر یک از
سهام به روش پارامتریک. ۵۹
- شکل (۳-۴) ارزش در معرض خطر هر یک از سهام بر اساس
روش ناپارامتریک. ۶۰

فهرست جدول‌ها

- جدول (۱-۳) حد آلفا (تابعی از سطح اطمینان c) ... ۳۷
- جدول (۱-۴) سبد سهام بر اساس روش بهینه سازی ... ۶۲
- مارکویتز ... ۶۲
- جدول (۲-۴) مشخصات سبد سهام بهینه مارکویتز ... ۶۲

فصل ١ :

کلیات تحقیق

۱-۱- مقدمه

در سال های اخیر بانکها نقش اصلی را در تأمین مالی بخش های مختلف اقتصادی بر عهده داشته اند و در این راستای ایفای این نقش با ریسک های متفاوتی روبرو هستند. نظام بانکداری و نهادهای مالی در سال های اخیر تغییرات ساختاری مهمی را تجربه کرده اند و همزمان با گسترش نهادهای فعال در این عرصه، فضای رقابتی شدیدتری نیز ایجاد شده است. ابزارهای مالی و شیوه های محاسباتی آنها نیز متحول شده است. به تناسب این تحولات گسترده، واضعین قوانین و مقررات با هدف تقلیل ریسک و تضمین امنیت محیط مالی و پولی ناگزیر از تعدیل های مناسب در قوانین و مقررات هستند. این اصلاحات ورود به بازارهای جدید و فعالیت های تجاری و خدماتی جدیدی را امکان پذیر می کنند. یکی از شیوه های محاسبه ریسک ارزش در معرض خطر است. در این جا از مدل پارامتریک و ناپارامتریک شبیه سازی مونت کارلو جهت مدیریت ریسک سرمایه گذاری در بورس اوراق بهادار تهران استفاده شده است.

۱-۲- بیان و اهمیت موضوع

در دو قرن اخیر بانک ها و نهاد های مالی دیگر نسبت به بحران ها بسیار شکننده و آسیب پذیر بوده اند. ارزش در معرض خطر که از سال ۱۹۸۰ در بازارهای مالی بکار گرفته شده است و توسط کمیته بال در ایالات متحده برای اندازه گیری سرمایه اقتصادی شرکت های مالی و سرمایه گذاری استفاده می شود، ریسک نا مطلوب را اندازه گیری می کند.

مدیریت ریسک بعنوان ابزاری مهم در مدیریت پروژه در سطح وسیعی مورد استفاده قرار می گیرد. مدیریت ریسک در موفقیت پروژه ها نقش کلیدی ایفا می کند، بطوریکه با تمرکز بر روی ناطمینانی ها سعی در حداقل کردن ریسک، حداکثر کردن فرصت ها و بهینه سازی دستیابی به اهداف پروژه دارد. در انتخاب یک سبد دارایی مناسب حداقل ساختن ریسک یکی از معیار هایی

است که مورد توجه سرمایه گذاران قرار گرفته است. طبق پیمان بال ۲ بانک هایی که مدیریت ریسک را در امور مالی خود اجرا نکرده باشند، نمی توانند به مبادلات مالی و پولی با بانک های اروپایی به ویژه بانک های حوزه یورو که تحت مدیریت و مقررات بانک مرکزی هستند، بپردازند. تجارت جهانی و تغییر ساختار بازارهای مالی بین المللی، باعث بوجود آمدن و تغییر اساسی ریسکی شده است که بنگاه ها در معرض آن ها قرار می گیرند. در دنیای کنونی هزینه ها و درآمد های بنگاه ها با ریسک های مختلف و پیچیده ای که از تعاملات مبادلات جهانی و انواع تصمیم گیری های مالی و همچنین با نا اطمینانی از قیمت های کالا و نرخ های بهره و نرخ های ارز و همچنین نوسانات ارزش های سهام مواجه هستند.

روش های مدیریت ریسک امروزه توسط بسیاری از بنگاه ها مانند شرکت های بیمه، صندوق ها و مؤسسات مالی و شرکت های صنعتی و حتی سهامداران مورد توجه قرار گرفته است. مدیریت ریسک نخست مستلزم شناسایی عوامل خطر است که نوسانات بازده را تحت تأثیر قرار می دهد و در مرحله بعد اندازه گیری اثر ترکیبی این عوامل حائز اهمیت است. با توجه به اهمیت اندازه گیری ریسک و مدیریت آن و بهبود اوضاع مالی بنگاه ها، تحقیق حاضر به این موضوع پرداخته است.

۱-۳- اهداف پژوهش و ضرورت آن

- هدف نخست در این پژوهش محاسبه ارزش در معرض خطر و مدیریت ریسک سبد دارایی یک بانک منتخب به دو روش پارامتریک و ناپارامتریک است.
- هدف دوم مقایسه نتایج حاصل از رویکرد های پارامتریک و ناپارامتریک است.
- هدف سوم بهینه کردن سبد دارایی مفروض با استفاده از مدل سبد بهینه مارکویتز است.

۱-۴- پرسش های پژوهش

- چند درصد از ارزش سبد دارایی بانک نمونه در معرض ریسک قرار دارد؟
- آیا سبد دارایی بانک نمونه با اهداف اقتصادی انتخاب شده است؟

۱-۵- فرضیه تحقیق

- سبد سهام انتخاب شده توسط بانک نمونه به روش اقتصادی صورت گرفته است.
- بین مقادیر عددی بدست آمده ارزش در معرض خطر با دو رویکرد پارامتریک و ناپارامتریک تفاوت زیادی وجود ندارد.

۱-۶- نهاد یا مؤسساتی که می توانند از یافته های پژوهش استفاده کنند

- تمامی بانک های دولتی و خصوصی
- مؤسسات مالی و سرمایه گذاری
- سرمایه گذاران در بورس اوراق بهادار

۱-۷- اطلاعات مربوط به روش شناسی پژوهش

۱-۷-۱- معرفی داده ها

جامعه آماری این مطالعه را سبد دارایی شبیه سازی شده برای یک بنگاه فرضی بر اساس سبد های دارایی موجود در بازار بورس تهران تشکیل می دهد. اطلاعات لازم برای انجام این پژوهش بازده روزانه شرکت های موجود در سبد دارایی بر اساس آمار معاملات دوره یک ساله (۲۵۰ روز معاملاتی)، تعداد سهام خریداری شده از هر شرکت و قیمت پایانی هر سهم است.

۱-۷-۲- ابزار سنجش

داده ها و اطلاعات لازم از پایگاه اطلاعاتی سازمان بورس اوراق بهادار به صورت فایل های اکسل دریافت و با استفاده از نرم افزار MATLAB ارزش در معرض خطر محاسبه و مسیرهای قیمت شبیه سازی شده است. با استفاده از روش پارامتریک و ناپارامتریک شبیه سازی مونت کارلو ارزش در معرض خطر محاسبه و نتایج حاصل از دو رویکرد با یکدیگر مقایسه شده است.

۱-۸- روش تجزیه و تحلیل داده ها

در این مطالعه ارزش در معرض خطر به دو روش پارامتریک و ناپارامتریک محاسبه شده است. از این رو محاسبات در دو قسمت ارائه می شود. در قسمت اول به تحلیل نتایج در روش پارامتریک و در قسمت دوم به تحلیل روش ناپارامتریک می پردازیم. در روش پارامتریک از ماتریس واریانس-کواریانس بازدهی اقلام دارایی استفاده کردیم و در روش ناپارامتریک از داده های اصلی استفاده و برای هر دارایی ۱۰۰۰۰ مسیر قیمت تعریف کرده ایم و با بکارگیری داده های شبیه سازی شده در نرم افزار MATLAB به محاسبه ارزش در معرض خطر پرداخته ایم.

۱-۹- مراحل انجام تحقیق

به منظور دستیابی به میزان ارزش در معرض خطر سبد دارایی و مدیریت ریسک بانک نمونه در فصل دوم این پژوهش به بررسی لزوم بحث و محاسبه ارزش در معرض خطر و بهینه سازی سبد دارایی می پردازیم. پس از آن مروری بر پیشینه فعالیت های انجام شده در زمینه محاسبه ارزش در معرض خطر و مطالعات صورت گرفته در زمینه سبد سهام انجام می دهیم.

در فصل سوم به تشریح مختصری از انواع رویکردهای مورد مطالعه در زمینه ارزش در معرض خطر و بهینه سازی سبد دارایی خواهیم پرداخت و سپس الگوی مورد استفاده را بطور کامل تشریح و حوزه مورد بحث را با استفاده از تکنیک های برنامه نویسی در محیط MATLAB گسترش خواهیم داد. در فصل چهارم به معرفی داده ها، محاسبات و تجزیه و تحلیل داده ها و نتایج خواهیم پرداخت. سپس نتایج بدست آمده از هر دو روش مورد مطالعه را با یکدیگر مقایسه خواهیم کرد.

در پایان تحقیق و در فصل پنجم راهکارهای مناسب را در جهت استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر ارائه می کنیم و توصیه های لازم را در جهت کاربرد عملی آن بیان خواهیم کرد.

این توصیه را در جهت بهینه سازی سبد دارایی مؤسسات مالی و بانک ها طبق منطق اقتصادی ارائه خواهیم کرد.

فصل ۲ :

ادبیات موضوع

۲-۱- مقدمه

ریسک یکی از پدیده های فراگیر حیات بشر و به ویژه بازارهای سرمایه است که رفتار سرمایه گذاران در این بازارها را تحت تأثیر قرار می دهد. اندازه گیری عوامل موثر بر ریسک و تحلیل روش های کنترل آن، نیازمند مدل های ریاضی است. این مدل های ریاضی اغلب شامل کاربردهای پیچیده ای از احتمالات، بهینه سازی و برآورد می باشند. روش های مدیریت ریسک امروزه توسط بسیاری از بنگاه ها مانند شرکت های بیمه، صندوق ها و مؤسسات مالی و شرکت های صنعتی و بخصوص سهامداران مورد توجه قرار گرفته است. مدیریت ریسک نخست مستلزم شناسایی عوامل خطر است که نوسانات بازده را تحت تأثیر قرار می دهد و در مرحله بعد اندازه گیری اثر ترکیبی این عوامل حائز اهمیت است. در این فصل به بیان نظری موجود در زمینه موضوع تحقیق پرداخته و اشاره ای نیز به تحقیقات انجام شده خواهیم نمود.

۲-۲- ریسک

نوسانات بازار سهام از جمله تهدیدهایی است که مؤسسات مالی و سرمایه گذاری و بانک ها با آن مواجه هستند.

ریسک عبارت است از هر چیزی که حال و آینده دارایی یا توان کسب درآمد شرکت، مؤسسه یا سازمانی را تهدید می کند. (فرهنگ مدیریت راهنما).

ریسک را می توان به عنوان نوسان در نتایج غیرمنتظره تعریف کرد که عموماً ارزش دارایی ها یا بدهی ها را شامل می شود.

ریسک در کوتاهترین تعریف عدم اطمینان به نتایج آتی است. فرهنگ وبستر^۱

^۱ webster's New collegiate Dictionary-1981

فرهنگ لغات سرمایه گذاری^۱ نیز ریسک را زیان بالقوه سرمایه گذاری که قابل محاسبه است می داند.

گالیتز ریسک را هرگونه نوسانات در هر گونه عایدی می داند.^۲

تعریف فوق به این معنا است که تغییرات محتمل در آینده ممکن است ما را منتفع یا متضرر کند. گیلب ریسک را این چنین معرفی می کند: هر پدیده ای که بتواند نتیجه حاصل از آنچه سرمایه گذار انتظار دارد را منحرف سازد ریسک نامیده می شود.^۳

نیکلز (۱۹۹۹) مفهوم ریسک را از ابعاد مختلف مد نظر قرار داده است و آن را از نظر مفهومی به دو دسته تقسیم می کند. وی معتقد است که واژه ریسک به احتمال ضرر، درجه احتمال ضرر و میزان احتمال آن اشاره می کند. در این راستا ریسک احتمال خطر، هم احتمال سود و هم احتمال زیان را در بر می گیرد. در حالی که ریسک خالص صرفاً احتمال زیان را در بر می گیرد و شامل احتمال سود نمی شود.

با توجه به تعاریف متعدد برای ریسک، می توان سه ویژگی مشترک در موقعیت های توأم با ریسک در نظر گرفت:

- عمل یا اقدام بیش از یک نتیجه به بار می آورد.
 - تا زمان ملموس شدن نتایج، از حصول هیچ یک از نتایج، مشخص نیست کدام نتیجه به وقوع می پیوندد.
 - حداقل یکی از نتایج ممکن الوقوع می تواند پیامد های نامطلوبی را به همراه داشته باشد.
- به عبارت دیگر ریسک به معنی امکان وقوع یک خسارت و زیان، اعم از مالی یا غیرمالی در نتیجه انجام یک فعالیت است.^۴

^۱ Hildreth, 1988

^۲ Galitz, 1996:5

^۳ Gillb, 2002

^۴ Dan Galai & Robert Mark

دیدگاه دیگری در خصوص تعریف ریسک وجود دارد که تنها به جنبه منفی نوسانات توجه دارد. هیوب ریسک را احتمال کاهش درآمد یا از دست دادن سرمایه تعریف می کند.^۱ نخستین بار هری مارکوویتز^۲ بر اساس یک تعریف کمی شاخص عددی برای ریسک معرفی کرد. مارکوویتز ریسک را انحراف معیار چند دوره ای یک متغیر تعریف کرد. وی با ارائه مدل کمی و با معرفی مدل مبتنی بر ریسک و بازده و مطرح کردن مجموعه کارا^۳ برای اولین بار ریسک را در کنار بازده به عنوان متغیری جهت انتخاب دارایی برای سرمایه گذاری قرار داد.

۲-۳- مدیریت ریسک

مدیریت ریسک به معنی استفاده از ابزارهای مناسب به منظور حصول اطمینان از شناسایی و کنترل انواع ریسک ها است. اهمیت مدیریت ریسک در سرمایه گذاری، بهبود در نحوه تصمیم گیری و کاهش شرایط عدم اطمینان می باشد. بنابراین مدیریت ریسک عبارت است از فرآیندی که از طریق آن یک سازمان یا سرمایه گذار با روشی بهینه در مقابل انواع ریسک از خود واکنش نشان می دهد. بر این اساس مدیریت ریسک ابتدا انواع ریسک را شناسایی کرده و سپس روش کنترل آن را مشخص می کند. ناگفته نماند که ریسک های موجود در بازار را بطور کلی نمی توان از بین برد، بلکه باید روش های مناسبی برای کنترل و به حداقل رسانیدن آن ها به کار بست. به عبارت ساده تر، ریسک از بین نمی رود، اما می توان آن را به حداقل رساند. (قانون پایایی ریسک، نویسندگان).

مدیریت ریسک رویکردی عملی به مسئله مدیریت خاصی است که اشخاص و مؤسسات با آن مواجه می شوند. به عبارت دیگر، مدیریت ریسک فرآیندی است که در آن، مدیران به شناسایی، اندازه گیری، تصمیم گیری و نظارت بر انواع ریسک های مطرح برای بنگاه می پردازند. مفهوم

^۱ Hube, 1998

^۲ Harry Markowitz

^۳ Efficient frontier